

Práctico 3

1. Hallar los puntos estacionarios y determinar el conjunto imagen de las siguientes funciones, definidas en \mathbb{R}^2 .

a) $f(x, y) = x^4 + 2x^2y - 2y^2 - 3x^2 + 1$,

b) $f(x, y) = e^x - y$,

c) $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$,

d) $f(x, y) = \log(2x^2 + y^2)$,

e) $f(x, y) = (x + y)^3$.

2. Calcular la matriz hessiana de las funciones del ejercicio 1.

3. Clasificar los puntos estacionarios de las funciones del ejercicio 1.

4. Se consideran las funciones

$$f(x, y) = e^{x^2+y^2}, \quad g(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}, \quad h(x, y) = \log(x^2 + y^2).$$

Para cada una de ellas:

a) hallar el dominio y la imagen,

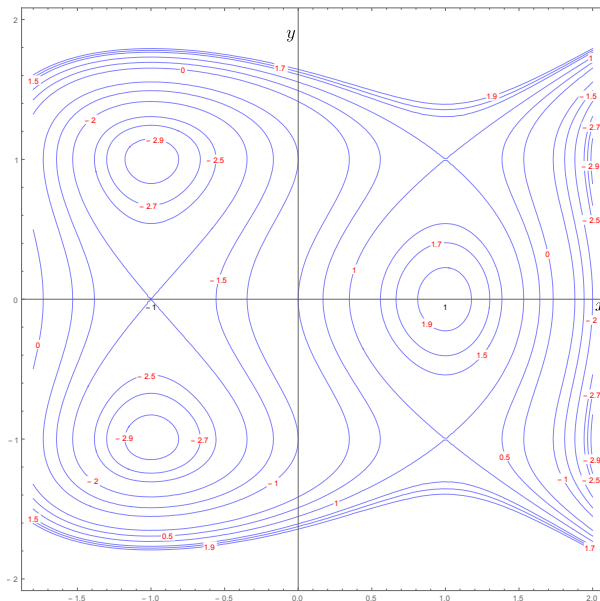
b) averiguar si presenta extremos relativos.

c) averiguar si alcanza un máximo absoluto y/o un mínimo absoluto en su dominio.

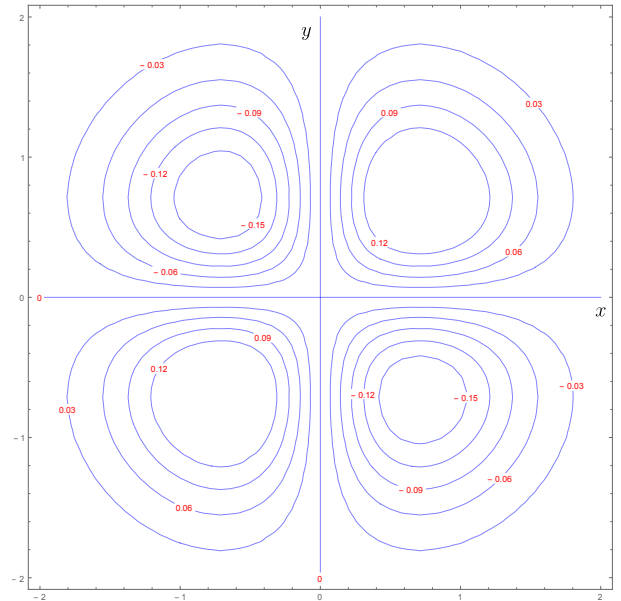
d) hallar los extremos absolutos alcanzados en la región encerrada entre la circunferencia de centro $(0, 0)$ y radio 2 y la circunferencia de centro $(0, 0)$ y radio 5.

5. Para cada una de las siguientes funciones usar las curvas de nivel dadas para estimar los valores máximo, mínimo y los puntos silla de la función. Luego calcular los valores exactos utilizando las fórmulas.

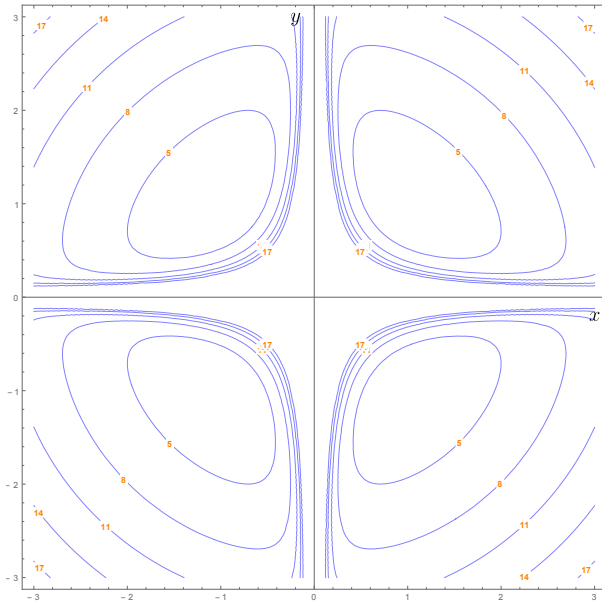
a) $f(x, y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4$



b) $f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}$



c) $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^{-2}y^{-2}$



6. Se consideran las funciones

$$f(x, y) = x^2 - x + y^2, \quad g(x, y) = x + y^2, \quad h(x, y) = (x + 2y)^2.$$

Para cada una de ellas:

- a) hallar los posibles extremos relativos.
 - b) averiguar los extremos absolutos en la región encerrada por el triángulo de vértices $(0, 0)$, $(1, -1)$ y $(1, 1)$.
7. La densidad d de una bacteria en función de la temperatura (en grados celcius) y el pH en condiciones de laboratorio (bajo nutrientes ilimitados) se describe de la siguiente manera:

$$d = -450 + 125pH + 5T - 9(pH)^2 - 0,1(T)^2$$

Tomando como dominio $pH \in [5; 10]$ y $T \in [0, 50]$, calcule la temperatura y el pH que maximizan la densidad de las bacterias

8. Calcular el volumen máximo de una caja rectangular que se puede fabricar con $0.5m^2$ de cartón.

9. En la figura se muestran algunas curvas de nivel de una cierta función f junto con una curva roja definida por una ecuación de la forma $g(x, y) = c$. Estimar los valores máximo y mínimo que toma la función f a lo largo de la curva dibujada en rojo.

