Matemática 2 - módulo II
Curso 2020

Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

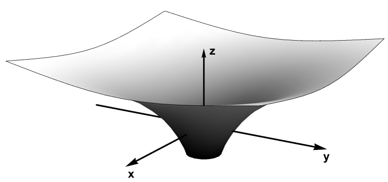
Nombre:
C.I.:

Primer examen parcial

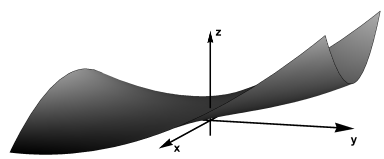
5 de noviembre

Turno matutino

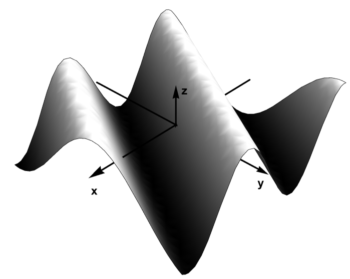
18 1. Se consideran las siguientes gráficas de funciones de dos variables:



A

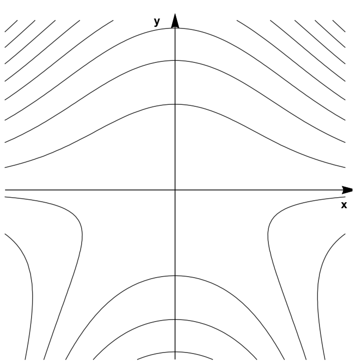


B

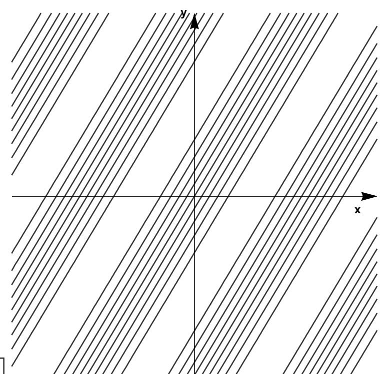


C

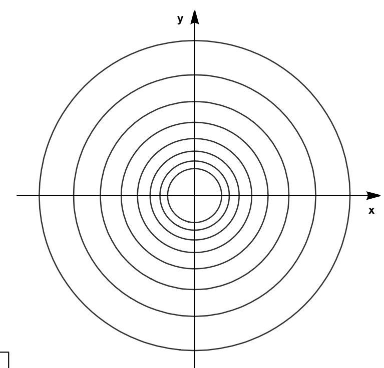
a) Hacer corresponder las gráfica anteriores con los siguientes mapas de curvas de nivel indicando con las letras A, B y C, justificando la elección:



$\boxed{B}$



$\boxed{C}$



$\boxed{A}$

b) Indicar qué función corresponde a cuál de los gráficos anteriores justificando la respuesta (utilizar las mismas letras A, B y C):

$\boxed{B}$ $f(x, y) = x^2y + y^2$ $\boxed{C}$ $f(x, y) = \operatorname{sen}(x - y)$ $\boxed{A}$ $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$

Nota: *El argumento por "descarte" es válido, es decir, si justifican dos de las respuestas correctamente la otra no necesitan justificarla. Cada respuesta correcta son 3 puntos.*

22 2. Consideremos la función definida por la fórmula

$$f(x,y) = \frac{y}{1+x^2y}.$$

7 *a*) Determinar el dominio de f y representarlo gráficamente.

8 *b*) Calcular $\dfrac{\partial f}{\partial x}(-1,2)$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(-1,2)$.

7 *c*) Encontrar $v \in \mathbb{R}^2$ no nulo tal que $\dfrac{\partial f}{\partial v}(-1,2) = 0$.

Solución.

Ejercicio 1: a) (A) Es la única con simetría rotacional.

(B) Es la única que presenta poca variación alrededor del origen.

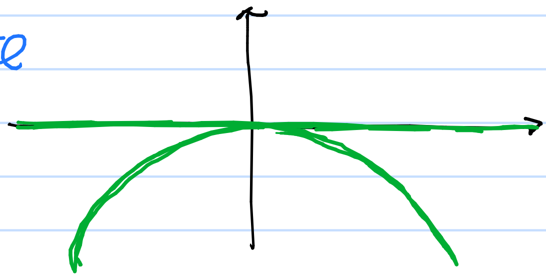
(C) La gráfica claramente oscila.

b) (A) Las curvas de nivel son circunferencias.

(B) La curva de nivel cero de x^2y+y^2 es

$$\{(x,y) : y=0 \text{ ó } y=-x^2\}$$

gráficamente

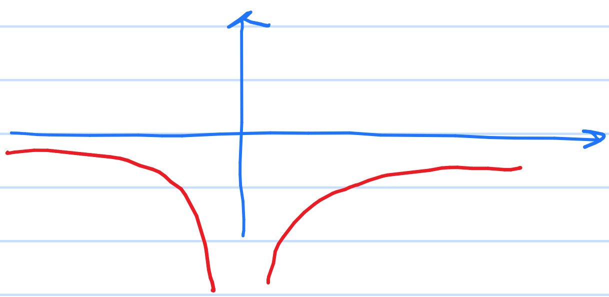


(C) Las curvas de nivel de $\operatorname{sen}(x-y)$ son rectas.

Ejercicio 2:

a) f está definida excepto si $1+x^2y=0$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}^2 \setminus \left\{(x,y) : y = -\frac{1}{x^2}\right\}$$



Está definida en todos lados menos en las curvas rojas.

b) $$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{y}{1+x^2y}\right) = -\frac{2xy^2}{(1+x^2y)^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y}{1+x^2y}\right) = \frac{1}{(1+x^2y)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial f}{\partial x}(-1,2) = \frac{8}{9}} \qquad \boxed{\frac{\partial f}{\partial y}(-1,2) = \frac{1}{9}}$$

c) Debemos encontrar $v=(v_1, v_2)$ tal que

$$\frac{\partial f}{\partial v}(-1,2) = 0$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\partial f}{\partial v}(-1,2) = \nabla f(-1,2)\cdot v = v_1\frac{\partial f}{\partial x}(-1,2) + v_2\frac{\partial f}{\partial y}(-1,2) =$$

$$= \frac{8}{9}v_1 + \frac{1}{9}v_2 \Rightarrow \boxed{8v_1 + v_2 = 0}$$

Podemos poner por ejemplo $\boxed{v=(1,-8)}$.