

Mecánica cuántica 2022 POSGRADO. 4. Dispersión, WKB y método variacional.

18.

Compare la sección total de dispersión producida por una barrera esférica uniforme de radio a y altura V_0 calculada mediante un desarrollo en ondas parciales, con la que se obtiene en la aproximación de Born, en el caso de bajas energías ($ka \ll 1$).

19.

Determine la longitud de dispersión para un potencial $V_0 = v_0 \delta(\mathbf{r}-\mathbf{a})$ usando el método de ondas parciales y compare con el resultado que obtiene de la aproximación de Born (la longitud de dispersión es el valor a bajas energías, $k \rightarrow 0$, que surge de escribir en ese límite $a_s = -\delta_0(k)/k$ ó $\sigma = 4\pi a_s^2$).

20.

Para resolver el problema del oscilador armónico con el método variacional, se proponen las siguientes funciones de prueba:

- i. $A_0 e^{-\alpha x^2}$ para el estado base;
- ii. $A_1 x e^{-\alpha x^2}$ para el primer estado excitado;
- iii. $A_2 (1 + bx^2) e^{-\alpha x^2}$ para el segundo estado excitado.

Justifique esta selección y determine las funciones de onda y los eigenvalores de la energía para los tres primeros estados.

21.

En física nuclear con frecuencia se toma como modelo de pozos atractivos un potencial de oscilador armónico truncado: $V = m\omega^2(x^2 - a^2)/2$ para $|x| \leq a$ y $V = 0$ para $|x| > a$.

1. a) Utilice el método variacional, eligiendo una función de prueba adecuada al problema, para estimar una cota superior de la energía del estado base y la del primer estado excitado.
2. b) Estime los eigenvalores anteriores usando el método WKB ¿En qué condiciones puede el pozo contener un sólo estado ligado?

Compare resultados y determine cuáles son más confiables.