Mecánica cuántica 2022 POSGRADO. Perturbaciones depenientes del tiempo.

22.

Un átomo de hidrógeno se coloca en un campo eléctrico de dirección constante y magnitud E(t):

$E(t) = 0$, $t < 0$
$E(t) = E_0\, e^{-\gamma t}$, $t > 0$.

Calcule la probabilidad de que en $t \to \infty$ el átomo, inicalmente en el estado base, se encuentre en el estado 2s.

23.

Considere un oscilador armónico en el estado base, cuya constante de acoplamiento cambia en t=0 de k a k'.

a. Calcule a probabilidad de encontrarlo en un estado excitado en $t > 0$.

b. Si $k' = k/16$, calcule esta probabilidad y comente.

24.

Considere un átomo de tritio ^3H con un electrón en el estado base, cuyo núcleo decae β^- a ^3He.

a. Indique en qué estados puede encontrarse el electrón luego del decaimiento.

b. Calcule la probabilidad de que continúe en el estado base.

c. Calcule la probabilidad total de excitación y ionización.

25.

Una caja rígida con paredes que se expanden a velocidad constante tiene como conjunto completo de soluciones

$$\Phi_n(x,t) \equiv \sqrt{\frac{2}{w}} \sin\left(\frac{n\pi}{w}x\right) e^{i(mvx^2 - 2E_n^i at)/2\hbar w}.$$

Con $w(t)=a + v\,t$ es la ancho instantáneo de la caja y $E^i_n = n^2\pi^2\,\hbar^2/2ma^2$. La solución general es una combinación lineal de las $\Phi_n(x,t)$

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \Phi_n(x,t);$$

con los coeficientes c_n independientes del tiempo.

a. Verifique que las Φ_n satisfacen la ecuación de Schrodinger con condiciones de borde apropiadas.

b. Suponga que en el instante inicial la función de onda es la del estado base. Muestre que los coeficientes entonces son

$$c_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} e^{-i\alpha z^2}\sin(nz)\sin(z)\,dz.$$

donde $\alpha \equiv mva/2\pi^2\hbar$ es una medida adimensional de la velocidad con que la caja se expande.

c. El tiempo de evolución externo al sistema cuando la caja se expande al doble de tamaño es $w(T_e) = 2ª$, mientras que el tiempo de evolución interno T_i es el del estado inicial. Calcule estos tiempos y muestre que el régimen adiabático corresponde a $\alpha \ll 1$. En estas condicione scalcule c_n y construya $\Psi(x,t)$ confirmando que es consistente con el teorema adiabático.

d. Muestre que el factor de fase de $\Psi(x,t)$ puede ser escrito de la forma en lo establece el teorema adiabático:

$$\theta(t) = -\frac{1}{\hbar}\int_0^{t} E_1(t')\,dt',$$

con $E_n(t) \equiv n^2\pi^2\hbar^2/2mw^2$ el valor instantáneo de la energía del estado n. Comente el resultado.

26.

Un láser de rayos X de longitude de onda 1 nm tiene una intensidad de 1 MW/cm^2. Este láser incide sobre una muestra de 10^{16} átomos de hidrogeno durante 1 ns. ¿Cuántos átomos son ionizados?

27.

Un espín ½ de factor giromagnético positivo está inicialmente en el estado $|+1/2>$ del operador S_z. Entre t=0 y t=T está sometido a un campo magnético de módulo B en la dirección del eje x.

a. Encuentre, a primer orden, y para t > T, la probabilidad de transición al estado $|-1/2>$.

b. Resuleva ahora el problema exactamente, y encuentre la condición que permite hacer un cálculo a primer orden.