

#### Mecánica cuántica 2022 POSGRADO. 4. Dispersión, WKB y método variacional.

18.

Compare la sección total de dispersión producida por una barrera esférica uniforme de radio  $a$  y altura  $V_0$  calculada mediante un desarrollo en ondas parciales, con la que se obtiene en la aproximación de Born, en el caso de bajas energías ( $ka \ll 1$ ).

19.

Determine la longitud de dispersión para un potencial  $V_0 = v_0 \delta(\mathbf{r}-\mathbf{a})$  usando el método de ondas parciales y compare con el resultado que obtiene de la aproximación de Born (la longitud de dispersión es el valor a bajas energías,  $k \rightarrow 0$ , que surge de escribir en ese límite  $a_s = -\delta_0(k)/k$  ó  $\sigma = 4\pi a_s^2$ ).

20.

Para resolver el problema del oscilador armónico con el método variacional, se proponen las siguientes funciones de prueba:

- i.  $A_0 e^{-\alpha x^2}$  para el estado base;
- ii.  $A_1 x e^{-\alpha x^2}$  para el primer estado excitado;
- iii.  $A_2(1 + bx^2)e^{-\alpha x^2}$  para el segundo estado excitado.

Justifique esta selección y determine las funciones de onda y los eigenvalores de la energía para los tres primeros estados.

21.

En física nuclear con frecuencia se toma como modelo de pozos atractivos un potencial de oscilador armónico truncado:  $V = m\omega^2(x^2 - a^2)/2$  para  $|x| \leq a$  y  $V = 0$  para  $|x| > a$ .

1. a) Utilice el método variacional, eligiendo una función de prueba adecuada al problema, para estimar una cota superior de la energía del estado base y la del primer estado excitado.
2. b) Estime los eigenvalores anteriores usando el método WKB ¿En qué condiciones puede el pozo contener un sólo estado ligado?

Compare resultados y determine cuáles son más confiables.