

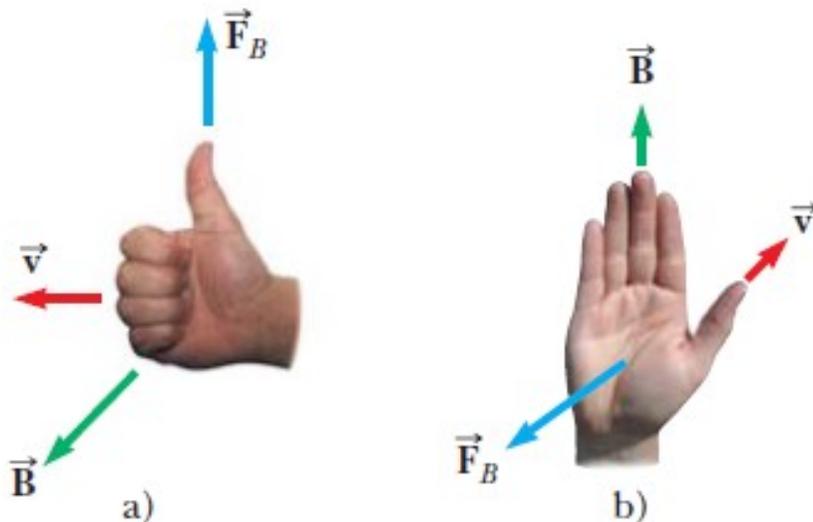
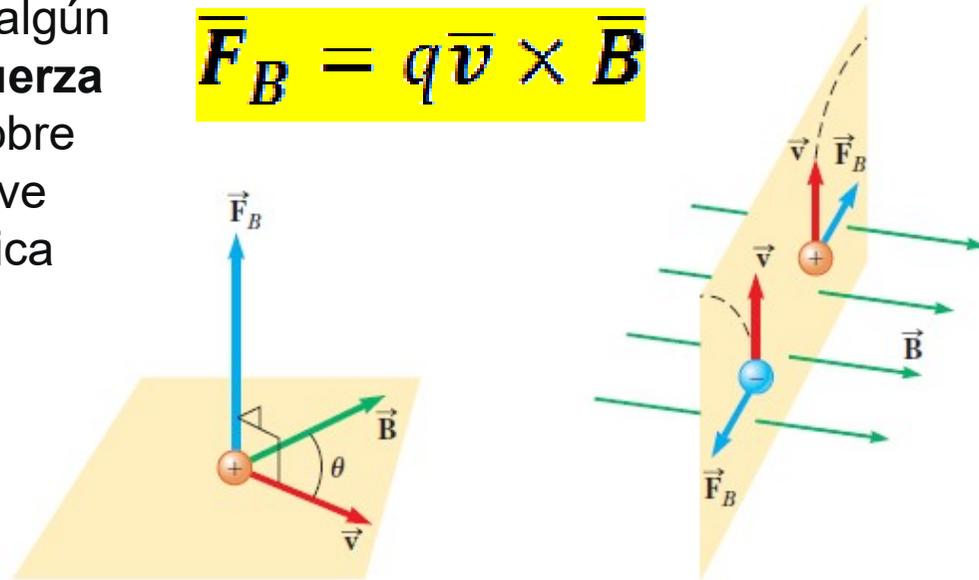
# Repaso de clases anteriores

Definimos el campo magnético  $\vec{B}$  en algún punto en el espacio en función de la **fuerza magnética**  $\vec{F}_B$  que ejerce el campo sobre una partícula con **carga**  $q$  que se mueve con una **velocidad**  $\vec{v}$ , la cual se identifica como el objeto de prueba.

$$F_B = |q|vB \sin \theta$$

$$\text{Tesla (T)} \quad 1T = 1 \frac{N}{C \cdot m/s} = 1 \frac{N}{A \cdot m}$$

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

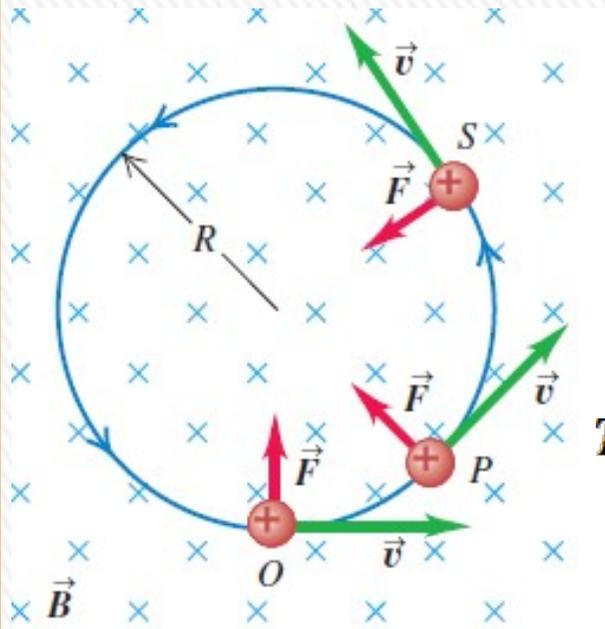


## Diferencias entre fuerzas eléctrica ( $F_E$ ) y magnética ( $F_B$ )

- $F_E$  actúa a lo largo de la dirección de  $E$ , en tanto que  $F_B$  actúa perpendicularmente a  $B$ .
- $F_E$  actúa sobre una partícula con carga sin importar si ésta se encuentra en movimiento,  $F_B$  actúa sólo si la partícula con carga está en movimiento.
- $F_E$  efectúa trabajo al desplazar una partícula con carga,  $F_B$  no efectúa trabajo cuando se desplaza una partícula.
- $F_E$  modifica la energía cinética de una carga en movimiento,  $F_B$  no.

# Repaso de la clase anterior

## Movimiento de partículas cargadas en un campo magnético uniforme



$$F = qvB = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$$

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

frecuencia de ciclotrón

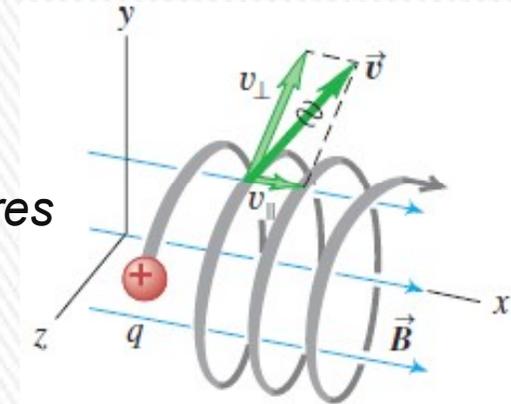
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Si  $B$  y  $v$  no son perpendiculares

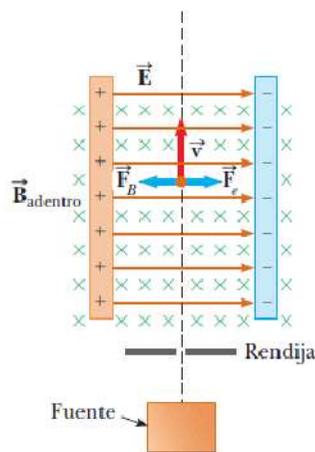
$$v_{\perp} = v \cdot \sin \theta$$

$$v_{\parallel} = v \cdot \cos \theta$$

Trayectoria **helicoidal**



$$\text{paso} = v_{\parallel} T = v \cos \theta T$$



## Selector de velocidad

$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B}$$

# Repaso de la clase anterior

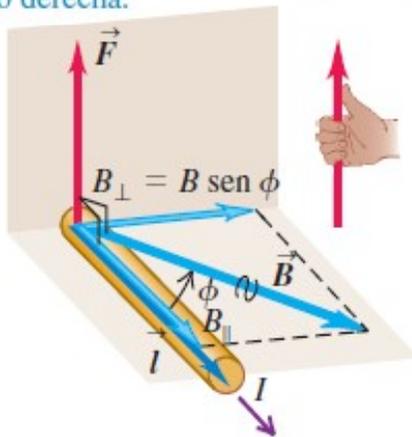
## Espectrómetros de masas

$$R = \frac{mv}{qB'} \quad \frac{m}{q} = \frac{B'R}{v}$$

$v$  es la rapidez de los iones que pasan el selector de velocidades por lo que:  $v = E/B$

Fuerza  $\vec{F}$  sobre un alambre recto que conduce corriente positiva y está orientado a un ángulo  $\phi$  con respecto al campo magnético  $\vec{B}$ :

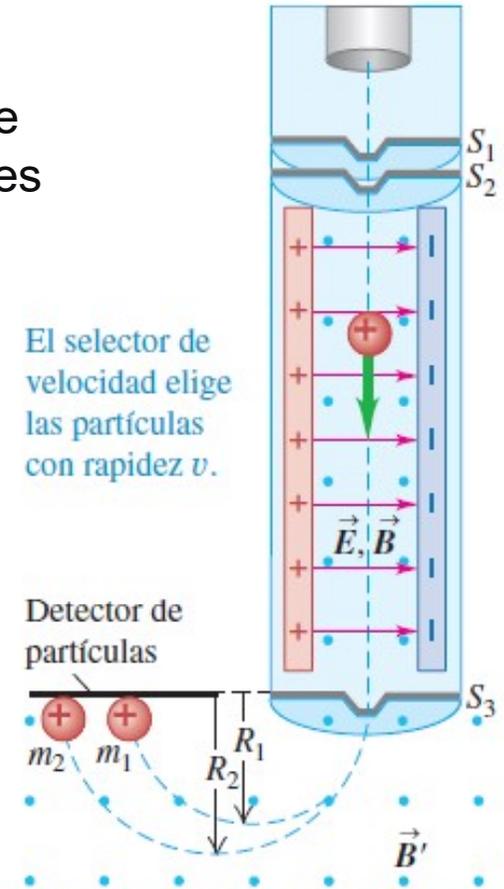
- La magnitud es  $F = I l B_{\perp} = I l B \sin \phi$ .
- La dirección de  $\vec{F}$  está dada por la regla de la mano derecha.



## Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

$$F = I l B_{\perp} = I l B \sin \Phi$$



El selector de velocidad elige las partículas con rapidez  $v$ .

Detector de partículas

El campo magnético separa las partículas por masa; cuanto más grande sea la masa de una partícula, mayor será el radio de su trayectoria.

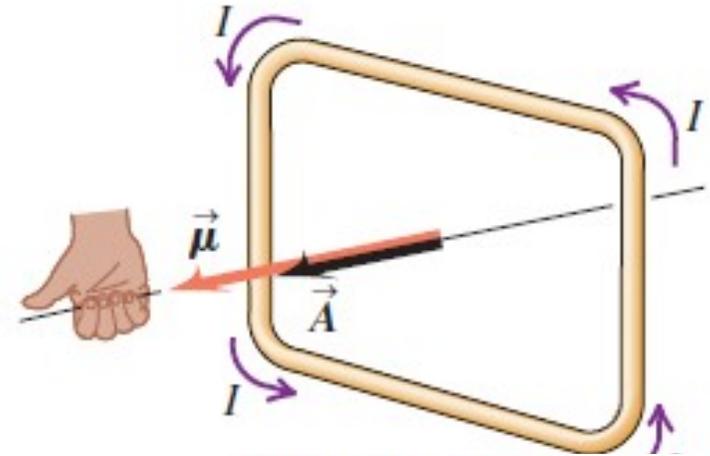


# Repaso de la clase anterior

$\mu = IA$  **momento dipolar magnético** o **momento magnético** de la espira.

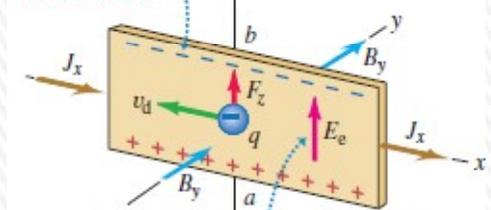
**Torque en una espira de corriente**

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



a) Portadores de carga negativa (electrones)

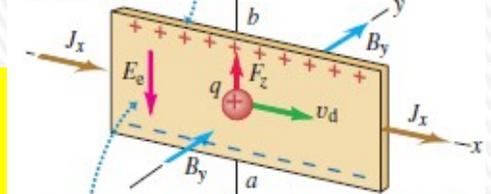
Los portadores de carga son empujados hacia la parte superior de la banda...



... por lo que el punto a tiene un potencial mayor que el punto b.

b) Portadores de carga positiva

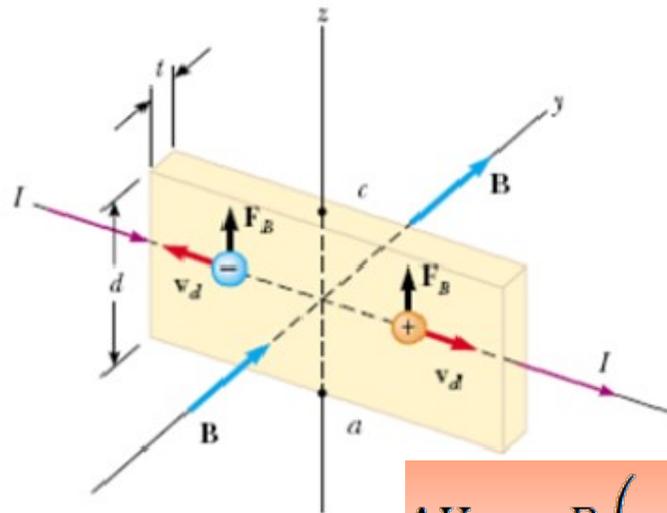
Los portadores de carga otra vez son empujados hacia la parte superior de la banda...



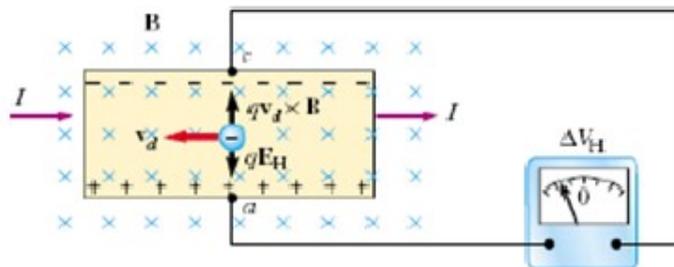
... de modo que la polaridad de la diferencia de potencial es opuesta a la de los portadores de carga negativa.

## EFECTO HALL

$\Delta V_H$  el voltaje Hall



$$\Delta V_H = B \left( \frac{I}{Anq} \right) d = Bd \frac{I}{nq(d \cdot t)} = \frac{BI}{nqt}$$



Los portadores de carga en un conductor metálico tienen carga negativa.

# INTRODUCCIÓN

## ¿Cómo se crean los campos magnéticos?

Los imanes permanentes y corrientes eléctricas en electroimanes crean campos magnéticos.

Una carga crea un campo eléctrico y éste ejerce una fuerza sobre cualquier otra carga...

Pero un campo *magnético ejerce una fuerza solo si la carga está en movimiento*

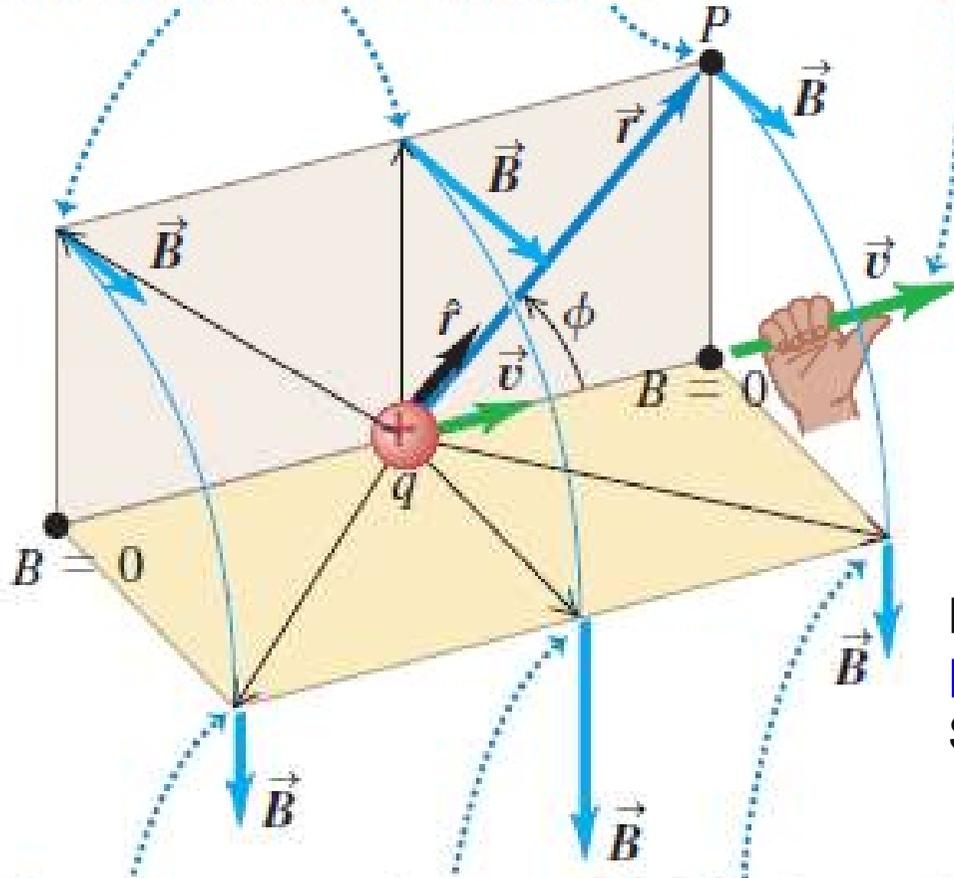
*¿Será verdad también que una carga crea un campo magnético solo cuándo está en movimiento?*

***La respuesta es afirmativa: la carga debe estar en movimiento para crear un campo magnético.***



# Campo magnético de una carga en movimiento

Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  están en el plano color beige, y  $\vec{B}$  es perpendicular a este plano.



Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  están en el plano color dorado, y  $\vec{B}$  es perpendicular a este plano.

**Carga  $q$  en movimiento** (punto fuente)

P: punto de campo o de observación

*Los experimentos muestran que el campo magnético  $B$ , creado por una carga puntual  $q$  que se mueve con una velocidad  $v$  constante está dada por la siguiente expresión:*

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$\mu_0/4\pi$  una constante de proporcionalidad

$\mu_0$  es una constante denominada **permeabilidad del vacío**, valor en el S.I. es:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$

$\vec{r}$  vector que va desde el punto fuente al punto del campo P

$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$  es un versor de  $r$  (vector unitario)

# Campo magnético de una carga en movimiento

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

Su módulo vale:  $B = \frac{\mu_0 |q| v \sin \phi}{4\pi r^2}$

$\phi$  es el ángulo que forman los vectores  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{v}$ .

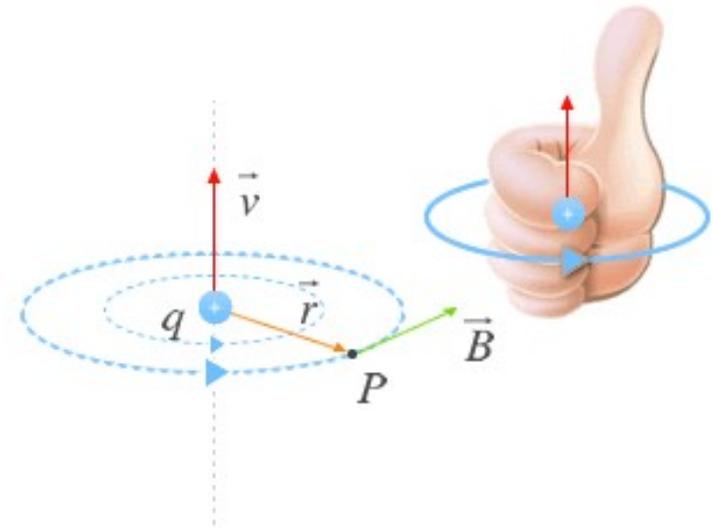
**B no es un campo central** (según la dirección de  $\mathbf{r}$ ) sino que es perpendicular al plano que determinan  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{v}$ .

La dirección y sentido se pueden determinar por:

**Regla de la mano derecha para el campo magnético debido a una carga positiva que se mueve a velocidad constante:**

Pulgar derecho en dirección y sentido de la velocidad, los dedos cerrados alrededor de la carga determina la dirección y sentido de las líneas del campo magnético.

(Si la carga es negativa, las líneas del campo van en sentido opuesto).



Para una carga puntual que se mueve con una cierta velocidad  $\mathbf{v}$ , las líneas de campo magnético son *círculos con centro en la línea que pasa por q determinada por v* y que se encuentran en planos perpendiculares a esta línea.

# Campo magnético de un elemento de corriente – Ley de BIOT-SAVART

También hay un principio de superposición de campos magnéticos:  
**el campo magnético total generado por varias cargas en movimiento es la suma vectorial de los campos generados por las cargas individuales.**

Campo magnético generado por un segmento pequeño  $dl$  de un conductor que transporta corriente, cuyo volumen es  $A dl$ , ( $A$  área de la sección del conductor). Si hay  $n$  partículas cargadas en movimiento por unidad de volumen, cada una con una carga  $q$ , la carga total  $dQ$  que se mueve en el segmento es:  **$dQ=nqAdl$** . Las cargas en movimiento en este segmento equivalen a una carga  $dQ$  que viaja con velocidad  $v_d$  (velocidad de deriva).  
(Los campos magnéticos debidos a los movimientos al azar de las cargas, en promedio, se cancelarán en cada punto)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ| v_d \sin \phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n|q|A dl v_d \sin \phi}{r^2}$$

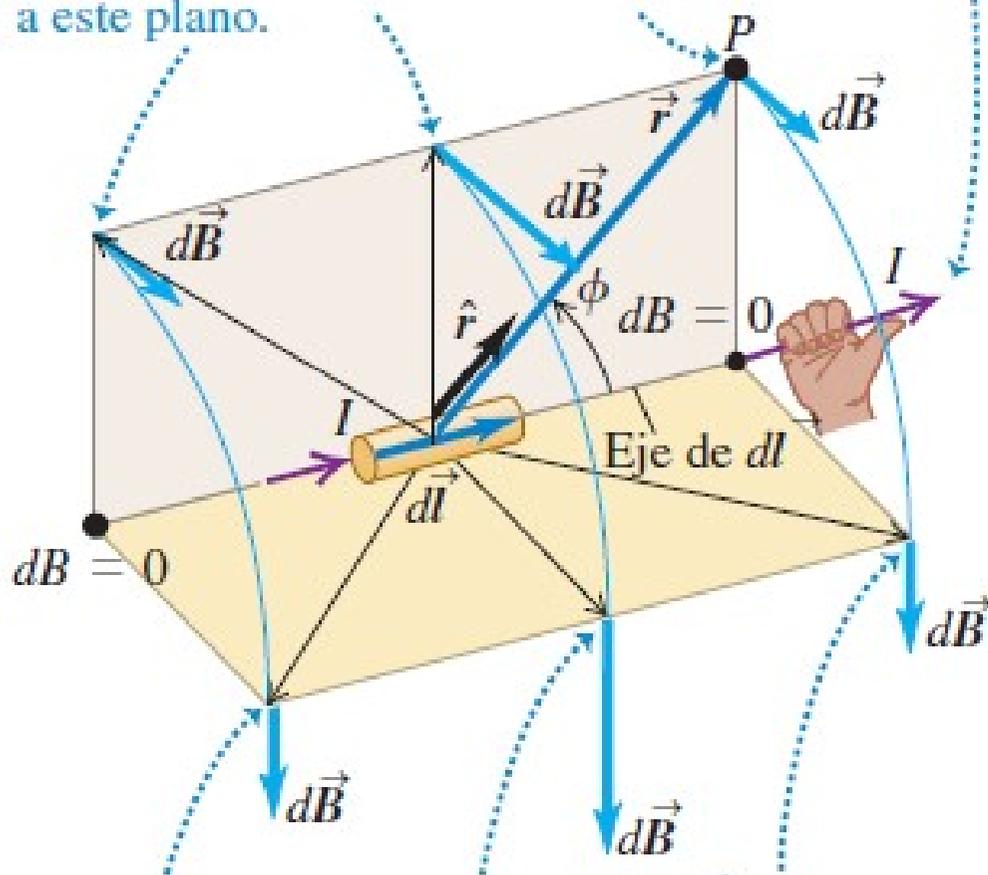
Pero, la corriente  $I$  es:  $(n|q|v_d)A = I$

Por lo que podemos escribir: 
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \phi}{r^2}$$



# Campo magnético de un elemento de corriente – Ley de BIOT-SAVART

Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $d\vec{l}$  están en el plano color beige, y  $d\vec{B}$  es perpendicular a este plano.



Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $d\vec{l}$  encuentran en el plano color dorado, y  $d\vec{B}$  es perpendicular a este plano.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \phi}{r^2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$d\vec{l}$  vector de longitud  $dl$ , con dirección y sentido de la corriente en el conductor

Campo magnético total en cualquier punto del espacio debido a la corriente en un circuito completo, se integra la ecuación con respecto a todos los segmentos que conduzcan corriente:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

# Campo magnético de un elemento de corriente – Ley de BIOT-SAVART

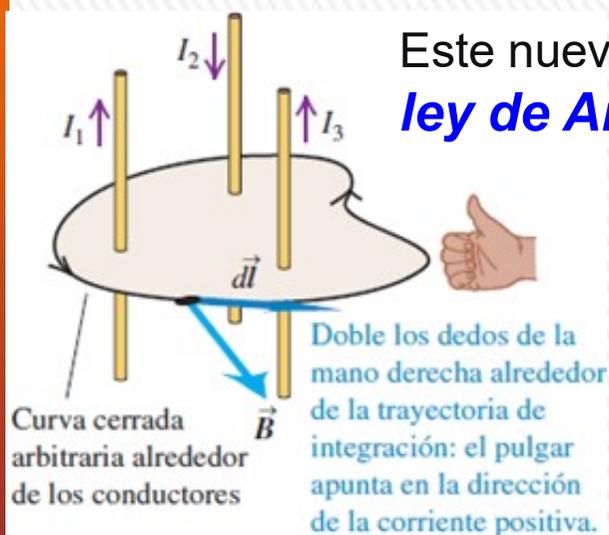
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \phi}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

**Ley de Biot y Savart:** J.B.Biot (1774-1862) y F. Savart (1791-1841) que llegaron a una expresión que da el valor del campo magnético en algún punto del espacio, en función de la corriente que lo produce.

Un enfoque más fundamental de los campos magnéticos hace uso de una ley que aprovecha la simetría presente en ciertos problemas para simplificar el cálculo de B. Esta ley se considera más fundamental que la ley de Biot-Savart y conduce a otra de las cuatro ecuaciones fundamentales del electromagnetismo (o de Maxwell).



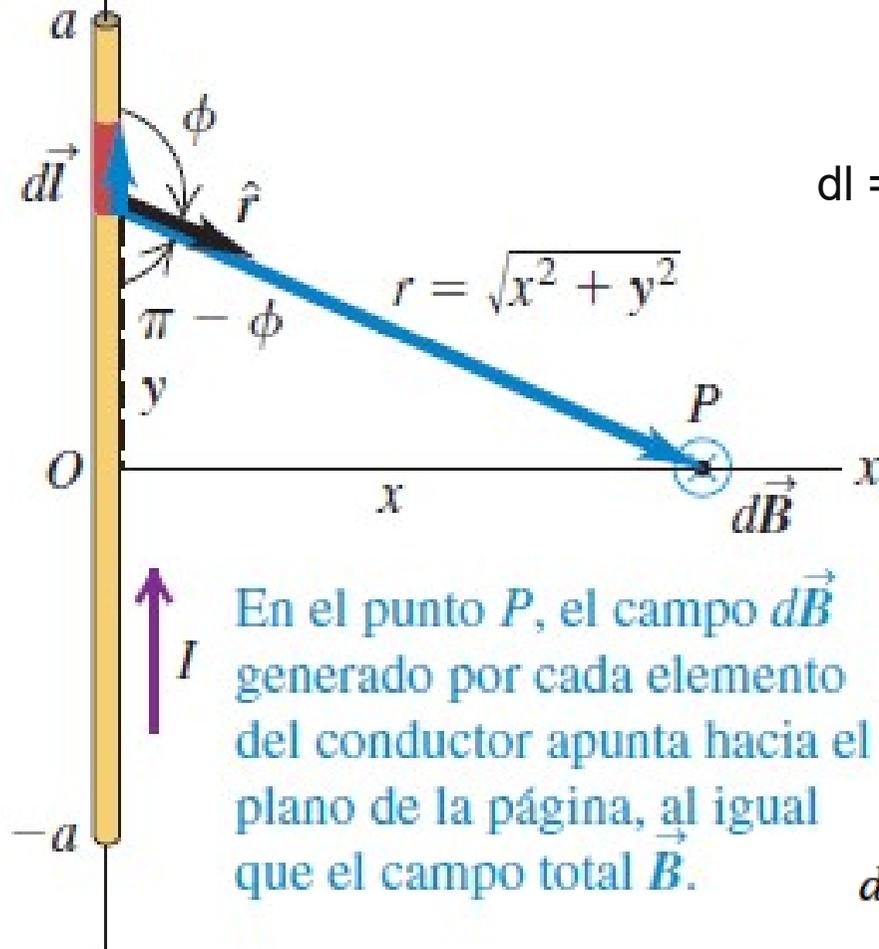
Este nuevo resultado es lo que constituye la **ley de Ampere:**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

Expresa que la integral de línea de  $\vec{B} \cdot d\vec{l}$  alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual  $\mu_0 I_{enc}$ , donde  $I_{enc}$  es la corriente estable total a través de cualquier superficie acotada por la trayectoria cerrada.

# Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

Conductor recto longitud  $2a$  con corriente  $I$ ,  
 Campo en punto a distancia  $x$  del conductor, sobre la bisectriz perpendicular.



$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \phi}{4\pi r^2}$$

$$dl = dy \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\sin \phi = \sin(\pi - \phi) = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Por la regla de la mano derecha se tiene que

$$d\vec{l} \times \hat{r}$$

es perpendicular al plano de la figura, entrante

$$dB = \frac{\mu_0 I dy}{4\pi x^2 + y^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I dy}{4\pi x^2 + y^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\mu_0 x I dy}{4\pi (x^2 + y^2)^{3/2}}$$

# Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dy}{x^2 + y^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{x I dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Para resolver esta primitiva podemos recurrir a una tabla de integrales, por ejemplo Manual Bronshtein

Notación:  $X = x^2 + a^2$

$$206) \int \frac{dx}{\sqrt{X^3}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{X}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{xy}{x^2 \sqrt{x^2 + y^2}} \Big|_{-a}^a \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(a + a)}{x \sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x \sqrt{x^2 + a^2}}$$



# Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(a + a)}{x\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Si  $2a \gg x$ , se puede considerar infinitamente largo.

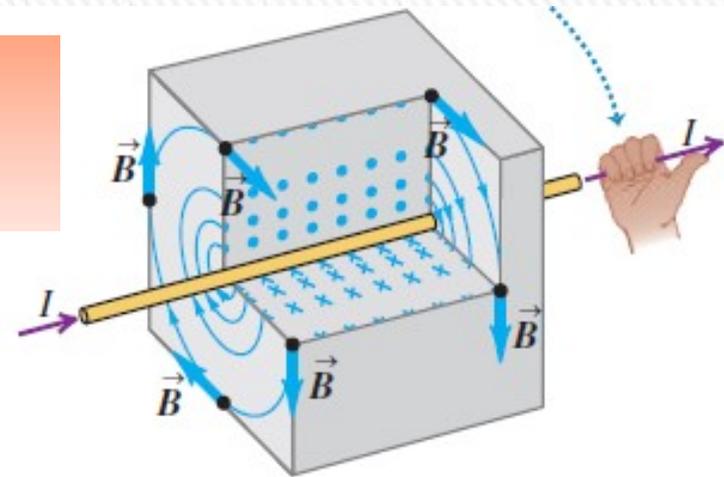
si  $a \gg x$  entonces:  $\sqrt{x^2 + a^2} \approx a$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

Si  $a \rightarrow \infty$  hay simetría con respecto al eje  $y$ ,  $B$  tiene la misma *magnitud* en todos los puntos de un círculo con centro en el conductor y que se encuentre en un plano perpendicular a él, y la *dirección* de  $B$  debe ser tangente en cualquier parte del círculo. Así, en todos los puntos de un círculo de radio  $r$  alrededor del conductor, la *magnitud*  $B$  es

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Campo cerca de un conductor largo y recto portador de corriente



# Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

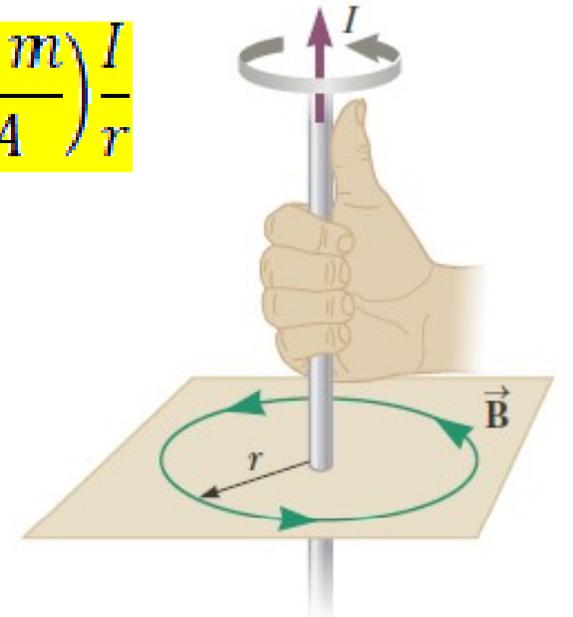
$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \left(2,00 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}\right) \frac{I}{r}$$

Las líneas de campo magnético son circunferencias concéntricas al alambre.

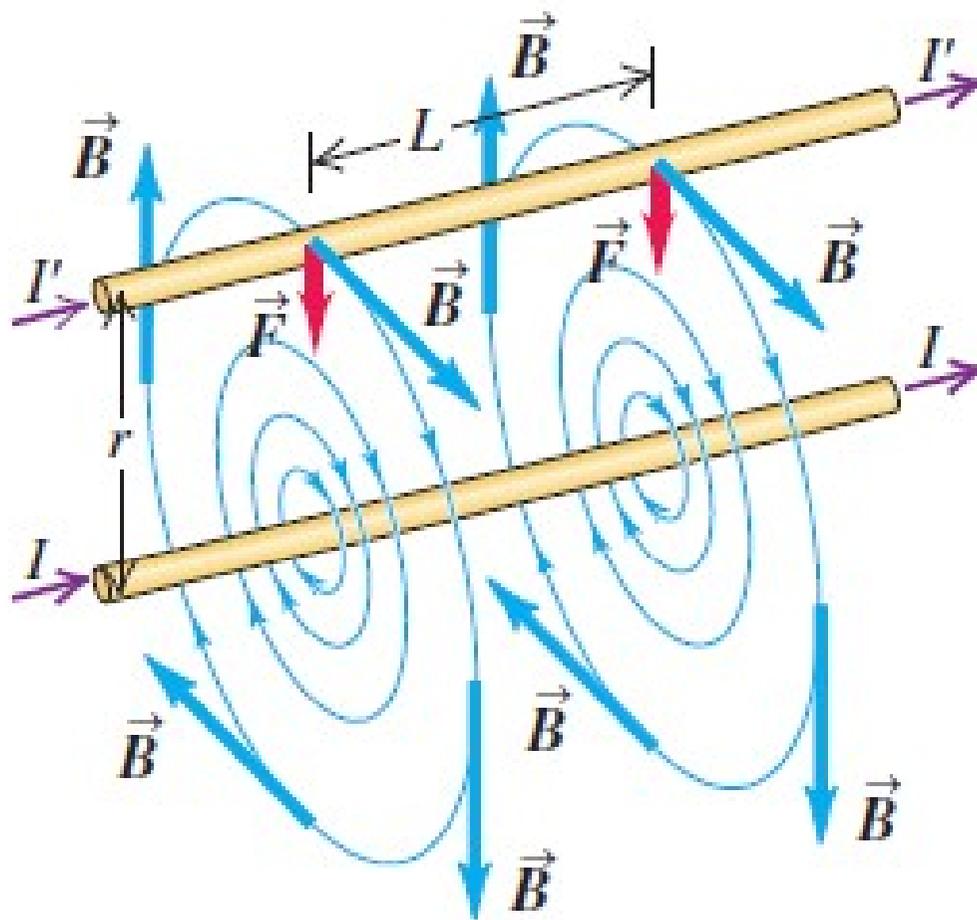
El sentido del campo está dado por la regla de la mano derecha, como se muestra en la figura.

## ATENCIÓN:

Si bien este resultado es exacto sólo si la longitud del alambre es infinito, se puede usar como buena aproximación cuando la distancia donde se calcula el campo es mucho menor que la longitud del alambre y se desprecian los efectos de borde.



# Fuerza entre dos conductores paralelos



Dos conductores largos, rectos y paralelos, separados una distancia  $r$  con corrientes  $I$  e  $I'$  en el mismo sentido.

Cada conductor se encuentra en el campo magnético producido por el otro, por lo que cada uno experimenta una fuerza.

El conductor inferior produce un campo en la posición del conductor de arriba dado por:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

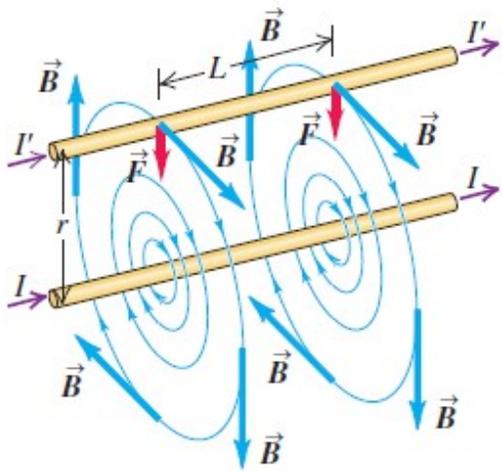
Un segmento del conductor superior experimenta una fuerza dada por:  $F = BI'L$

$$F = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} I' L$$

La fuerza por unidad de longitud vale:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

# Fuerza entre dos conductores paralelos



$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

Regla de la mano derecha: fuerza sobre conductor superior dirigida *hacia abajo* (atraída hacia el inferior).

La corriente en el conductor *superior* también origina un campo en la posición del inferior.

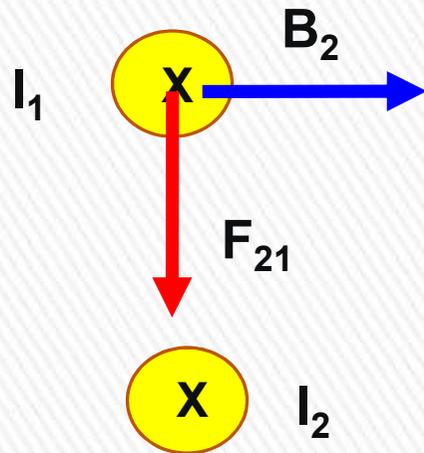
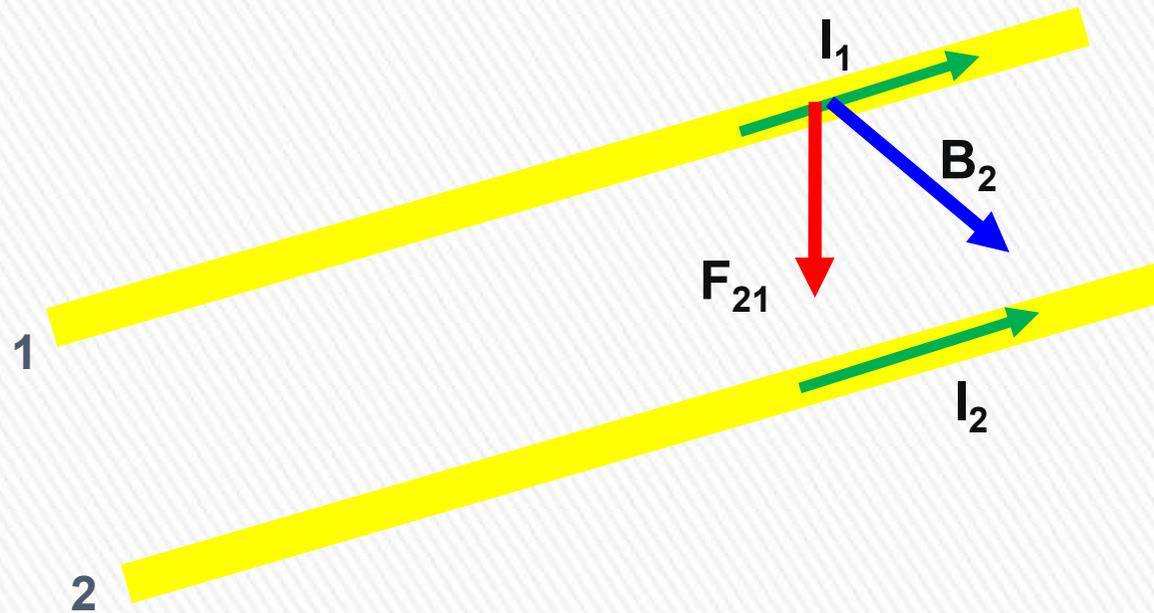
Operando en forma similar, se puede ver que la fuerza sobre el conductor inferior va *hacia arriba*, y tiene igual magnitud de  $F/L$ .

Dos conductores paralelos que transportan corriente en el mismo sentido se atraen uno al otro.

Si se invierte el sentido de cualquiera de las corrientes, las fuerzas también se invierten. Dos conductores paralelos que transportan corriente en sentidos opuestos se repelen entre sí.

**Conductores paralelos que llevan corrientes en un mismo sentido se atraen, conductores paralelos que llevan corrientes en sentidos opuestos se repelen.**

# Fuerza entre dos conductores paralelos



$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$$

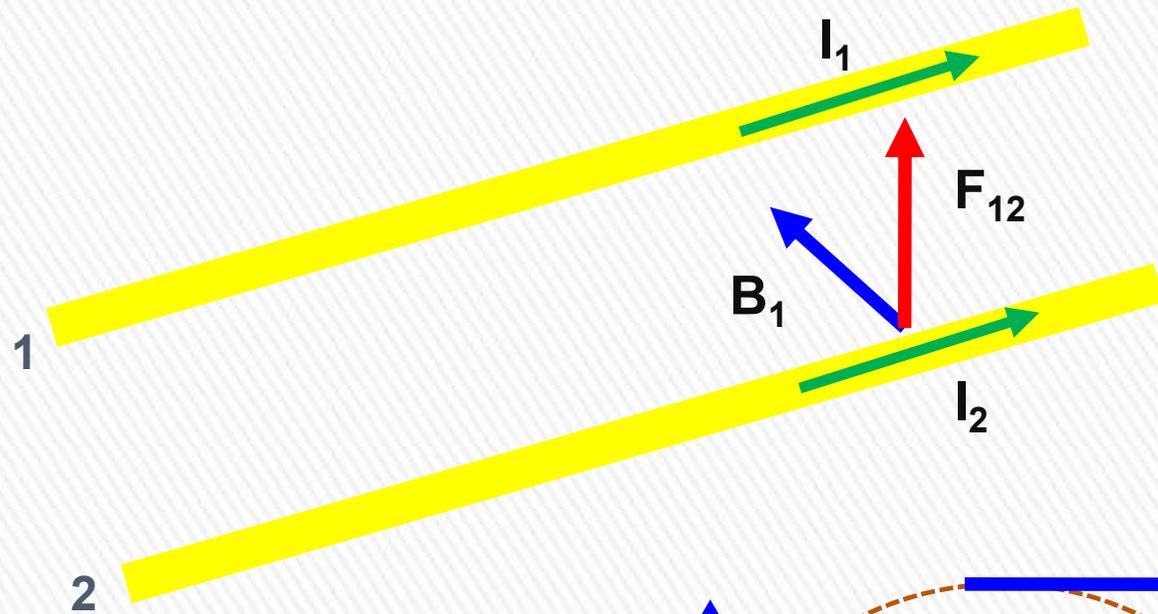
$$F_{21} = B_2 I_1 L$$

$$F_{21} = \frac{\mu_0 I_2 I_1 L}{2\pi r}$$

$$\frac{F_{21}}{L} = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi r}$$



# Fuerza entre dos conductores paralelos

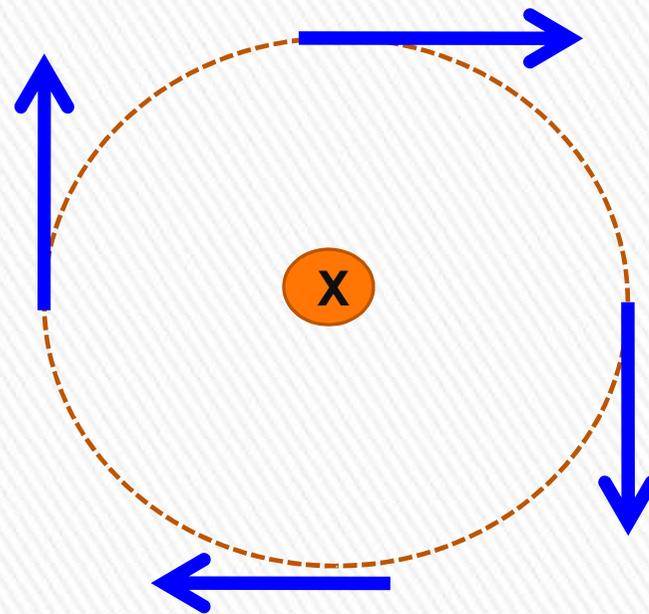
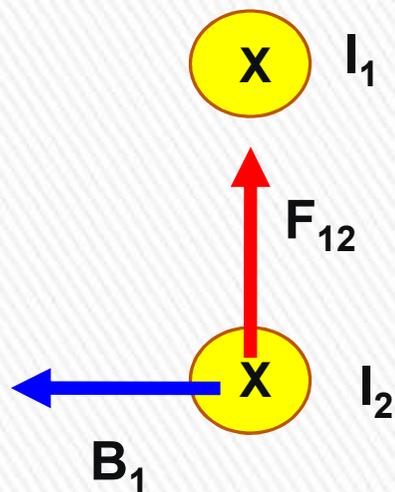


$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

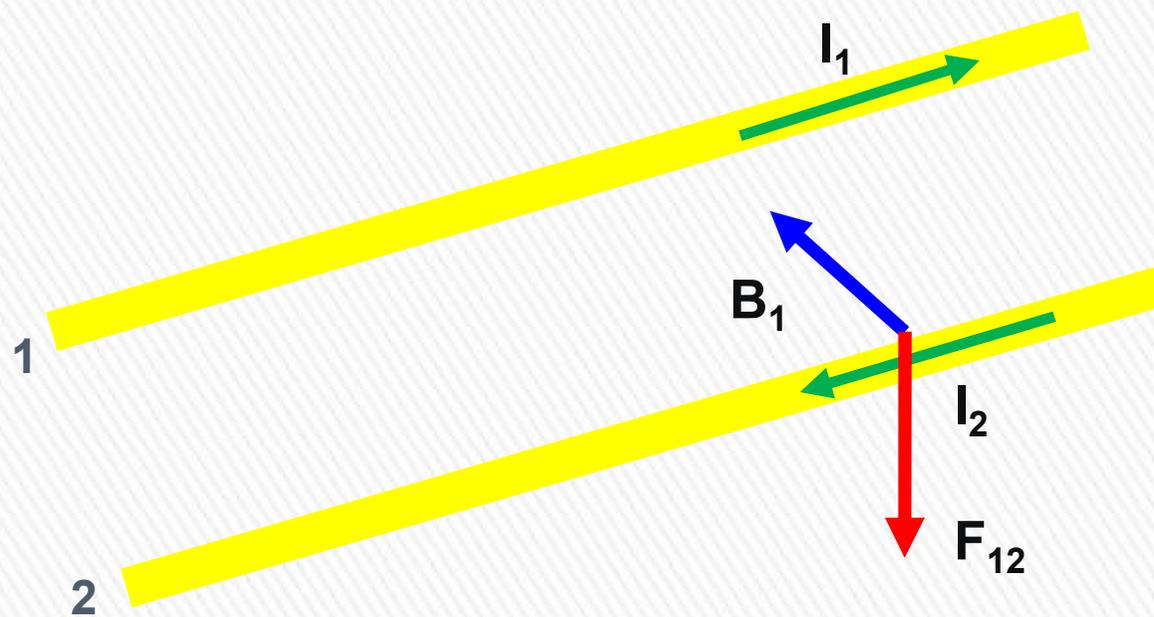
$$F_{12} = B_1 I_2 L$$

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r}$$

$$\frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$



# Fuerza entre dos conductores paralelos

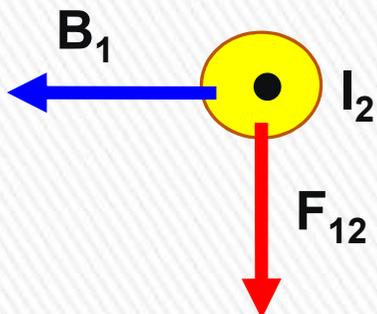


$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$F_{12} = B_1 I_2 L$$

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r}$$

$$\frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$



# Fuerza entre dos conductores paralelos

**Fuerzas magnéticas y la definición de ampere-** La atracción o repulsión entre dos conductores rectos, paralelos y portadores de corriente es la base de la definición oficial del **ampere en el SI**:

***Un ampere es la corriente constante que, si está presente en dos conductores paralelos de longitud infinita y separados por una distancia de un metro de espacio vacío, provoca que cada conductor experimente una fuerza de exactamente  $2 \times 10^{-7}$  newtons por metro de longitud***

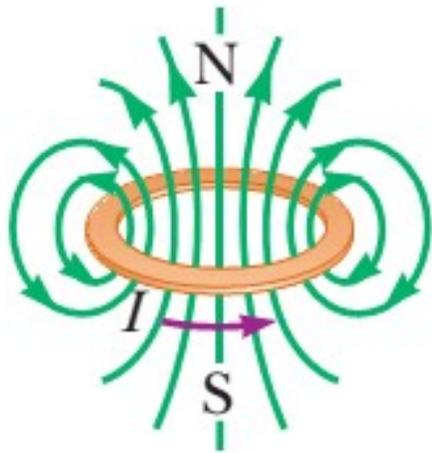
$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r} = 2 \times 10^{-7} \frac{I I'}{r}$$



# Campo magnético de una espira circular de corriente

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

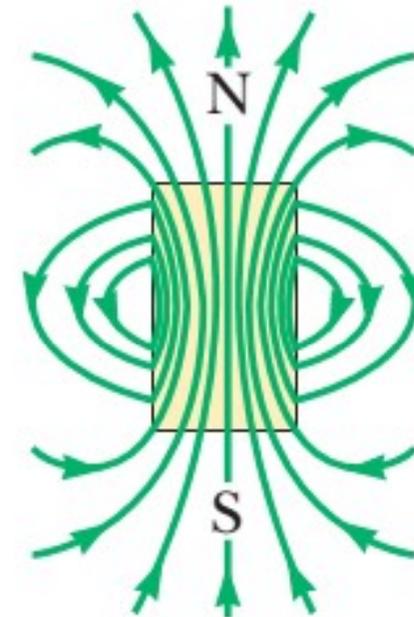
El campo en el centro ( $x=0$ ) vale:  $B = \frac{\mu_0 I}{2a}$



a)



b)

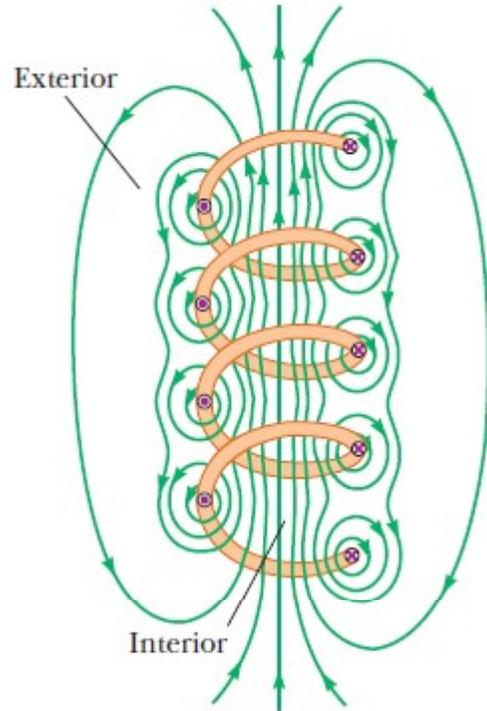


c)

- a) Líneas de campo magnético que rodean un lazo de corriente.
  - b) Líneas de campo magnético que rodean un lazo de corriente, mostradas con limaduras de hierro.
  - c) Líneas de campo magnético que rodean un imán de barra.
- Note la similitud entre este patrón de líneas y el de un lazo de corriente

© Richard Megna, Fundamental Photographs

# Campo magnético creado por un solenoide



Un solenoide es un alambre largo enrollado en forma de hélice.

Puede producirse un campo magnético bastante uniforme en el *interior del solenoide cuando éste lleva una corriente*.

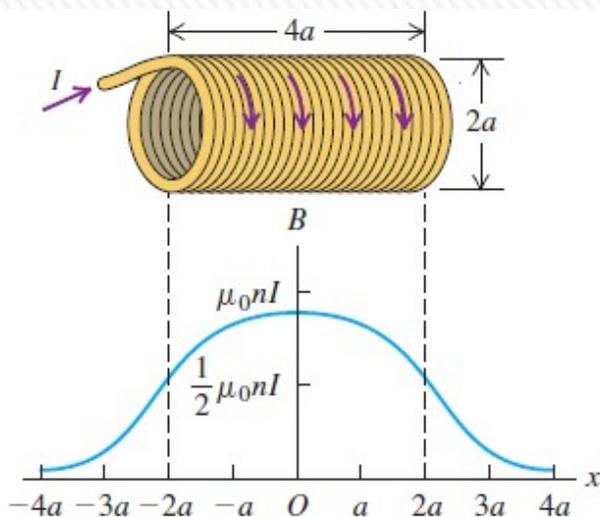
Si hay poco espacio entre las vueltas, cada una puede tratarse como si fuera una espira circular, y el campo magnético neto es la suma vectorial de los campos que resultan de todas las vueltas.

Para un solenoide largo, con  $n$  espiras por unidad de longitud se puede utilizar la siguiente aproximación.

En el interior el campo es uniforme y vale:

Y en el exterior:  $B=0$ .

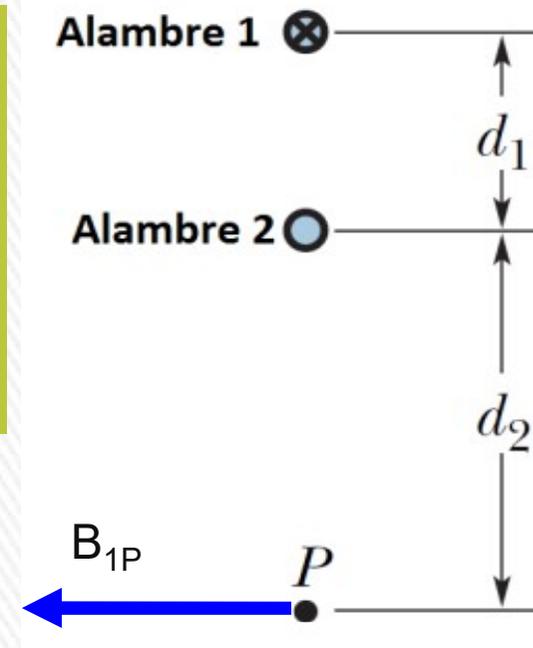
$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L} I$$



Campo magnético de un solenoide real

## EJEMPLO: ejercicio 3.2.2

**3.2.2-** Dos alambres paralelos rectos y largos, perpendiculares al plano de la página están separados por una distancia  $d_1 = 7,50$  cm. El alambre 1 conduce una corriente entrante  $I_1 = 6,50$  A. ¿Cuál debe ser la corriente (magnitud y sentido) en el alambre 2, para que el campo magnético resultante en el punto  $P$ , situado a una distancia  $d_2 = 15,0$  cm, sea cero?



Considero el campo ( $B_{1P}$ ) que crea el alambre 1 en  $P$ .

Entonces el campo ( $B_{2P}$ ) que debe crear el alambre 2 en  $P$  debe tener la misma magnitud y sentido contrario:  $B_{1P} = B_{2P}$

Por tanto la corriente por el alambre 2 debe ser saliente (sentido contrario a la del alambre 1).

$$B_{1P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d_1 + d_2)} \quad B_{2P} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \quad \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d_1 + d_2)} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$$

$$\frac{I_1}{d_1 + d_2} = \frac{I_2}{d_2} \quad I_2 = \frac{d_2}{d_1 + d_2} I_1 \quad I_2 = \frac{15,0}{7,50 + 15,0} 6,50 = 4,33 \text{ A}$$

**$I_2 = 4,33$  A saliente**