Repartido 6

1. Dado el siguiente flujo viscoso:

$$u_1 = -a\frac{x_2}{r^2} \qquad\qquad u_2 = a\frac{x_1}{r^2}$$

con $r^2 = x_1^2 + x_2^2$. Suponga que la derivada de la energía interna $\frac{DE}{Dt}$ es nula y las fuerzas de cuerpo pueden ser despreciadas.

a. Determine la derivada de la energía cinética $\frac{DK}{Dt}$ del fluido en el interior de la región limitada por las superficies $r = r_1$ y $r = r_2$, y longitud L.

b. Calcule la energía térmica adicionada por unidad de tiempo al volumen de control a través de las superficies si el vector de flujo de calor está dado por $(q_1, q_2) = (-2\eta a^2\frac{x_1}{r^4}, -2\eta a^2\frac{x_2}{r^4})$.

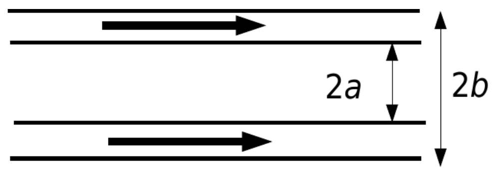
c. Calcule el trabajo hecho por las fuerzas superficiales por unidad de tiempo sobre el fluido utilizando la conservación de la energía.

2. Un fluido de viscosidad μ se encuentra entre dos cilindros de radios $r = a$ y $r = b$. El cilindro exterior está en reposo y el interior rota con velocidad angular Ω.

a. Determine la velocidad del fluido $V(r)\hat{e}_\theta$.

b. Calcule el momento de las fuerzas de tensión sobre las paredes.

3. Un fluido de densidad constante se mueve entre dos cilindros concéntricos de radios respectivos a y b, con un campo de velocidades paralelo al eje central de los cilindros. Determinar el perfil de velocidades, asumiendo que su forma es $U(r)\hat{k}$. Verifique que las tensiones sobre las paredes balancean la diferencia de presiones a lo largo de una distancia de longitud L.

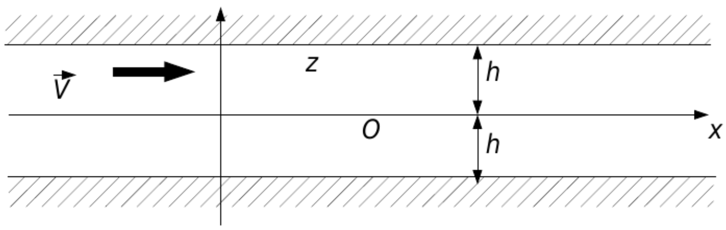


4. Considere el flujo de un fluido viscoso e incompresible entre dos paredes paralelas localizadas en $z = h$ y $z = -h$, sometido a un gradiente de presiones constante $\nabla p = (-D, 0, 0)$.

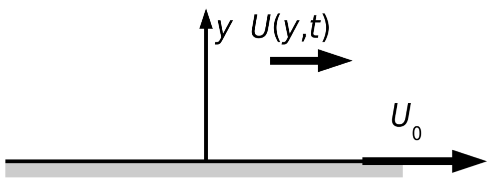
a. Determine el flujo asumiendo que es estacionario.

b. Determine la disipación viscosa.

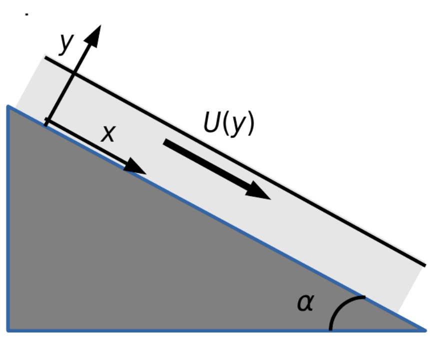
c. Calcule la energía disipada entre las dos paredes en una sección prismática de longitud l, ancho a y altura $2h$.



5. Considere un flujo por encima de un plano que a partir del instante inicial se mueve horizontalmente con velocidad constante U_0. Suponga que el fluido parte del reposo en $t = 0$. Asumiendo que la velocidad del fluido es de la forma $U(y, t)\hat{\imath}$, halle $U(y, t)$.



6. Un líquido de densidad constante fluye hacia abajo por un plano inclinado de pendiente α respecto de la horizontal, como se muestra en la figura. La superficie libre no tiene esfuerzos cortantes en ella más allá de una presión p_0 y se encuentra a una distancia uniforme del plano. Asuma que el campo gravitatorio es ahora dinámicamente activo. Plantee y resuelva las ecuaciones para la velocidad del fluido $U(y)$ y verifique que las fuerzas en una longitud l de la capa de fluido estarán en equilibrio.



7. Un flujo irrotacional se origina en un fluido incompresible viscoso cuando una esfera varía su radio $R = R(t)$. Lejos de la misma el fluido está en reposo.

a. Obtenga el campo de velocidades.

b. Calcule la energía cinética de todo el fluido y su derivada temporal.

c. Calcule la potencia entregada por la esfera, incluyendo fuerzas viscosas y presión.

d. Obtenga la disipación viscosa total. Verifique que las cantidades calculadas anteriormente se balancean si $P_\infty = 0$. Sugerencia: use la ecuación de Bernoulli.

8. Un fluido viscoso está inicialmente en reposo en un recinto limitado por dos paredes localizadas en $z = h$ y $z = -h$, cuando un gradiente de presiones constante es impuesto súbitamente para $t > 0$. Muestre que se puede obtener una solución para el campo de velocidades en forma de serie de Fourier. Halle el tiempo de decaimiento característico de la parte dependiente del tiempo de la velocidad. Sugerencia: exprese $U(z,t) = u(z) + v(z,t)$, siendo $u(z)$ la solución estacionaria, y obtenga una ecuación para $v(z,t)$.