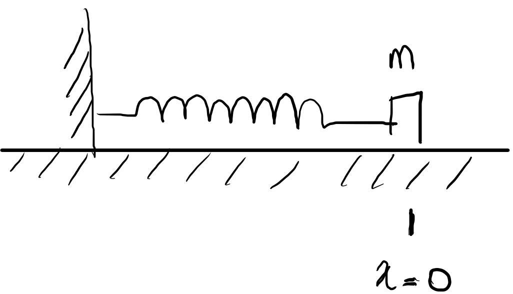
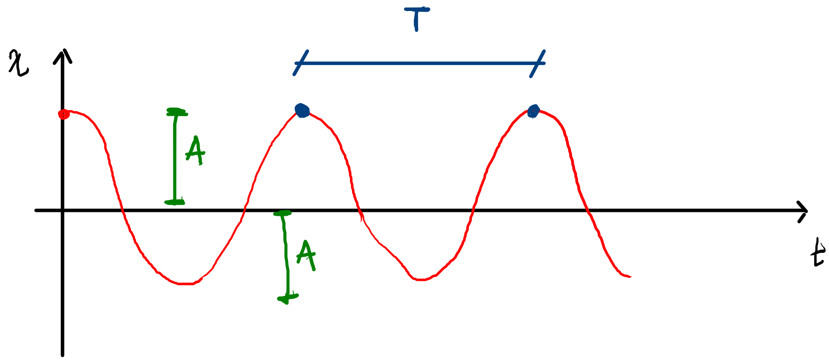
MOVIMIENTO OSCILATORIO

$f \equiv \frac{1}{T} \qquad \omega = 2\pi f$

- Fuerza restaurativa
- Producen los mov. osc.





- Amplitud, frecuencia, periodo

M.A.S: movimiento armónico simple

↳ sistema masa resorte: $m\ddot{x} = m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$

$$\text{aceleración} = a = \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\boxed{\ddot{x}} = -\underbrace{\frac{k}{m}}_{=\omega^2} x = \boxed{-\omega^2 x = a}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v = \dot{x}$$

$$\cos \xrightarrow{\frac{d}{dt}} -\text{sen} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} -\cos$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$= A\sin(\omega t + \phi')$$

$$= A_1 \,\text{sen}(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)$$

$$v(t) = A(-\text{sen}(\omega t + \phi)) \cdot \omega$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{-v_0}{\omega x_0}\right)$$

4.1.2- Utilizando unos órganos sensoriales de sus patas, las arañas pueden detectar vibraciones de sus telas cuando su presa queda prendida de ellas. Al quedar atrapado en una telaraña un insecto de masa 1,00 g hace que la red vibre a 15 Hz.

a) ¿Cuál es la constante elástica de la telaraña?

b) ¿Cuál sería el período de oscilación cuando quedara capturado en la red un insecto de 5,00 g?

a)
$$\left.\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega &= 2\pi f \end{aligned}\right\} \quad \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f$$

elevé a la ²

$$\frac{k}{m} = 4\pi^2 f^2$$

$$k = 4\pi^2 f^2 m = 4\pi^2 (15\ \text{Hz})^2 (1{,}00\times10^{-3}\ \text{kg}) = 8{,}9\ \frac{N}{m}$$

$$\boxed{K = 8{,}9\ \frac{N}{m}}$$

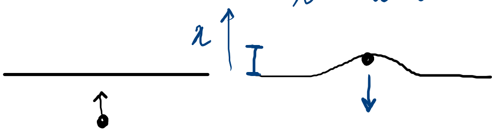
$$T = 0{,}067\ s$$

b)
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\omega/2\pi} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}15\ s$$

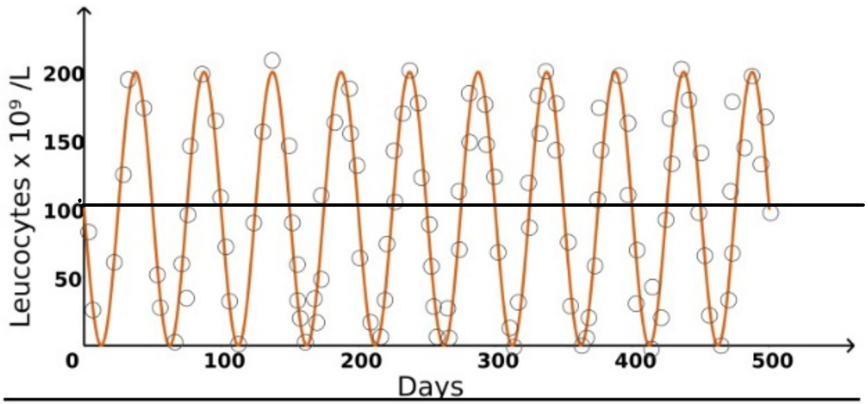
$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$



4.1.3



a) ¿Cuánto vale la amplitud de las oscilaciones de la concentración de leucocitos? ¿Cuánto vale el período, su frecuencia y la frecuencia angular?

$$A = 100 \text{ Leucocitos} \times 10^9 / L$$

$$C_{eq} = 100 \quad ''$$

$$10\,T = 500 \text{ días}$$

$$T = 50 \text{ días}$$

$$= 50 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

$$T = 4{,}32 \times 10^6 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = 2{,}32 \times 10^{-7} \text{ Hz}$$

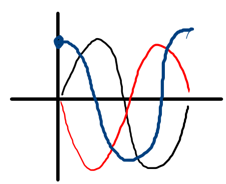
$$\omega = 1{,}45 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b

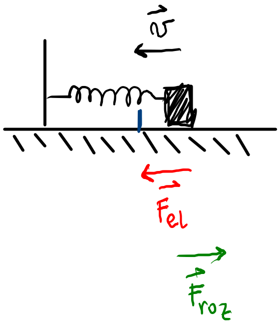
$$\boxed{C_{TOT}(t)} = C_{eq} + C(t) = \boxed{C_{eq} - C_{eq} \operatorname{sen}(\omega t)}$$

$$\frac{d^2C}{dt^2} = -\omega^2 C(t)$$

$$C(t) = -A \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$$



OSCILACIONES AMORTIGUADAS



$$m\ddot{x} = \underbrace{-kx}_{-F_{el}} - b\underbrace{\dot{x}}_{= v} \rightarrow +F_{roz}$$

$$x(t) = \left[A e^{-\frac{b}{2m}t}\right] \cos(\omega' t + \phi)$$

sub: $b < \sqrt{4km}$

a.c. $b = 4km$

sobre $b > \sqrt{4km}$

$$\boxed{\gamma = \frac{b}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

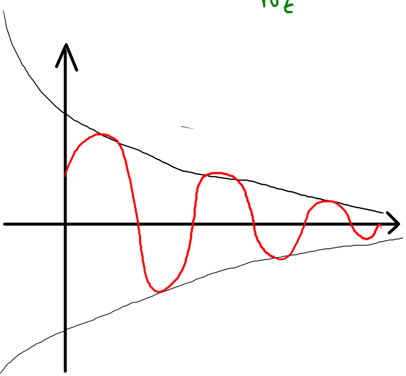
$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

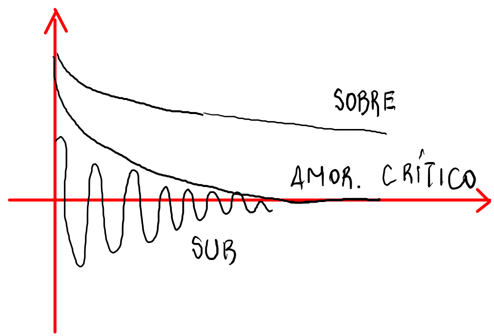
$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

$\downarrow$

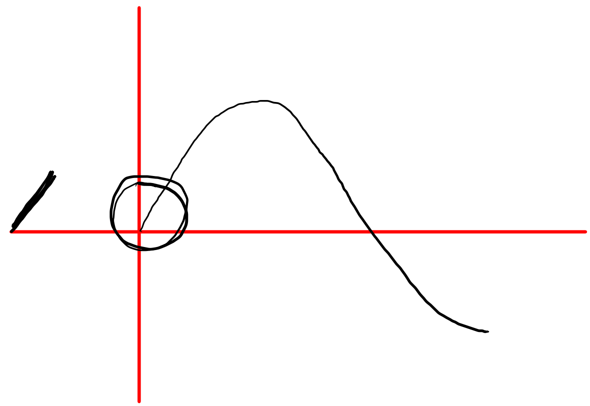
$f' \rightarrow T'$

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$$





b) Queremos modelar la dinámica de la concentración de leucocitos como un oscilador armónico. Basándose en el gráfico, escriba la ecuación diferencial que describe la dinámica de la concentración de leucocitos. Escriba la solución a esta ecuación, esto es, la ecuación de la concentración del número de leucocitos como función del tiempo, considerando la concentración que había en el momento inicial (mostrada en la gráfica).



c) Supongamos que el paciente se comienza a recuperar, y por lo tanto las oscilaciones comienzan a reducirse en amplitud. Si observamos experimentalmente que la amplitud de la concentración de leucocitos cae a la mitad en cuatro períodos, y queremos modelar el sistema como un oscilador amortiguado. ¿Cuánto vale el coeficiente de amortiguamiento?
d) Para el caso anterior escriba la ecuación que gobierna la dinámica de la concentración de leucocitos, su solución asumiendo las mismas condiciones iniciales que en la primera parte, y esboce el gráfico de la concentración de leucocitos como función del tiempo para este caso.

$T = 4,32 \times 10^6 \ s$

c

$C(4T) = \frac{1}{2} C(t=0)$

$C(t) = \underbrace{A e^{-\frac{\gamma t}{2}}}_{A(t)} \cdot \mathrm{sen}(\omega' t)$

$\Rightarrow \cancel{A} e^{-\frac{\gamma}{\cancel{2}} \cdot \cancel{4} T} = \frac{\cancel{A}}{2}$

$e^{-2\gamma T} = \frac{1}{2}$

$\ln(e^x) = x$

$-2\gamma T = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

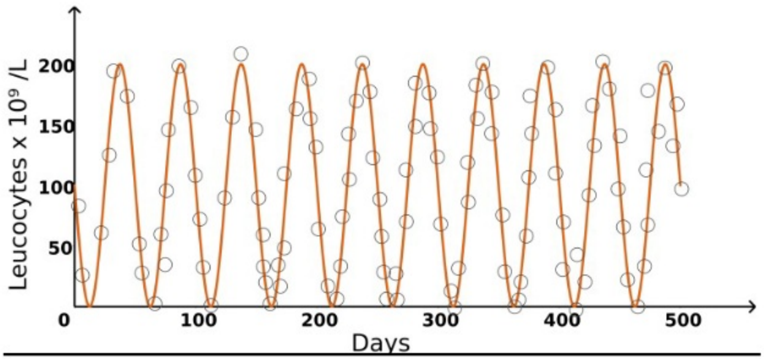
$\gamma = \frac{1}{2T}\left(-\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

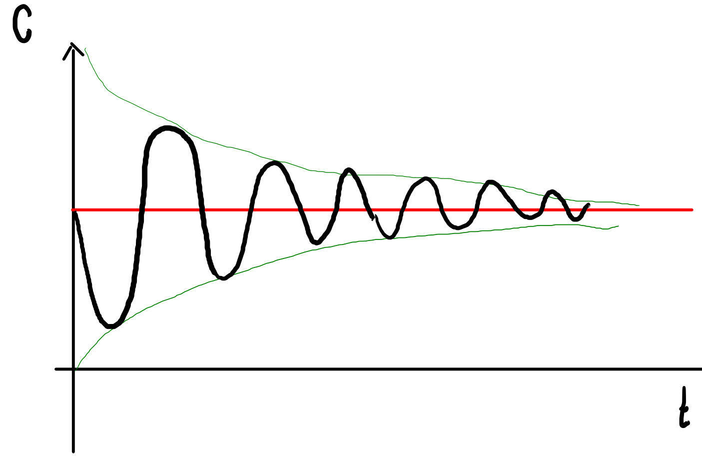
$= \frac{1}{2 \cdot 4,32 \times 10^6 \ s}\left(-\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right) = 8,0 \times 10^{-8} \ \frac{1}{s}$

d

$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}$

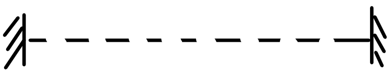
$\ddot{x} = -\omega^2 x - \gamma \dot{x} \rightsquigarrow \ddot{C} = -\omega^2 C - \gamma \dot{C}$

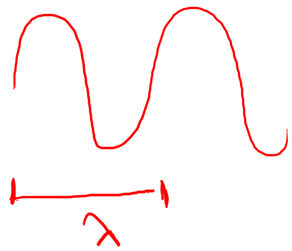

200
150
100
50
Leucocytes x 10⁹ /L
0
100
200
300
400
500
Days


C
t

ONDAS

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$





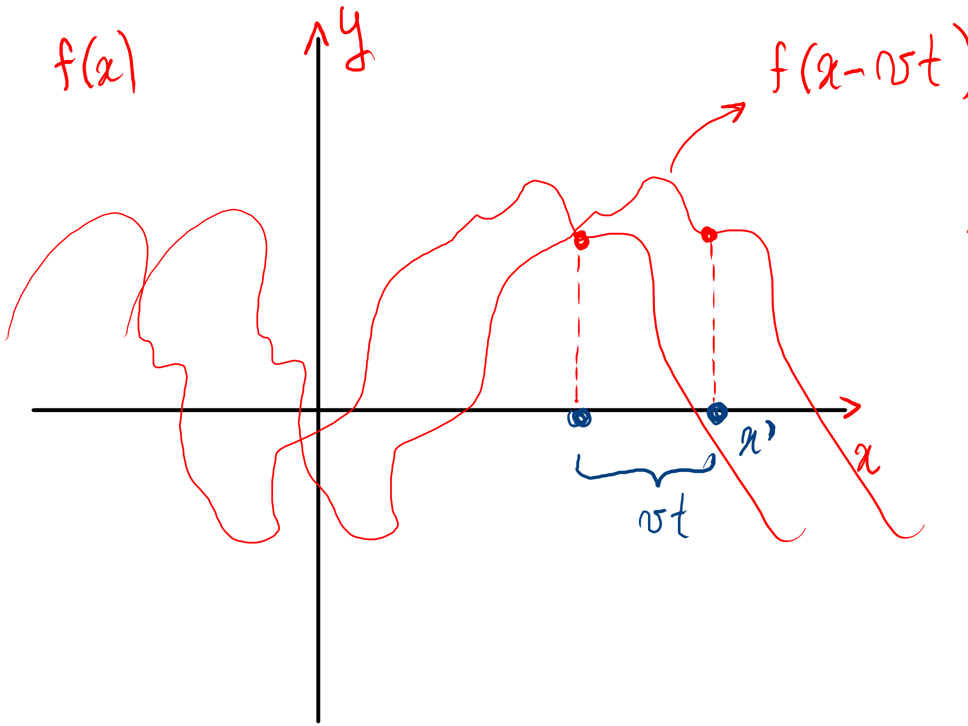
$$v = \lambda f$$

$A \cos \omega t$

$$\boxed{\ddot{x} = -\omega^2 x}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{\ell}\sin\theta \approx -\frac{g}{\ell}\theta$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{\ell}\theta - \gamma\dot{\theta} = -\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\right)^2\theta = -\omega^2\theta$$



$$x \rightarrow x + vt - vt = x$$

$$f(x') = f(x)$$

$$x' =$$