Nombre:	**CI:**

SOLUCIÓN DEL PARCIAL

9 de Octubre de 2021

Ejercicio 1

(a) A^+ y B^+ serán independientes si $P(A^+ \cap B^+) = P(A^+)P(B^+)$. Esto no se verifica ya que $0{,}08 \neq (0{,}17)(0{,}1)$.

(b) Usando la definición de probabilidad condicional se obtiene que $P(B^+|A^+) = 0{,}8$.

(c) Análogamente, se obtiene que $P(B^+|A^-) = \frac{P(B^+ \cap A^-)}{P(A^-)} = \frac{0{,}09}{0{,}9} = 0{,}1$ ya que $P(B^+) = P(B^+ \cap A^+) + P(B^+ \cap A^-)$ (es decir que $P(B^+ \cap A^-) = 0{,}17 - 0{,}08$).

Ejercicio 2

(a) Observar que:

- $P(X \leq 3{,}4) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{3{,}4-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{3{,}4-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}025$, entonces $\frac{3{,}4-\mu}{\sigma} = -1{,}96$ y se tiene que verificar:
$$(i) \quad \mu - 1{,}96\sigma = 3{,}4$$
- $P(X \geq 4{,}6) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{4{,}6-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{4{,}6-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}025$, entonces $\frac{4{,}6-\mu}{\sigma} = 1{,}96$ y se tiene que verificar:
$$(ii) \quad \mu + 1{,}96\sigma = 4{,}6$$

  Resolviendo el sistema lineal formado por las ecuaciones (i) y (ii) se obtiene que $\mu = 4$ y $\sigma = \frac{15}{49} \approx 0{,}306$.

(b) Notar que $\overline{X}_n \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$, luego
$$P(\overline{X}_n > 4{,}06) = P\left(\frac{\overline{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{4{,}06 - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = P(Z > 1{,}96) = 0{,}025.$$

Ejercicio 3

(a) Los valores que toma son 0,1,2,3,4,5, o 6.

(b) $P(Z = 0|X = 1) = 1/2$ y $P(Z = 0|X = 2) = 1/4$

(c) Usamos la fórmula de probabilidad total:
$$\begin{aligned} P(Z = 0) &= P(Z = 0|X = 1)P(X = 1) + P(Z = 0|X = 2)P(X = 2) + \cdots + P(Z = 0|X = 6)P(X = 6) \\ &= \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \\ &= 0{,}164. \end{aligned}$$

(d) Si sabemos que $X = 5$ entonces, $Z \sim Binom(5, 1/2)$, $E(Z) = 5/2$ y $Var(Z) = 5/4$.