Matemática 2 - módulo I | **Universidad de la República**
Curso 2022 | **Facultad de Ciencias**
Centro de Matemática

Nombre:	**C.I.:**

Módulo 1 – Primer parcial.

Ejercicio 1. [15 puntos] Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 2y - z &= 0 \\ x + 2z &= 1 \\ -x - y &= 0 \end{cases}$$

Solución: Sistema compatible determinado con solución $(x, y, z) = (1, -1, 0)$.

Ejercicio 2. [8+8=16 puntos]

a) Consideremos las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Calcular AB y BA.

Solución: $AB = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 6 & 4 & -14 \\ -2 & -1 & 5 \\ 3 & 3 & -6 \end{pmatrix}$.

b) Determinar si AB es invertible. Si lo es, calcular $(AB)^{-1}$.

Solución: Sí es invertible y la inversa es $(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 3. [9 puntos] Verdadero o Falso. Las respuestas correctas suman 3 puntos, las incorrectas restan 2 puntos, y no responder suma 0 puntos. En caso de obtener puntaje negativo en este ejercicio, se computará como 0 puntos.

a) Existen valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que el sistema

$$\begin{cases} 4x + ay &= 2 \\ 2x - 3y &= 1 \end{cases}$$

es incompatible.

Solución: Falso. El sistema es compatible determinado si $a \neq -6$. Cuando $a = -6$ el sistema queda compatible indeterminado. Pero siempre es compatible.

b) Si un sistema tiene más incógnitas que ecuaciones, entonces no puede ser incompatible.

Solución: Falso. Por ejemplo, el siguiente sistema es incompatible:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 1 \\ x+y+z & = & 0 \end{array}\right. .$$

c) Si $A, B \in M_n$ son dos matrices cuadradas, entonces vale $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

Solución: Falso. Basta con tomar dos matrices que no conmuten. Por ejemplo,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Estas matrices verifican $AB = B$, $BA = O$, $A^2 = A$, $B^2 = O$. Entonces,

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = AA + AB + BA + BB = A^2 + AB + B^2 = A + B,$$
$$A^2 + 2AB + B^2 = A + 2B \neq A + B.$$