Matemática 2 - módulo II
Curso 2020

Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

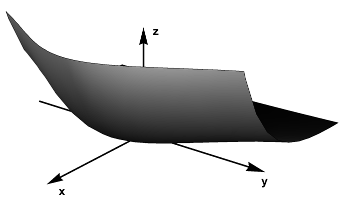
Nombre:
C.I.:

Primer examen parcial

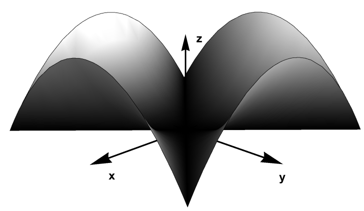
5 de noviembre

Turno vespertino

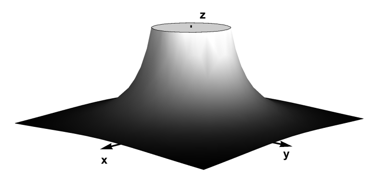
18 1. Se consideran las siguientes gráficas de funciones de dos variables:



A

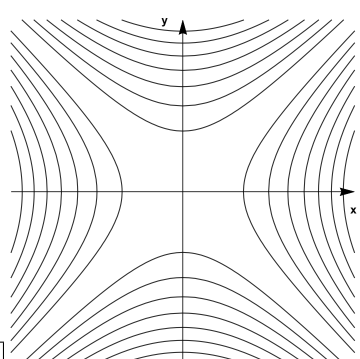


B

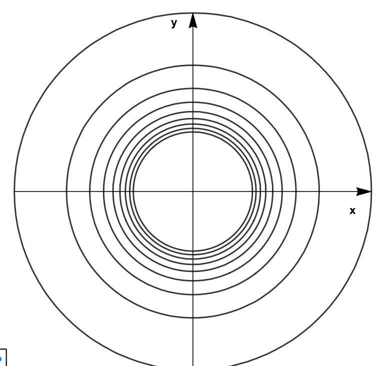


C

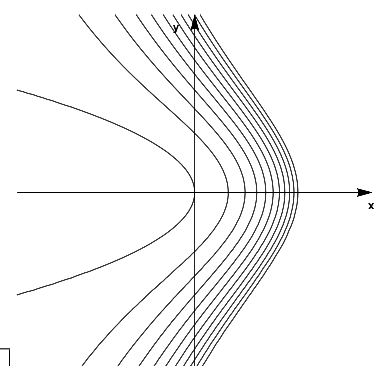
a) Hacer corresponder las gráfica anteriores con los siguientes mapas de curvas de nivel indicando con las letras A, B y C, justificando la elección:



$\boxed{B}$



$\boxed{C}$



$\boxed{A}$

b) Indicar qué función corresponde a cuál de los gráficos anteriores justificando la respuesta (utilizar las mismas letras A, B y C):

$\boxed{B}$ $f(x,y) = |x^2 - y^2|$ $\boxed{A}$ $f(x,y) = (y^2 + x)e^x + 2$ $\boxed{C}$ $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2 + y^2}$

Nota: *El argumento por "descarte" es válido, es decir, si justifican dos de las respuestas correctamente la otra no necesitan justificarla. Cada respuesta correcta son 3 puntos.*

22 2. Consideremos la función definida por la fórmula

$$f(x,y) = y\sqrt{1+x^2y}.$$

7 *a*) Determinar el dominio de f y representarlo gráficamente.

8 *b*) Calcular $\dfrac{\partial f}{\partial x}(-1,3)$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(-1,3)$.

7 *c*) Encontrar $v \in \mathbb{R}^2$ no nulo tal que $\dfrac{\partial f}{\partial v}(-1,3) = 0$.

Solución.

Ejercicio 1: a) (A) Es creciente en la dirección de x positiva y decreciente en la dirección de x negativa

(B) Hay mucha variación en la dirección de los ejes, es constante en las las rectas $y = \pm x$.

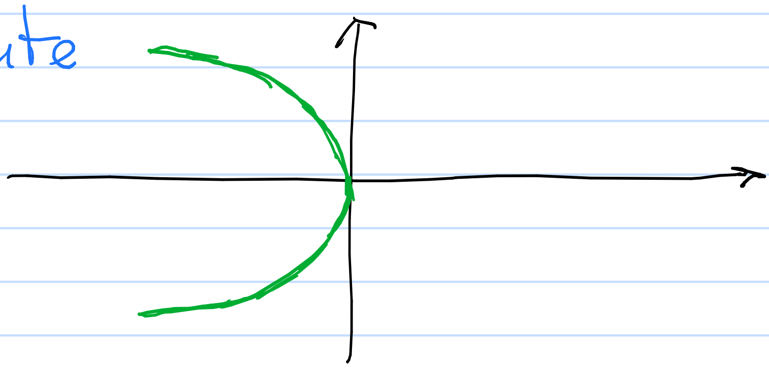
(C) Es la única con simetría rotacional.

b) (A) La curva de nivel 2 de f está dada por

$$(y^2 + x)e^x = 0$$

$$\rightarrow y^2 + x = 0 \rightarrow x = -y^2$$

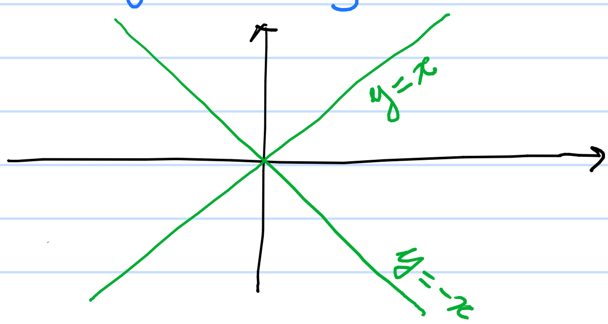
Gráficamente



(B) La curva de nivel cero de $|x^2 - y^2|$ es

$$\{(x,y) : y = \pm x\}$$

gráficamente

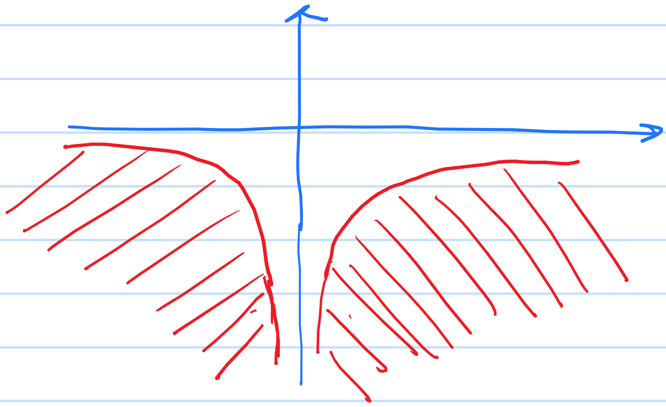


(C) Las curvas de nivel son circunferencias.

Ejercicio 2:

a) f está definida siempre que $1+x^2y \geq 0$

$\Rightarrow \quad \mathrm{Dom}(f) = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y \geq -\frac{1}{x^2}\}$



Está definida fuera de la región sombreada de rojo

b) $\frac{\partial}{\partial x}\left(y\sqrt{1+x^2y}\right) = \frac{xy^2}{\sqrt{1+x^2y}}$

$\frac{\partial}{\partial y}\left(y\sqrt{1+x^2y}\right) = \sqrt{1+x^2y} + \frac{x^2y}{2\sqrt{1+x^2y}}$

$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial f}{\partial x}(-1,3) = -\frac{9}{2}} \qquad \boxed{\frac{\partial f}{\partial y}(-1,3) = \frac{11}{4}}$

c) Debemos encontrar $v=(v_1,v_2)$ tal que

$\frac{\partial f}{\partial v}(-1,3) = 0$

$\Rightarrow \quad 0 = \frac{\partial f}{\partial v}(-1,3) = \nabla f(-1,3)\cdot v = v_1\frac{\partial f}{\partial x}(-1,3) + v_2\frac{\partial f}{\partial y}(-1,3) =$

$= -\frac{9}{2}v_1 + \frac{11}{4}v_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{-18v_1 + 11v_2 = 0}$

Podemos poner por ejemplo $\boxed{v=(11,18)}$