Mecánica cuántica 2022 POSGRADO. Dispersión

1.
Considere la sección eficaz clásica para la dispersión coulombiana de una partícula de carga q_1 y energía cinética E, por una partícula muy pesada de carga q_2. Calcule:
a. la expresión del parámetro de impacto en función del ángulo de dispersión,
b. la sección eficaz diferencial,
c. la sección eficaz total.

2.
a. Calcule la sección eficaz diferencial y la total para el caso de un potencial de Yukawa $V(r) = V_0 \exp(-\alpha r)/r$ en la aproximación de Born.
b. Obtenga el resultado de Rutherford para el límite adecuado del parámetro.
c. Calcule también en la aproximación de Born las secciones eficaces para una potencial gaussiano y una esfera no rígida ($V(r) = -V_0$ si $r<r_0$, y cero en otro caso). Verifique que en todos los casos la sección eficaz es isótropa a bajas energías.
d. Verifique si se cumple el Teorema Óptico del ejercicio **4**.

3.
Considere la difusión de partículas de energía E en un potencial central de rango finito.
a. Muestre que las auto funciones del hamiltoniano, $v_k^d(\vec{r})$, dependen únicamente de r, un ángulo y la energía. El ángulo puede elegirse como $\cos^{-1}(\vec{k}\cdot\vec{r})$. ¿Cuáles son las variables de las que depende de la amplitud de difusión?
b. Calcule la corriente de densidad de probabilidad correspondiente a $v_k^d(\vec{r})$ en la región asintomática y muestre que se puede escribir como $\mathbf{J} = \mathbf{J_i} + \mathbf{J_d} + \Delta\mathbf{J}$ donde el primer término corresponde a las partículas incidentes y el segundo a las partículas difundidas. ¿Cuál es el origen del tercer término? Muestre que

$$\oint_{S_\infty} d\vec{S}\cdot\vec{J}_d = -\oint_{S_\infty} d\vec{S}\cdot\Delta\vec{J}$$

donde S_∞ es una superficie esférica de radio infinito con origen en el centro del potencial.
c. Use el resultado anterior para probar en el caso de potenciales centrales el Teorema Óptico:

$$\sigma = \frac{4\pi}{k}\, Im[f_k(0)]$$

Notas: - el Teorema Óptico es válido para cualquier potencial.
- es útil demostrar $\int d\cos\theta\, F(\theta) e^{ikr\cos\theta} = \frac{i}{kr}\left[F(0)e^{-ikr} - F(\pi)e^{ikr}\right] + O(1/r^2)$

d. Usando el resultado anterior demuestre que $\sigma \leq \frac{4\pi}{k}\sqrt{\frac{d\sigma(0)}{d\Omega}}$.

4.
Considere la dispersión de partículas por una distribución de blancos. Cada difusor está localizado en $\mathbf{r}_i$ y el potencial interacción es $V_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|)$. Escriba la amplitud de difusión en la aproximación de Born.
a. Considere el caso de un cubo de lado a con los difusores en los 8 vértices.
b. Repita para una red cúbica de espaciamiento a.