Matemática 2 - módulo I
Curso 2022

Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Nombre:	**C.I.:**

Módulo 1 – Primer parcial.

Ejercicio 1. [15 puntos] Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 2y - z &= 0 \\ x + 2z &= 0 \\ -x - y &= 1 \end{cases}$$

Solución: Sistema compatible determinado con solución $(x, y, z) = (4, -5, -2)$.

Ejercicio 2. [8+8=16 puntos]

a) Consideremos las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Calcular AB y BA.

Solución: $BA = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $AB = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & -8 & 4 \\ -3 & -5 & 0 \end{pmatrix}$.

b) Determinar si BA es invertible. Si lo es, calcular $(BA)^{-1}$.

Solución: Sí es invertible y la inversa es $(BA)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 3. [9 puntos] Verdadero o Falso. Las respuestas correctas suman 3 puntos, las incorrectas restan 2 puntos, y no responder suma 0 puntos. En caso de obtener puntaje negativo en este ejercicio, se computará como 0 puntos.

a) Existen valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que el sistema

$$\begin{cases} 4x + y &= 2 \\ 2x - 3y &= a \end{cases}$$

es incompatible.

Solución: Falso. El sistema es compatible determinado para cualquier valor de a. Basta ver que la matriz cuadrada asociada al sistema es invertible.

b) Si un sistema tiene más ecuaciones que incógnitas, entonces no puede ser compatible determinado.

Solución: Falso. Un contrajemplo es el sistema

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & 2 \\ x-y & = & 0 \\ 2y & = & 2 \end{array}\right. ,$$

que es compatible determinado con solución $x=1$, $y=1$.

c) Si $A, B \in M_n$ son dos matrices cuadradas que cumplen $AB = BA$, entonces $A^2B^2 = B^2A^2$.

Solución Verdadero: $A^2B^2 = A(AB)B = (AB)(AB) = B(AB)A = BBAA = B^2A^2$.