

Nombre:

Cédula:

Parcial de Matemática II, módulo 2. Recuperación.

1. **(30 puntos)**. Se considera la función $f(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$.
 - a) Hallar las derivadas parciales de f .
 - b) Hallar el gradiente de f en $p = (1, 2)$.
 - c) Calcular la derivada direccional de f en $p = (1, 2)$ en la dirección del versor $v = \frac{1}{5}(3, -4)$.

2. **(30 puntos)**. Hallar la recta que mejor se aproxime a los puntos $(1, 2)$, $(2, 3)$ y $(4, 4)$.

3. **(40 puntos)**.
 - a) Dibujar el conjunto $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$.
 - b) Calcular $\iint_D \frac{y}{x^5+1} dx dy$.

Nota: en la resolución de los ejercicios se deben justificar todas las afirmaciones e incluir todos los cálculos que fueron necesarios para la misma.

Solución.

1. a) $f_x(x, y) = \frac{y(y^2-x^2)}{(x^2+y^2)^2}$, $f_y(x, y) = \frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}$.

b) $\nabla_p f = \left(\frac{6}{25}, -\frac{3}{25}\right)$.

c) $D_v f(p) = \frac{6}{25}$.

2. $y = \frac{9}{14}x + \frac{3}{2}$.

3. a)

b)

$$\begin{aligned} \iint_D \frac{y}{x^5+1} dx dy &= \int_0^1 \left(\int_0^{x^2} \frac{y}{x^5+1} dy \right) dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x^5+1} \int_0^{x^2} y dy \right) dx \\ &= \int_0^1 \left(\frac{1}{x^5+1} \frac{y^2}{2} \Big|_0^{x^2} dy \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^4}{x^5+1} dx = \frac{1}{10} \log(2). \end{aligned}$$

La última integral se puede calcular con el cambio de variable $z = x^5 + 1$.