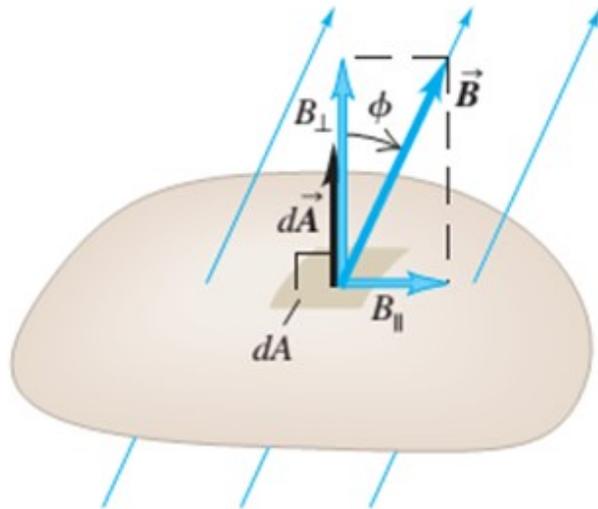


# Repaso de clase anterior



Flujo magnético a través de un elemento de área  $d\vec{A}$ :  
 $d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A} = B_{\perp} dA = B dA \cos \phi$ .

Causa de la inducción electromagnética: cambio del **flujo magnético** en el tiempo a través de un circuito.

**Flujo magnético:**

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A} = B_{\perp} dA = B dA \cos \phi$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA \cos \phi$$

Si  $\vec{B}$  es uniforme sobre un área plana  $\vec{A}$

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \phi$$

**Ley de Faraday de la inducción:**

La fem inducida ( $\varepsilon$ ) en un circuito es igual a menos la derivada respecto al tiempo del flujo magnético ( $\Phi_B$ ) a través del circuito (es decir al negativo de la velocidad con que cambia con el tiempo el flujo magnético).

La fem inducida en una espira cerrada es igual al negativo de la tasa de cambio del flujo magnético a través de la espira con respecto al tiempo.

**Ley de Faraday**

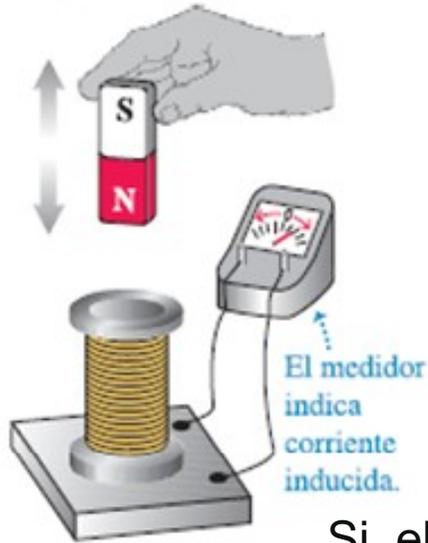
$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

# Repaso de clase anterior

a) Un imán fijo NO induce una corriente en una bobina.



b) Mover el imán acercándolo o alejándolo de la bobina.



La corriente generada se llama **corriente inducida**, y la fem correspondiente que se requiere para generarla recibe el nombre de **fem inducida**.

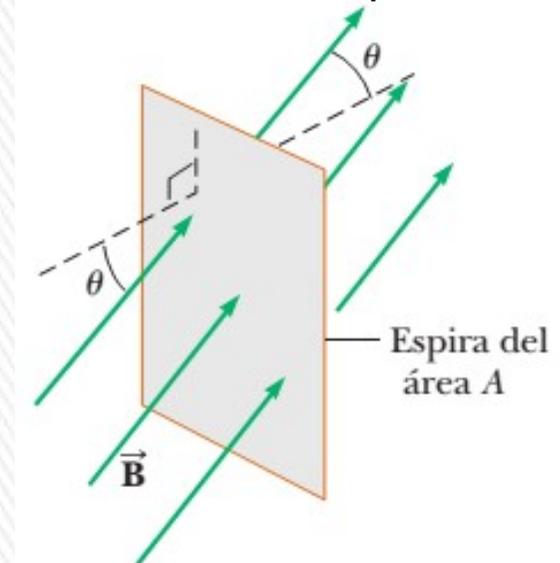
$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Si el campo B es uniforme en un área plana A:

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} (BA \cos \phi)$$

¿cómo se puede generar una fem?

Variando el campo B  
Modificando el área A  
O variando el ángulo  $\theta$



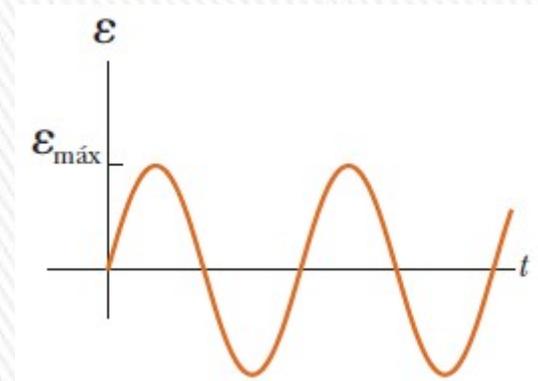
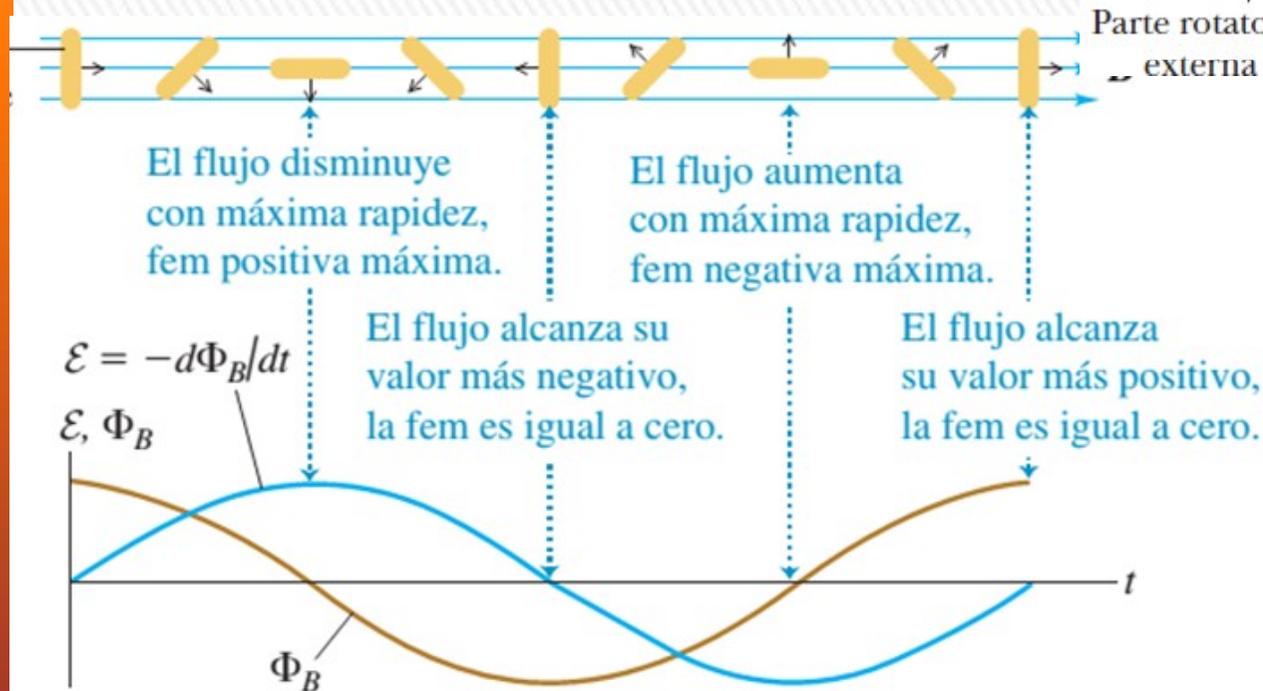
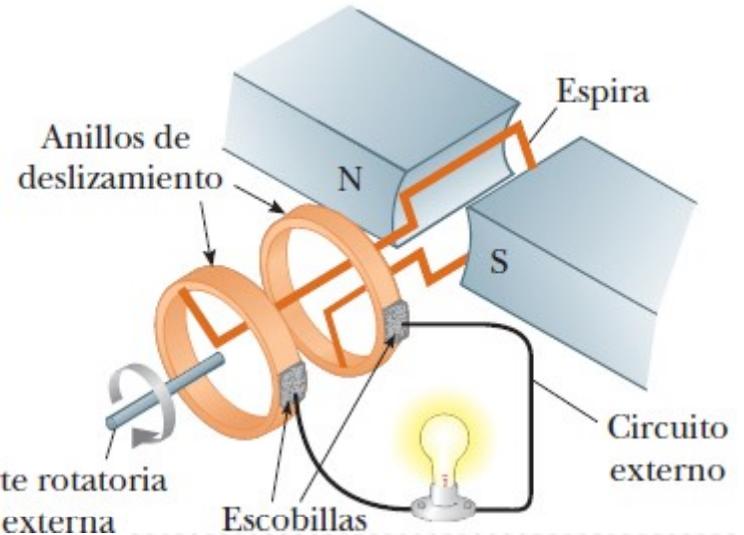
# Repaso de clase anterior

Versión sencilla de un *alternador*, un dispositivo que genera una fem.

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \phi = BA \cos \omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA \cos \omega t) = \omega BA \sin \omega t$$

$$\varepsilon_{MAX} = \omega BA$$



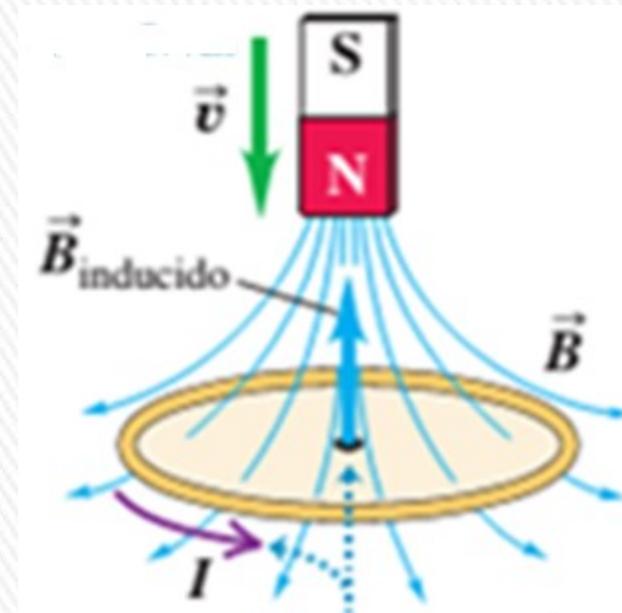
## Repaso de clase anterior

**Ley de Lenz:** Método alternativo conveniente para **determinar el sentido de una corriente o una fem inducidas**.

No es un principio independiente: se puede obtener de la ley de Faraday, pero es más fácil de usar y es consecuencia del principio de conservación de la energía.

**La dirección de cualquier efecto de la inducción magnética es la que se opone a la causa del efecto.**

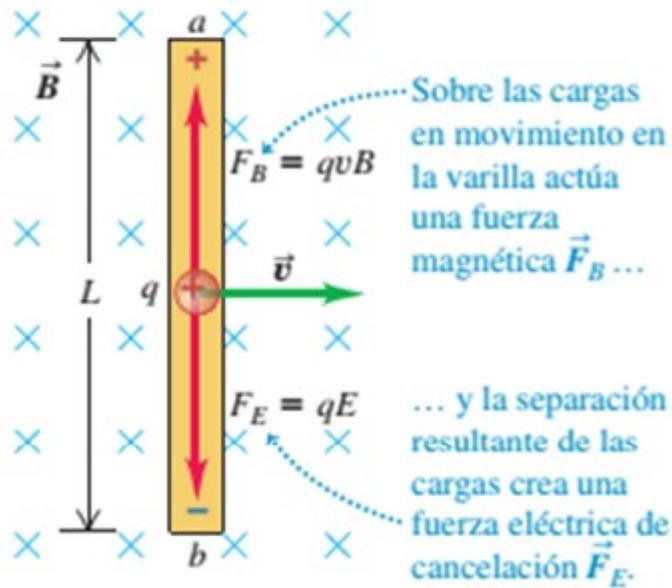
La corriente o fem inducida siempre tiende a oponerse al cambio que la generó, o a cancelarlo.



# Repaso de clase anterior

## FUERZA ELECTROMOTRIZ (fem) DE MOVIMIENTO

a) Varilla aislada en movimiento



$$qE = qvB$$

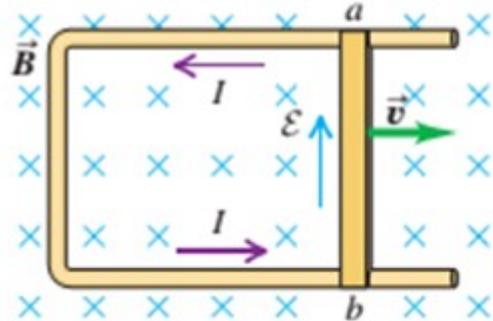
$$V_{ab} = V_a - V_b = E \cdot L = vBL$$

El campo eléctrico establece una corriente en el sentido que se indica.

La varilla móvil se ha vuelto una fuente de fuerza electromotriz

Esta fem se denomina **fuerza electromotriz de movimiento**,  $\varepsilon = vBL$  y se denota con  $\varepsilon$ .

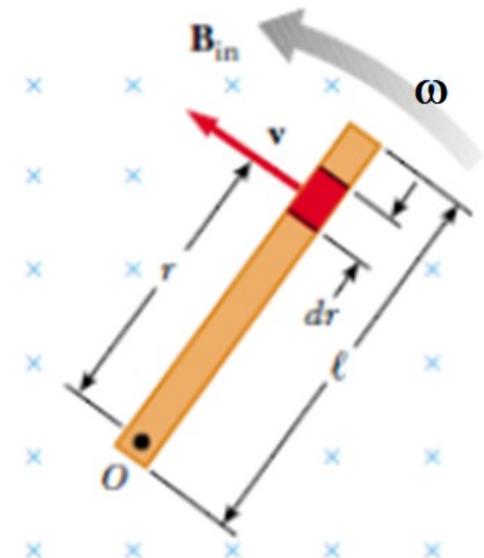
b) Varilla conectada a un conductor fijo



La fem  $\varepsilon$  en la varilla móvil crea un campo eléctrico en el conductor fijo.

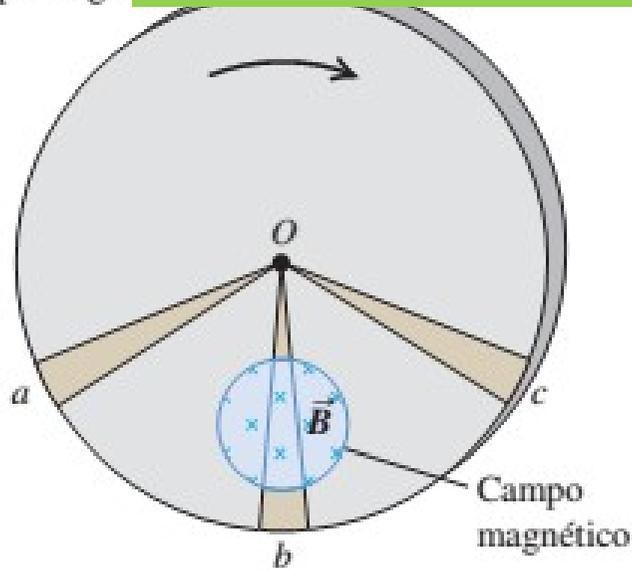
Fem de movimiento inducida en una barra giratoria

$$\varepsilon = \frac{B\omega l^2}{2}$$

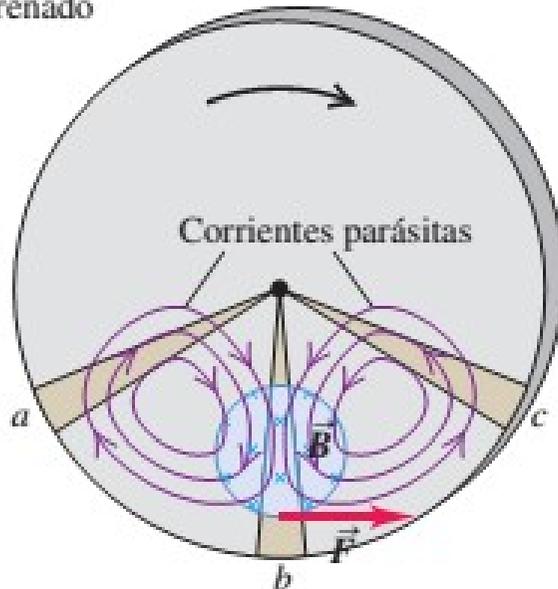


a) Disco metálico en un campo magnético

## CORRIENTES PARÁSITAS (EDDY CURRENT)



b) Corrientes parásitas resultantes y fuerza de frenado



Cuando masas de metal se mueven en campos magnéticos, o están situados en campos magnéticos cambiantes, surgen corrientes inducidas que circulan por todo el volumen del material.

Sus patrones de flujo recuerdan los remolinos en un río y reciben el nombre de **corrientes parásitas**.

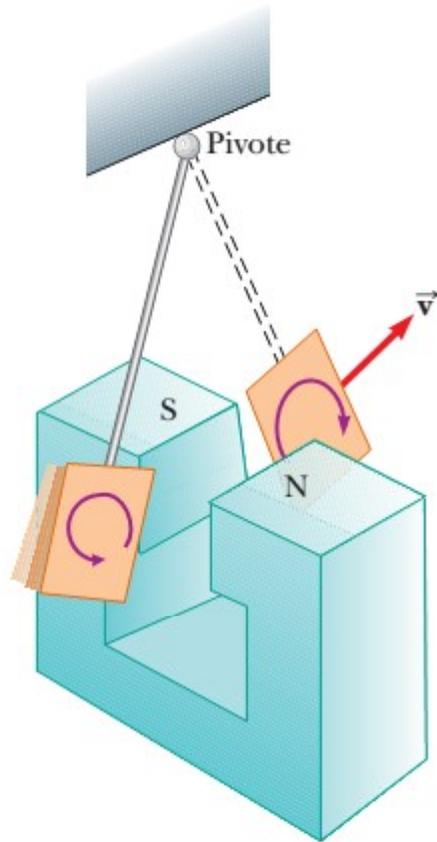
Disco metálico gira en un  $B$  perpendicular al plano del disco, pero confinado a una porción limitada del área del disco.

El sector  $Ob$  se desplaza a través del campo y tiene una fem inducida en él.

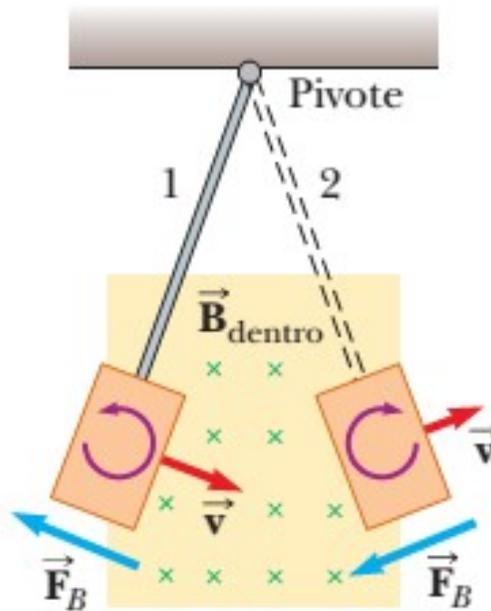
Los sectores  $Oa$  y  $Oc$  no están en el campo, pero constituyen trayectorias de retorno para que las cargas desplazadas a lo largo de  $Ob$  regresen de  $b$  a  $O$ . El resultado es una circulación de corrientes parásitas en el disco, en forma parecida a la que se ilustra en la figura.

De acuerdo a la ley de Lenz el sentido de la corriente inducida en las inmediaciones del sector  $Ob$  debe ser tal que experimente una fuerza magnética que se *opone* a la rotación del disco.

# CORRIENTES PARÁSITAS (EDDY CURRENT)



**Figura 31.21** Formación de corrientes parásitas o de eddy en una placa conductora que se mueve a través de un campo magnético. Como la placa entra o sale del campo, el flujo magnético cambiante induce una fem, que es la que genera corrientes de eddy en la placa.

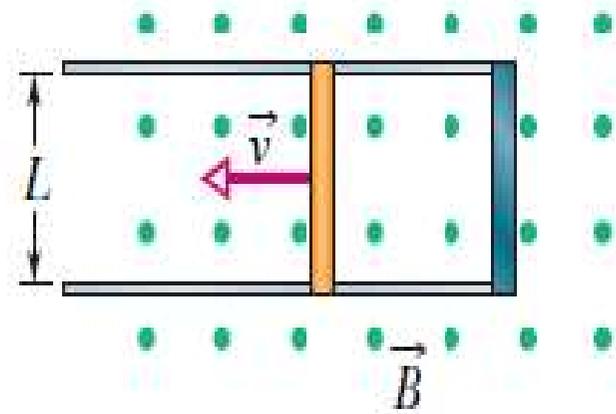


**Usos prácticos:** disco metálico en contador de corriente, hornos de inducción detectores de metal, frenos electromagnéticos.

**Efectos indeseables:** transformador de corriente alterna, las bobinas enrolladas alrededor del núcleo conducen corriente que varía en forma sinusoidal, las corrientes eddys resultantes en el núcleo desperdician energía por calentamiento  $I^2R$  y establecen por sí mismas una fem opuesta indeseable en las bobinas.

## EJEMPLO: ejercicio 3.2.6

La figura muestra una barra conductora de longitud  $L$  que es deslizada a lo largo de rieles conductores horizontales, carentes de fricción, a una velocidad constante  $\mathbf{v}$ . Un campo magnético uniforme  $\mathbf{B}$  ocupa la región en que se mueve la barra. Si  $L=10,8$  cm,  $\mathbf{v} = 4,86$  m/s,  $\mathbf{B} = 1,18$  T, la resistencia de la barra es  $415$  m $\Omega$  y la resistencia de los rieles es despreciable:



- Halle la fem inducida en la barra.
- Calcule la corriente en la espira conductora.
- Determine la fuerza que debe aplicarse por un agente externo a la barra para mantener su movimiento.

$$L=10,8 \text{ cm}, \mathbf{v} = 4,86 \text{ m/s}, \mathbf{B} = 1,18 \text{ T}, R= 415 \text{ m}\Omega$$

$$\text{a) } \varepsilon = BLv = (1,18)(0,108)(4,86) = 0,6193584 \text{ V}$$

$$\varepsilon = 0,619 \text{ V}$$

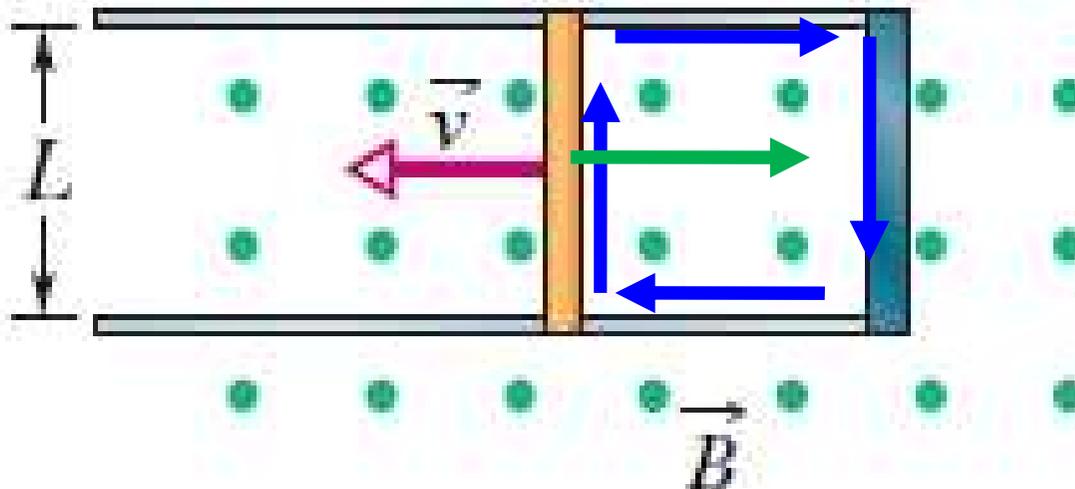
$$\text{b) } I = \varepsilon/R = 0,6193584/0,415 = 1,4924 \text{ A}$$

$$I = 1,49 \text{ A}$$

$$\text{c) } F = BIL = (1,18)(1,4924)(0,108) = 0,190195 \text{ N}$$

$$F = 0,190 \text{ N}$$

## EJEMPLO: ejercicio 3.2.6



Supongo B saliente.  
El flujo magnético  
aumenta con el tiempo.  
Por lo que el  $B_{\text{inducido}}$  se  
debe oponer al existente.  
Por lo tanto la corriente  
en la espira debe ser en  
sentido horario.

La velocidad se está generando la energía interna en la barra es la misma que la velocidad que la fuerza realiza trabajo sobre la barra.

La velocidad se está generando la energía interna en la barra, es la potencia disipada por efecto Joule:

$$\mathcal{P}_{\text{dis.}} = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{(BLv)^2}{R}$$

La velocidad que la fuerza realiza trabajo sobre la barra es la potencia entregada:

$$\mathcal{P}_{\text{ent.}} = F \cdot v = (B \cdot I \cdot L)v = B \left( \frac{BLv}{R} \right) Lv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

$$\mathcal{P}_{\text{ent.}} = F \cdot v = 0,190 \text{ N} \times 4,86 \text{ m/s} = 0,9243 \text{ W}$$

$$\text{Pot.} = 0,924 \text{ W}$$

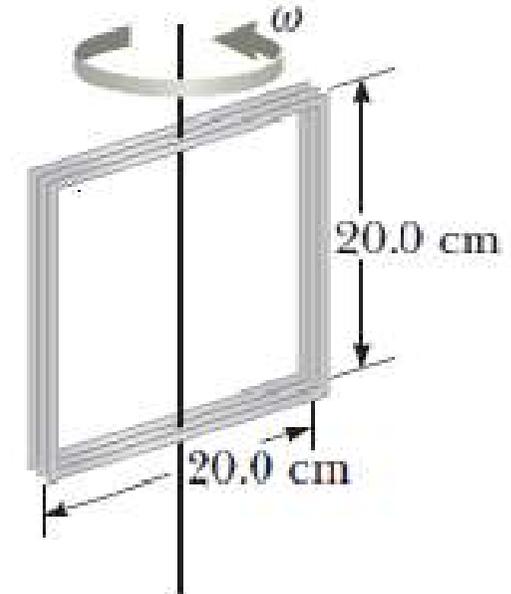
## EJEMPLO: ejercicio 3.2.8

Una bobina cuadrada de 20 cm × 20 cm de 100 vueltas de alambre gira alrededor de un eje vertical a 1500 rpm. La componente horizontal del campo magnético terrestre en la posición de la bobina es  $2,00 \times 10^{-5}$  T.

a) Calcular la máxima fem inducida en la bobina por este campo.

b) Si el alambre tiene una resistencia por unidad de longitud de  $0,10 \Omega/\text{cm}$ , hallar la amplitud de la corriente inducida.

c) ¿Cuánto vale la potencia promedio disipada en calor por la resistencia?



$$\mathcal{E}_{\text{máx.}} = N\omega BA$$

$N = 100$  espiras.

$A = L^2 = (0,20 \text{ m})^2 = 0,040 \text{ m}^2$

$$\omega = \frac{2\pi(1500 \text{ rpm})}{60} = 157,08 \text{ rad/s}$$

$$\mathcal{E}_{\text{máx.}} = N\omega BA = 100(157,08)(2,00 \times 10^{-5})(0,040) = 0,012566 \text{ V}$$

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = 13 \text{ mV}$$

La resistencia de la espira valdrá:  $R = 0,10 \Omega/\text{cm} \times (100 \times 4 \times 20,0) \text{ cm} = 800 \Omega$

$$I_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{R} = \frac{0,012566}{800} = 1,57 \times 10^{-5} \text{ A}$$

$$I_{\text{máx}} = 16 \mu\text{A}$$

$$P_{\text{dis.}} = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{(NBA\omega \sin \omega t)^2}{R}$$

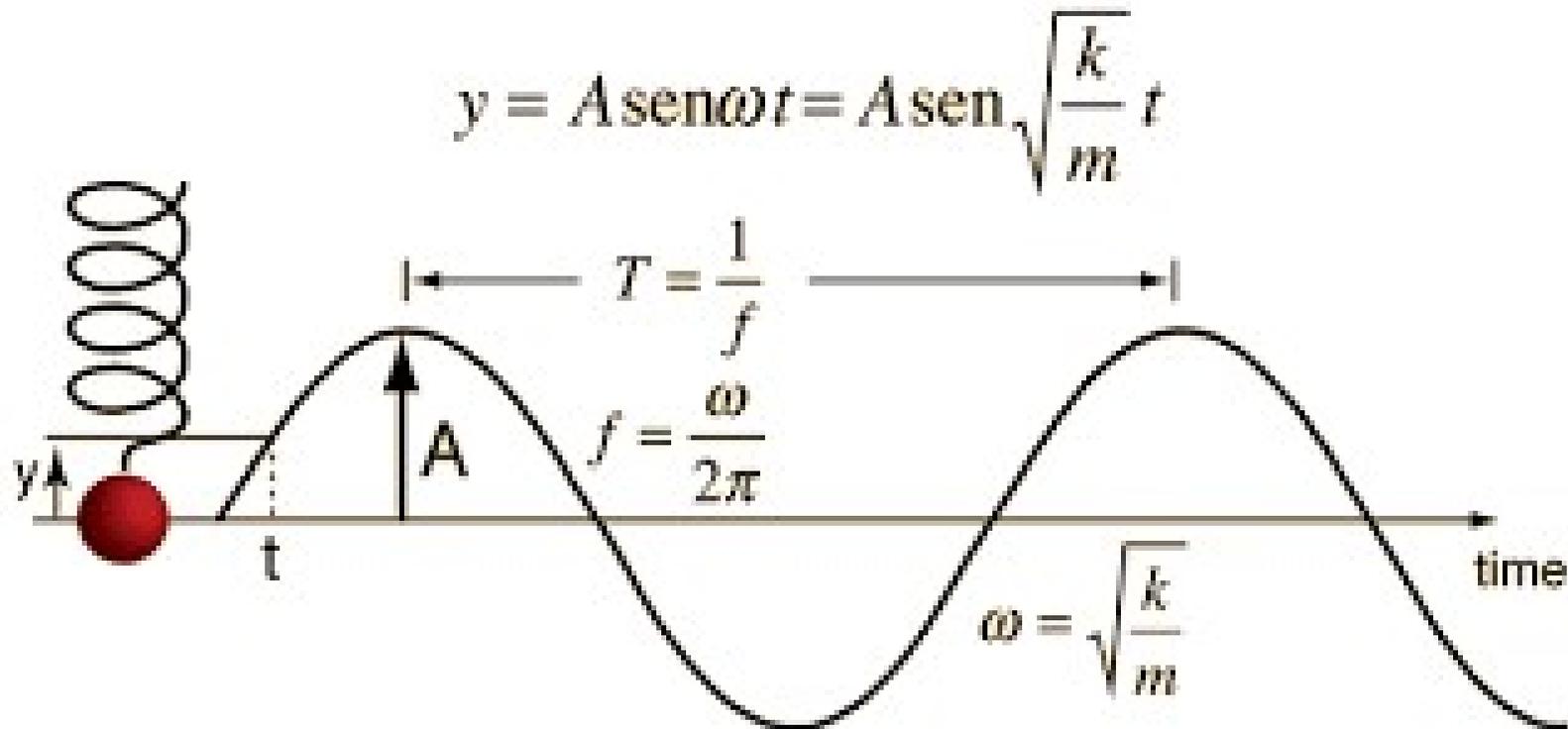
Pero el valor medio de  $\sin^2 \omega t = 1/2$

$$P_{\text{dis. media}} = \frac{(NBA\omega)^2}{2R} = \frac{(12,6 \times 10^{-3})^2}{2 \times 800} = 9,92 \times 10^{-8} \text{ W}$$

$$P_{\text{dis. Med}} = 0,10 \mu\text{W}$$

# MOVIMIENTO PERIÓDICO

## Movimiento Armónico Simple



# INTRODUCCIÓN

**Movimientos que se repiten una y otra vez:** vibraciones de un cristal de cuarzo, péndulo oscilante de un reloj con pedestal, vibraciones sonoras producidas por un instrumento musical o y el movimiento periódico de los pistones de un motor de combustión: **movimiento periódico u oscilación.**

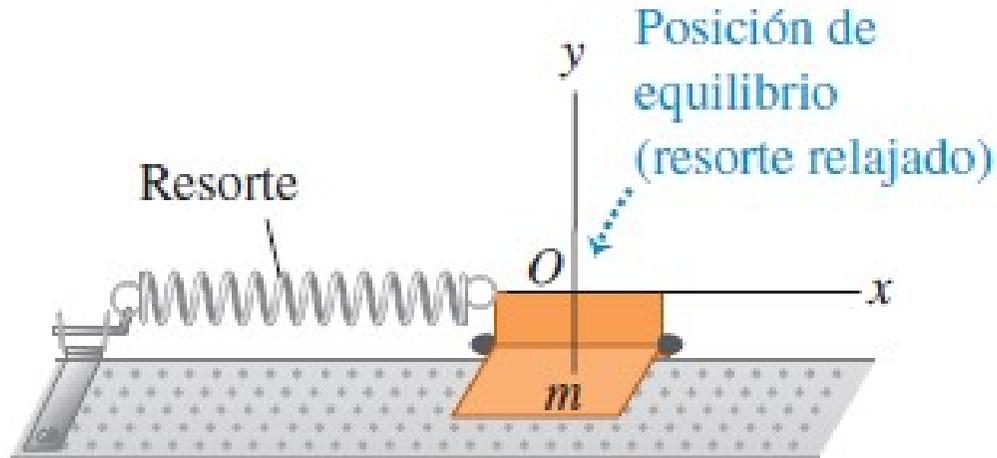
Un cuerpo que tiene **un movimiento periódico se caracteriza por una posición de equilibrio estable:**

cuando se le aleja de esa posición y se suelta, entra en acción una fuerza o torque para hacerlo regresar al equilibrio (**fuerzas o torques de restitución**).

Pero cuando llega ahí ha adquirido cierta energía cinética que le permite continuar su movimiento hasta detenerse del otro lado... donde será impulsado nuevamente hacia su posición de equilibrio.

Sistemas sencillos con movimiento periódico: sistemas masa-resorte y péndulos.

# Descripción de la oscilación



$x$  es el *desplazamiento del cuerpo con respecto al equilibrio* y el cambio de longitud del resorte.

Sistema más sencillo que puede tener movimiento periódico: **sistema masa-resorte ideal**.

Cuerpo de masa  $m$  sobre guía horizontal sin fricción que solo puede desplazarse a lo largo del eje  $x$ , conectado a un resorte ideal (perfectamente elástico y de masa despreciable)

Extremo izquierdo del resorte fijo, y el derecho está unido al cuerpo.

La fuerza del resorte es la única fuerza horizontal que actúa sobre el cuerpo; las fuerzas normal y gravitacional verticales en este caso suman cero.

Fuerza que el resorte ejerce sobre el cuerpo es  $F_x$  y la componente  $x$  de la aceleración,  $a_x$ , está dada por:  $a_x = F_x/m$

# Amplitud, periodo, frecuencia y frecuencia angular

Términos que usaremos al analizar movimientos periódicos de todo tipo:

La **amplitud del movimiento**, denotada con  **$A$** , es **la magnitud máxima del desplazamiento** con respecto al punto de equilibrio, es decir, el valor máximo de  $x$  y siempre es positiva.

Si el resorte es ideal, el rango global del movimiento es  $2A$ .

La unidad de  $A$  en el SI es el metro.

Una **vibración completa, o ciclo**, es un viaje completo (de ida y vuelta), digamos de  $A$  a  $-A$  y de regreso a  $A$ .

El movimiento de un lado al otro, de  $-A$  a  $A$ ) es medio ciclo, no un ciclo completo.

El **periodo,  $T$** , es **el tiempo que tarda un ciclo**, y siempre es positivo. La unidad del periodo en el SI es el segundo, aunque a veces se expresa como “segundos por ciclo”.

La **frecuencia,  $f$** , es **el número de ciclos en la unidad de tiempo**, y siempre es positiva. La unidad de la frecuencia en el SI es el hertz:

$$1 \text{ hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ ciclo/s} = 1 \text{ s}^{-1}$$

La **frecuencia angular,  $\omega$** , es  $2\pi$  veces la frecuencia:  $\omega = 2\pi f$

Su unidad es el rad/s.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ó} \quad T = \frac{1}{f} \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

# Amplitud, periodo, frecuencia y frecuencia angular

## Aplicación Frecuencias de las alas

El colibrí garganta rubí (*Archilochus colubris*) normalmente bate sus alas en aproximadamente 50 Hz, produciendo su sonido característico. Los insectos pueden batir sus alas a un ritmo aún más rápido, desde 330 Hz para una mosca doméstica y 600 Hz para un mosquito, hasta una cifra increíble de 1040 Hz para el diminuto jején (*Ceratopogonidae*).



Por las definiciones de periodo  $T$  y frecuencia  $f$ , es evidente que uno es el recíproco del otro:

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ó} \quad T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$



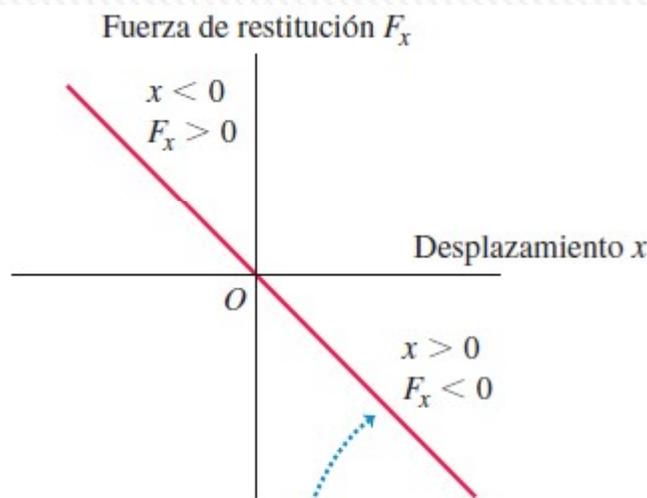
# MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Oscilación más sencilla: cuando la **fuerza de restitución  $F_x$  es directamente proporcional al desplazamiento  $x$  con respecto al equilibrio.**

*Esto ocurre si el resorte es ideal y obedece la ley de Hooke.* La constante de proporcionalidad entre  $F_x$  y  $x$  es *la constante de fuerza  $k$ .*

En ambos lados de la posición de equilibrio,  **$F_x$  y  $x$  siempre tienen signos opuestos:**  **$F_x = -kx$  (fuerza de restitución de un resorte ideal)**

La constante de fuerza  $k$  siempre es positiva y tiene unidades de N/m.



La fuerza de restitución ejercida por un resorte ideal es directamente proporcional al desplazamiento (ley de Hooke,  $F_x = -kx$ ): la gráfica de  $F_x$  contra  $x$  es una recta.

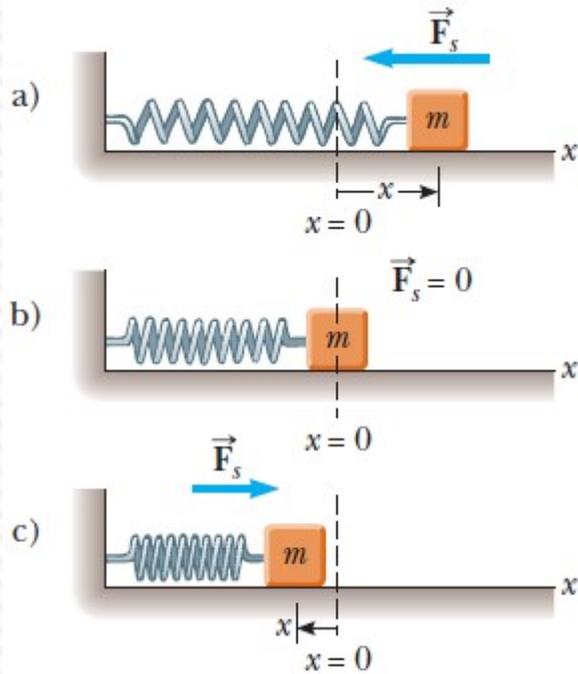
Cuando la fuerza de restitución es directamente proporcional al desplazamiento con respecto al equilibrio, la oscilación se denomina **movimiento armónico simple**, que se abrevia como **MAS**.

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

El signo menos indica que la aceleración y el desplazamiento siempre tienen signos opuestos.

Un cuerpo que está en movimiento armónico simple se denomina **oscilador armónico**.

# Desplazamiento, velocidad y aceleración en el MAS



**Sistema masa-resorte ideal-** ecuación de movimiento: 2da. ley de Newton según el eje  $x$  la fuerza neta vale  $-kx$ :  $m \cdot a = F = -kx$

$$a = d^2x/dt^2$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x$$

ecuación del  
oscilador  
armónico

Esta es una ecuación diferencial cuya solución es efectivamente:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \Phi)$$

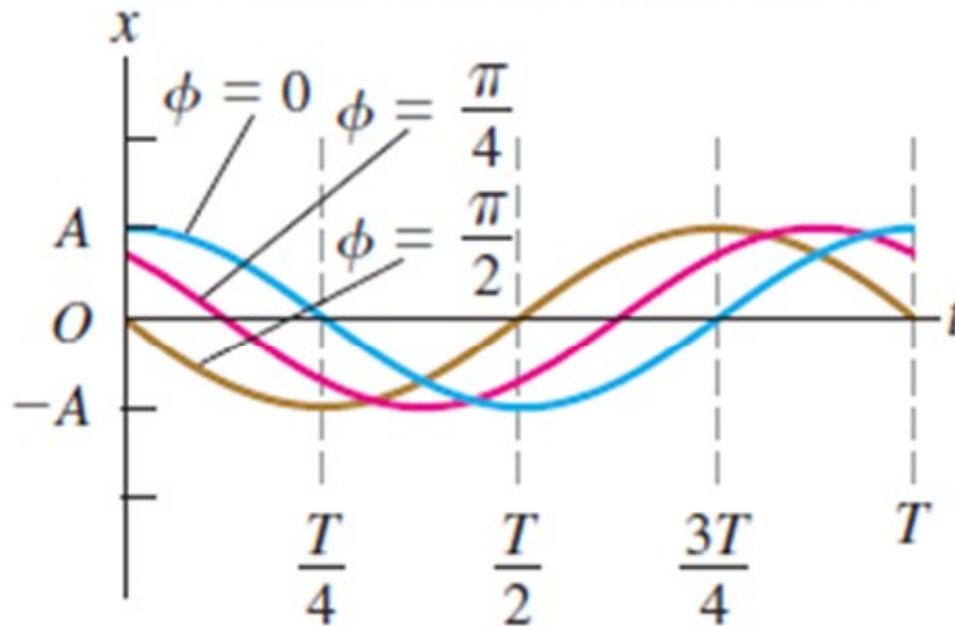
Donde  $A$  y  $\phi$  son constantes que se determinan a partir de las condiciones iniciales, es general los valores de  $x(0)$  y  $v(0)$ .

También se puede usar como soluciones:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad x(t) = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$$

# Desplazamiento, velocidad y aceleración en el MAS

Estas tres curvas muestran el MAS con periodo  $T$  y amplitud  $A$  iguales, pero ángulos de fase  $\phi$  distintos.



$$x(t) = A \cos(\omega t + \Phi)$$

**Constante  $\phi$  ángulo de fase**, indica en qué punto del ciclo se encontraba el movimiento cuando  $t = 0$ .

Llamamos a la posición en  $t = 0$  con  $x_0$ .

Sustituyendo  $t = 0$  y  $x = x_0$  en la ecuación se tiene:  $x_0 = A \cos \phi$ .

Si  $\phi = 0$ , entonces  $x_0 = A \cos 0 = A$ ; por lo tanto, la partícula parte desde el máximo desplazamiento positivo

si  $\phi = \pi$ , entonces

$$x_0 = A \cos \pi = -A;$$

por lo tanto, la partícula parte del desplazamiento negativo máximo;

si  $\phi = \pi/2$ , entonces

$$x_0 = A \cos(\pi/2) = 0.$$