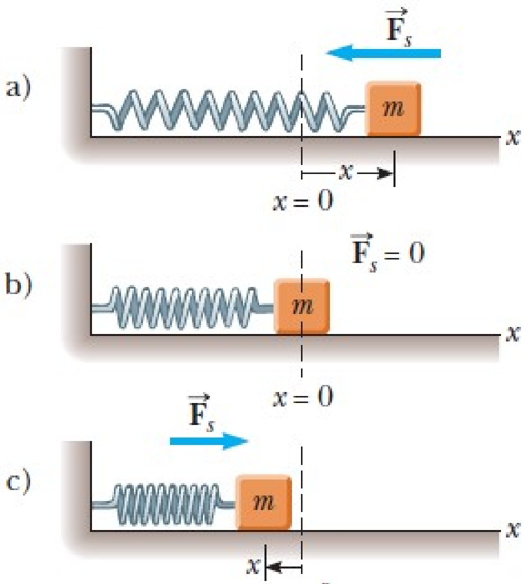
REPASO DE CLASE ANTERIOR



Oscilación: movimiento repetitivo alrededor de un punto de equilibrio estable debido a la acción de una fuerza o torque de restitución.

Caso más sencillo: **movimiento armónico simple**: sistema **masa resorte ideal**.

m.a= F = -kx

Cuando la fuerza de restitución es directamente proporcional al desplazamiento con respecto al equilibrio, la oscilación se denomina ***movimiento* armónico simple (*MAS*).**

$$x(t) = A\cos(\omega t + \Phi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad x(t) = C_1 \sin\omega t + C_2 \cos\omega t$$

Amplitud del movimiento A, *magnitud máxima del desplazamiento* con respecto al punto de equilibrio (valor máximo de *x).*

Ciclo o ***vibración completa:*** *viaje completo* (de ida y vuelta), de *A a -A y de regreso a A, se recorre una distancia total de 4A. .*

Periodo *T:* *tiempo que tarda un ciclo.*

Frecuencia *f* : , *número de ciclos en la unidad de tiempo* (hertz: Hz)

Frecuencia angular, ω: 2π veces la frecuencia: $\omega = 2\pi f$ *(rad/s).*

Constate de fase **ϕ ángulo de fase,** indica en qué punto del ciclo se encontraba el movimiento cuando *t = 0.*

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ó} \quad T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Desplazamiento, velocidad y aceleración en el MAS

$$x(t) = A\cos(\omega t + \Phi)$$

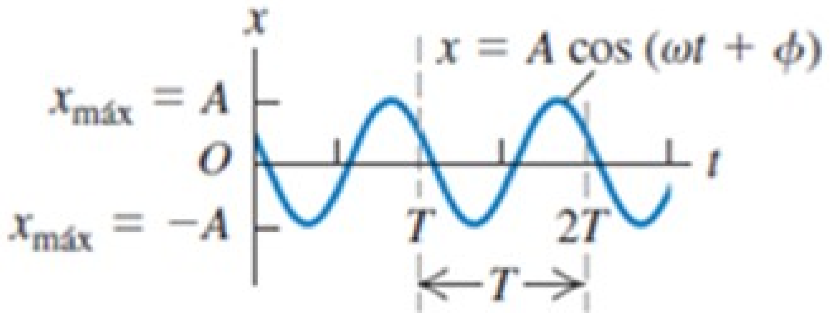
Derivando obtenemos:

(cos u)' = -sen(u)* u'

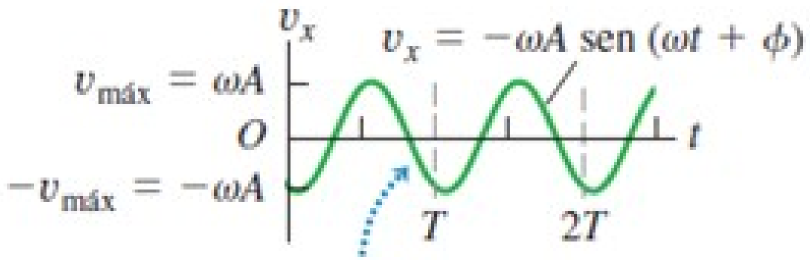
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \Phi)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \Phi$$

a) Desplazamiento x en función del tiempo t

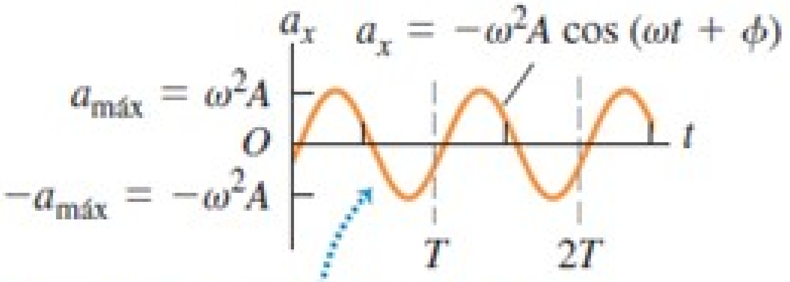


b) Velocidad v_x en función del tiempo t



La gráfica v_x−t se desplaza por $\frac{1}{4}$ de ciclo con respecto a la gráfica x−t.

c) Aceleración a_x en función del tiempo t



La gráfica a_x-t se desplaza $\frac{1}{4}$ de ciclo con respecto a la gráfica v_x-t y $\frac{1}{2}$ ciclo con respecto a la gráfica x-t.

Desplazamiento, velocidad y aceleración en el MAS

Si conozco la posición y la velocidad iniciales x_0 y v_0, *(es decir la posición y la velocidad en t = 0) puedo* determinar la amplitud *A y el ángulo de fase* ϕ.

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$

$$x(t=0) = x_0 = A\cos\Phi$$

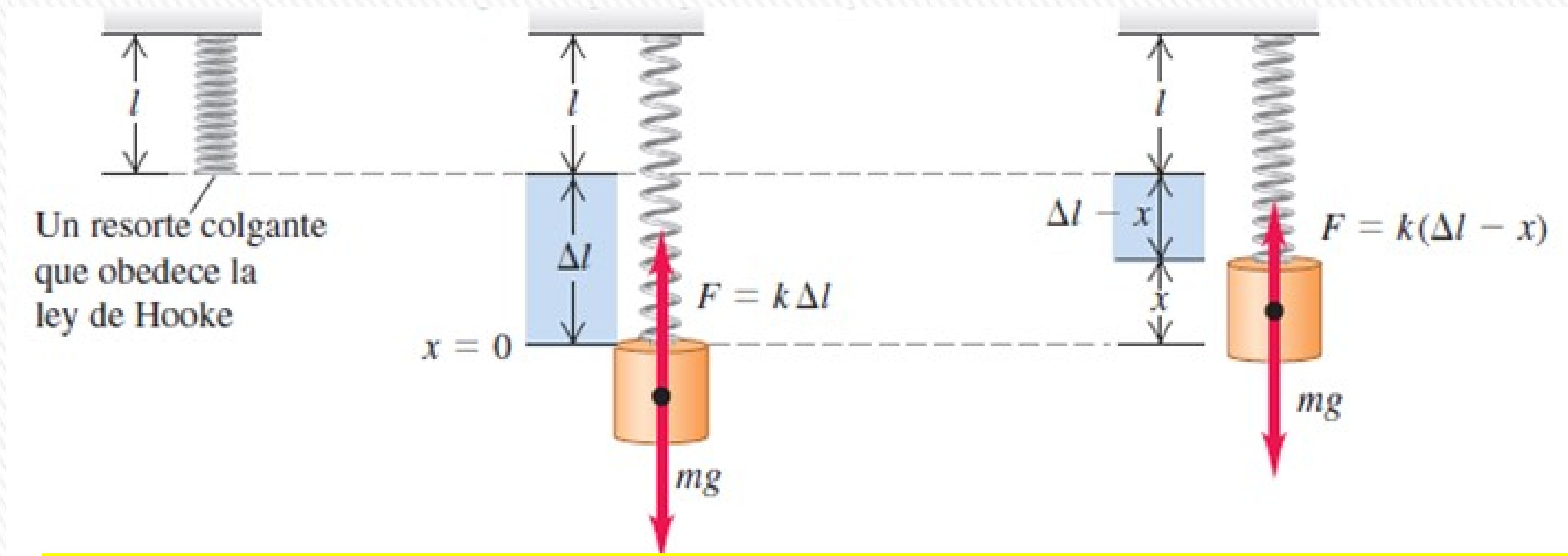
$$v(t=0) = v_0 = -A\omega\sin\Phi$$

$$\Phi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

Observar que si el cuerpo tiene tanto un desplazamiento inicial x_0 *como una velocidad* inicial v_0 *distinta de cero, la amplitud A no es igual al desplazamiento inicial.*

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE VERTICAL



Simulación: https://www.walter-fendt.de/html5/phes/springpendulum_es.htm

Si colgamos un resorte ideal con constante de fuerza *k y suspendemos* un cuerpo de masa *m, las oscilaciones ahora serán verticales: sigue desarrollando un* MAS.

E*l cuerpo cuelga en reposo, en equilibrio.* En tal posición, el resorte se estira una distancia Δl *tal que la* fuerza vertical hacia arriba *k Δl del resorte sobre el cuerpo equilibre su peso mg:* $mg = k\,\Delta l$

El MAS vertical no difiere en esencia del horizontal: el único cambio real es que la posición de equilibrio *x = 0 ya no corresponde* al punto donde el resorte no está estirado.

EJEMPLO: Ejercicio 4.1.1

Un resorte se estira 5,0 cm cuando se le cuelga una masa de 0,300 kg.
a) ¿Cuál es la constante del resorte?
b) Si la masa se estira 10,0 cm de la posición anterior, ¿cuál es la amplitud y el periodo de oscilación?

a) Al suspenderse la masa *m*, estira el resorte una cantidad ΔL de mdo que la fuerza elástica del resorte equilibra el peso de la masa:

$$mg = k\Delta L$$

$$k = \frac{mg}{\Delta L} = \frac{(0{,}300)(9{,}8)}{0{,}050} = 58{,}8\ N/m$$

k= 59 N/m

b) Supongo que la masa se estira y se suelta con velocidad inicial nula, por lo que: $x(0) = x_0 = 0{,}100$ m; $v(0) = v_0 = 0$.

$$\Phi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \qquad A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

Entonces: $\Phi = 0$ y $A = x_0 = 0{,}100$ m

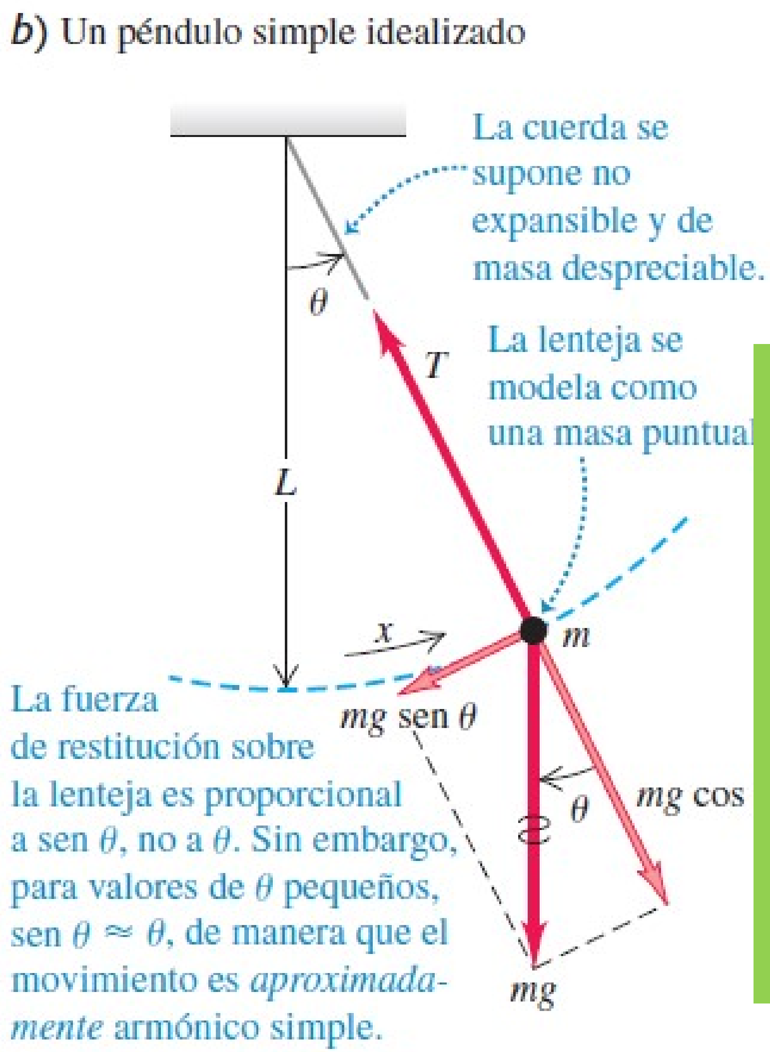
A= 0.10 m

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{58{,}8}{0{,}300}} = 14\, rad/s \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{14} = 0{,}4488\, s$$

T= 0.45 s

$$x(t) = A\cos(\omega t + \Phi) = (0{,}10\, m)\cos((14\, rad/s)t)$$

PÉNDULO SIMPLE



Modelo idealizado: masa puntual suspendida de una cuerda no extensible y de masa despreciable.

Si la masa se mueve a un lado de su posición de equilibrio vertical inferior, oscilará alrededor de dicha posición.

La trayectoria de la partícula puntual (llamada pesa o lenteja) no es una recta, sino un arco de un círculo de radio *L igual a la longitud de la* cuerda.

Usamos como coordenada la distancia x medida sobre el arco.

Si el movimiento es armónico simple, la fuerza de restitución debería ser directamente proporcional a *x, o bien a θ (porque x = Lθ).*

La **fuerza de restitución F_θ *es la componente* tangencial de la fuerza neta**:

$$F_\theta = -mg\sin\theta$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\sin\theta$$

PÉNDULO SIMPLE

La fuerza de restitución se debe a la gravedad; la tensión *T solo actúa para hacer que la* masa puntual describa un arco.

La fuerza de restitución es proporcional *no a θ sino* a senθ, así que **el movimiento *no es armónico simple.***

Sin embargo, si el ángulo θ es pequeño, sen θ es casi igual a θ en radianes.

Por ejemplo, si θ = 0,1 rad (unos 6°), sen θ = 0,0998, una diferencia de solo 0,2%.

Con esta aproximación, la ecuación se convierte en:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\theta \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = -g\theta$$

Pero: $x=\theta L$

$$\frac{d^2(\theta L)}{dt^2} = -g\theta \qquad \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta$$

Que es un MAS con ω $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

$$\theta(t) = \Theta\cos(\omega t + \Phi)$$

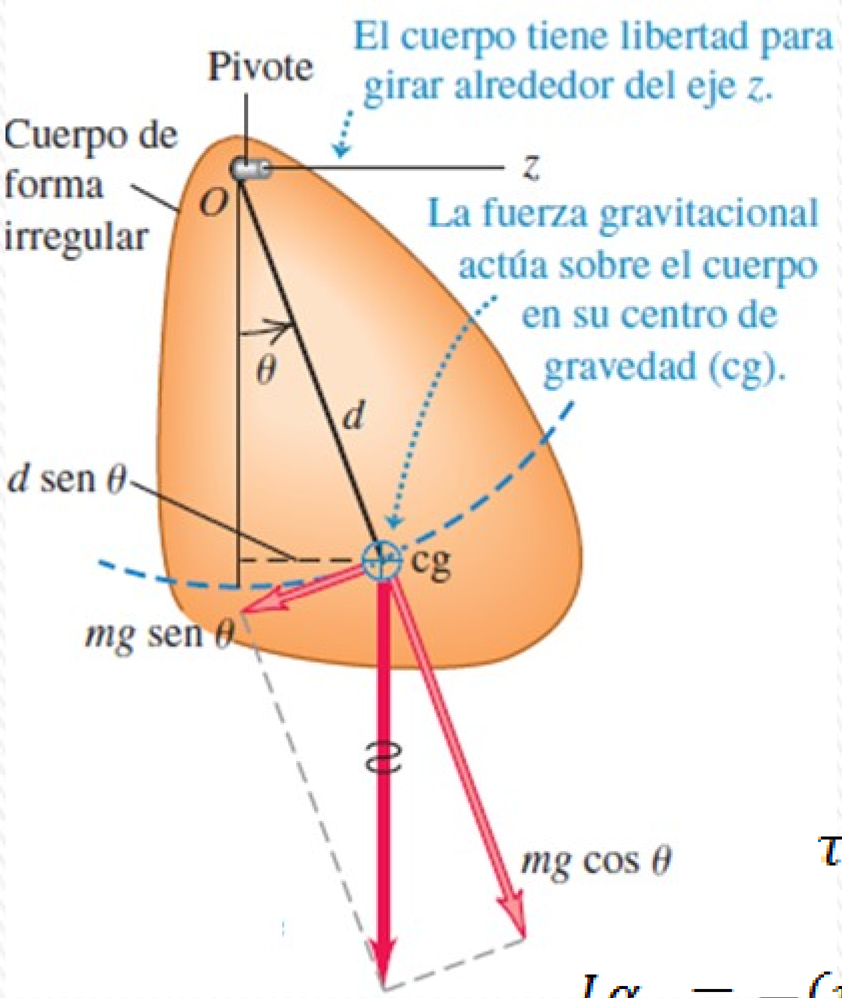
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Expresiones para un péndulo ideal y amplitudes pequeñas.

(errores sen $\theta \approx \theta$: 5º-0,24%, 10º -0,5 %, 15º-1,14%)

Simulación: https://www.walter-fendt.de/html5/phes/pendulum_es.htm

PÉNDULO FÍSICO



Cuerpo irregular que puede girar sin fricción alrededor de un eje que pasa por punto *O*. *En posición de equilibrio, el centro de gravedad está directamente* abajo del pivote; en posición que se muestra, el cuerpo está desplazado del equilibrio un ángulo θ que usamos como coordenada para el sistema. Distancia de *O al centro de gravedad es d, el momento de inercia del cuerpo alrededor del* eje de rotación a través de *O es I y la masa total es m.*

$$\tau_z = -(mg)d\sin\theta \qquad \sum \tau_z = I\alpha_z$$

Si θ es pequeño: sen θ ≅ θ

$$I\alpha_z = -(mgd)\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgd}{I}\theta \qquad \omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

04.2-MOVIMIENTO ONDULATORIO

Las olas combinan propiedades de las ondas transversales y longitudinales. Con el equilibrio y el ritmo adecuados, un surfista puede capturar una ola y dar un paseo en ella.

INTRODUCCIÓN

Fenómenos *ondulatorios:* olas en el agua, sonidos musicales, temblores sísmicos de un terremoto, ondas en una cuerda o un resorte.

Ondas: perturbación del estado de equilibrio de un sistema, la cual se *propaga* de una región del sistema a otra transportando energía.

Ondas mecánicas: las que viajan por un medio material.

Ondas *electromagnéticas* (luz, ondas de radio, radiaciones infrarroja y ultravioleta, rayos X) se pueden propagar incluso en el espacio vacío, donde *no* hay un medio material.

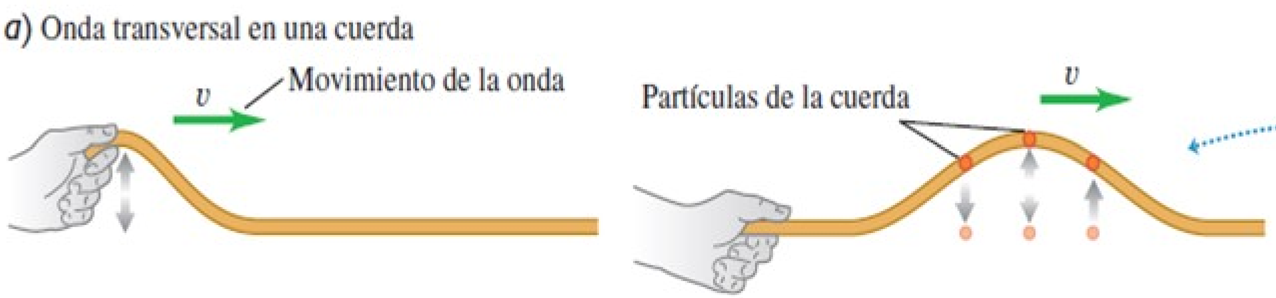
Veremos ecuaciones básicas que describen las ondas, en especial las **ondas *sinusoidales*** donde el patrón de la onda es una función repetitiva seno o coseno.

Ejemplo más sencillo: ondas periódicas que viajan por una cuerda estirada.

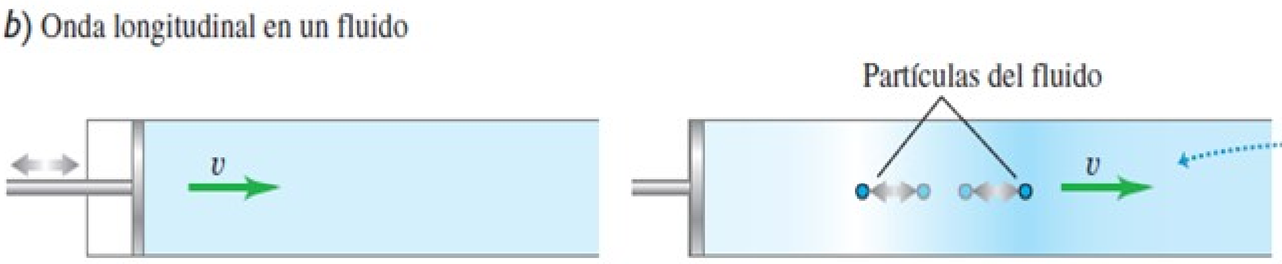
Para el caso de una **onda plana unidimensional**, como en el de una cuerda tensa, su ecuación característica es:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\delta x^2}$$

TIPOS DE ONDAS MECÁNICAS

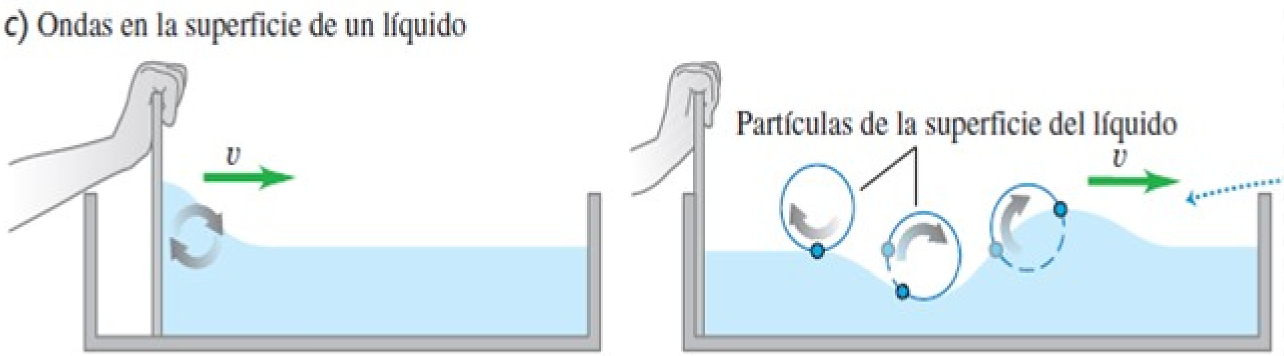


Medio: cuerda tensa. Los desplazamientos del medio son perpendiculares o *transversales a* la dirección en que la onda viaja por el medio, se trata de una **onda transversal**.



***Medio: líquido o gas en un tubo con pared rígida* en un extremo derecho y un pistón en el otro**.

Los movimientos de las partículas del medio son hacia adelante y hacia atrás en la *misma dirección en que viaja la onda,* se trata de una **onda longitudinal**.



Medio: líquido en un canal*, agua en una zanja.* Desplazamientos del agua tienen componentes ***tanto longitudinales como transversales.***

TIPOS DE ONDAS

Onda mecánica: perturbación que viaja a través de un material o una sustancia (medio de la onda).

1) Se ***propaga por el medio con una rapidez definida llamada*** *rapidez* de propagación o, **velocidad de propagación de la onda o de fase (v),** su valor se determina por las propiedades mecánicas del medio.

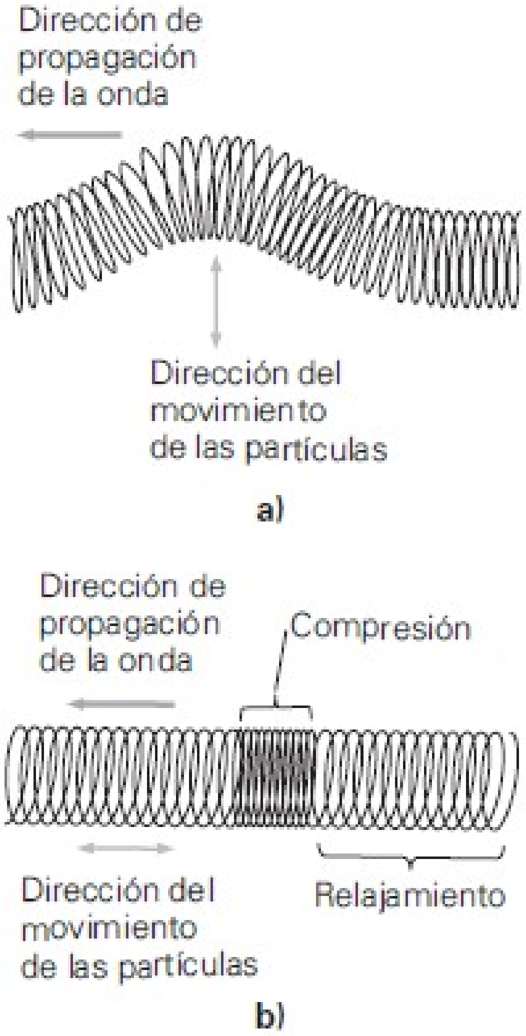
Atención: Esta a velocidad de la onda *no es la velocidad con que se mueven las* partículas cuando son perturbadas por la onda.

2) El medio mismo no viaja en el espacio; sus partículas individuales realizan movimientos hacia atrás y hacia adelante, o hacia arriba y hacia abajo, respecto de sus posiciones de equilibrio.
Lo que viaja es el patrón completo de la perturbación ondulatoria.

3) Las ondas transportan energía (y cantidad de movimiento o ímpetu), pero no materia, de una región a otra.

Para generar ondas se debe aportar energía (trabajo) sobre el sistema. El movimiento de la onda transporta esta energía de una región del medio a otra.

Tipos de ondas mecánicas

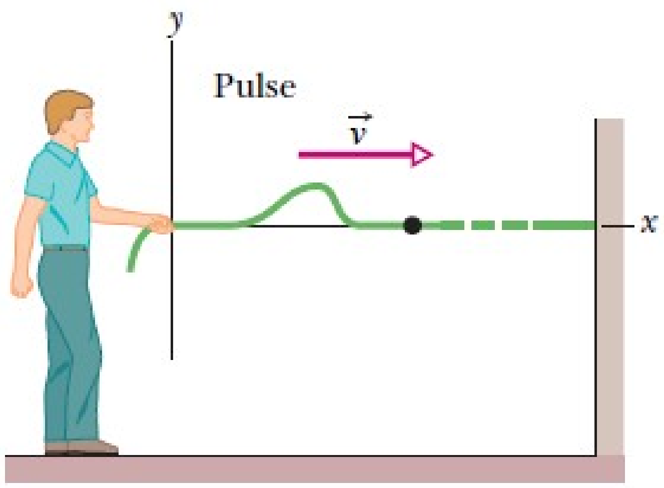


"Hacer la ola" en un estadio deportivo es un ejemplo de onda mecánica: la perturbación se propaga en la multitud, pero no transporta materia (ninguno de los espectadores se mueve de un asiento a otro).

Onda longitudinal y transversal en un resorte

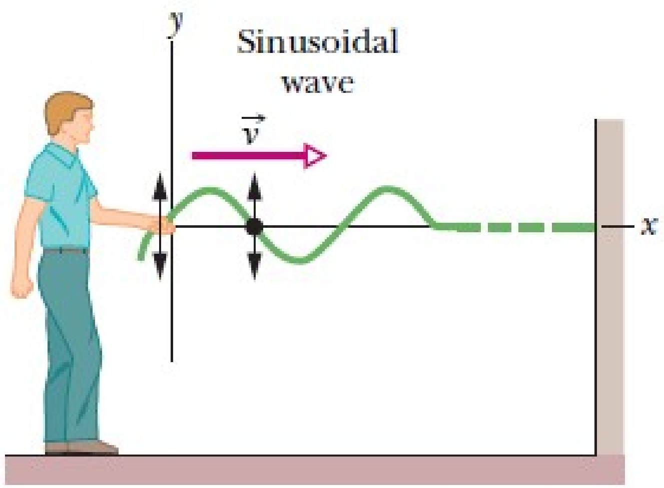
Tipos de ondas mecánicas

La caída de una piedra en un estanque o cuando se agita brevemente una cuerda por un extremo, son un solo **pulso ondulatorio** que viaja a partir de la perturbación.



(a)

También se presentan de forma continua (trenes de ondas) y otras además en forma regular: **ondas periódicas**

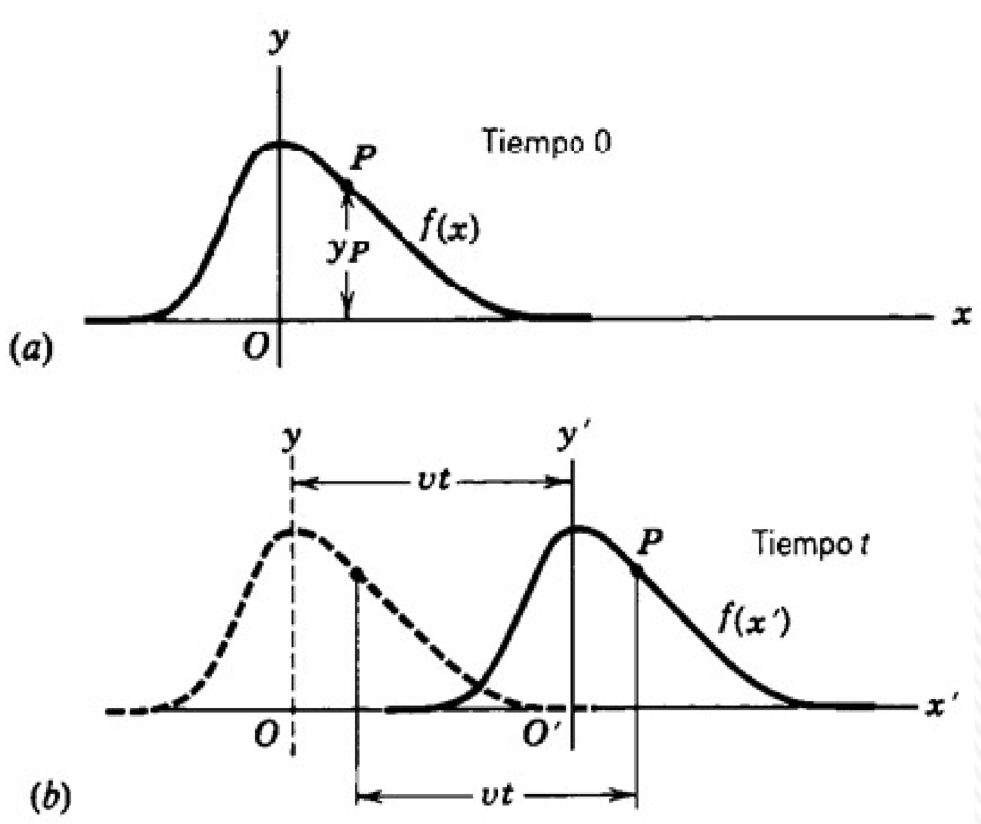


(b)

La función que representa a la onda (caso unidimensional) se expresa como una **función *y*** que depende de **dos variables: la posción *x* y el instante de tiempo *t*.**

Función de onda: $y(x,t)$

Movimiento de un pulso de onda



a) Forma del pulso de onda: *y(x,0)= f(x)*.
En un *t* posterior la forma del pulso se sigue describiendo por la función *f*.

b) O' marco de referencia que viaja con el pulso, hacia la derecha con velocidad *v*.
La forma se describe como *f(x')*.
Pero: *x'= x-vt*.
Entonces en un tiempo *t*, el pulso se describe como:
y(x,t)= f(x')= f(x-vt).

Es decir, la **función *f(x-vt)*** tiene la misma forma relativa en *x=vt* en el tiempo *t* que la función f(*x*) la tiene en el punto *x=0* en *t=0*.

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

Se prueba que cualquier función del tipo ***f(x-vt)*** es solución de la ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Movimiento de un pulso de onda

$$y(x,t) = f(x - vt)$$ **Pulso que viaja hacia la derecha**

Pulso que viaja hacia la izquierda $$y(x,t) = f(x + vt)$$

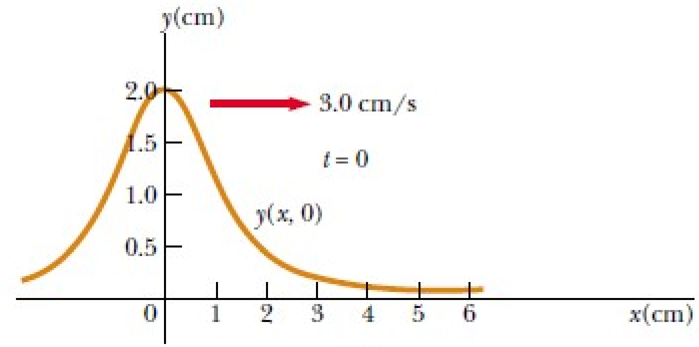
La función *y, se llama* ***función de onda****, depende de las dos variables x y t,* y se escribe ***y(x, t)****.*
Pero la relación entre x y t no es cualquiera…
depende de u= x $\pm$ vt

La función de onda *y(x, t) representa la coordenada y, la posición transversal,* de cualquier elemento ubicado en la posición *x en cualquier tiempo t.*

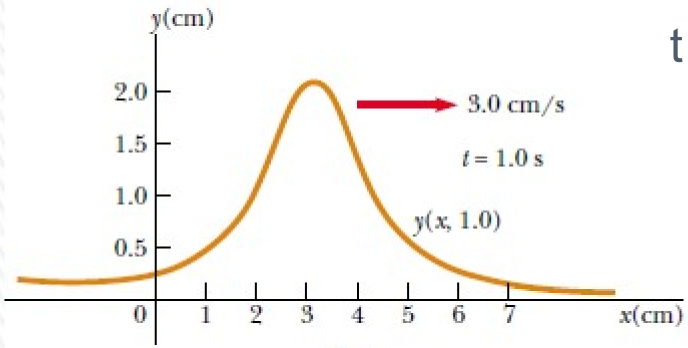
Además si t es fijo (como en el caso de tomar una instantánea del pulso), la función de onda *y(x), a veces* llamada **forma de onda, define una curva que representa la forma geométrica del pulso** en dicho tiempo.

Ejemplo: movimiento de un pulso de onda

Un pulso de onda dado por la expresión: $y(x,t) = \dfrac{2}{(x-3{,}0t)^2+1}$
(*x*, *y* en cm y *t* es s)
Representar el pulso, para los instantes t =0,0 s, t = 1,0 s y t = 2,0 s

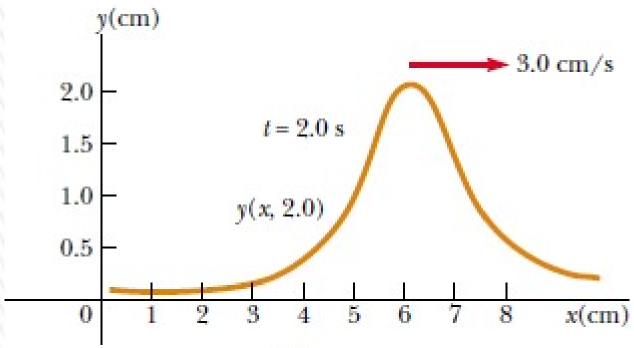


t = 0 $\qquad y(x,0) = \dfrac{2}{x^2+1}$



(b)

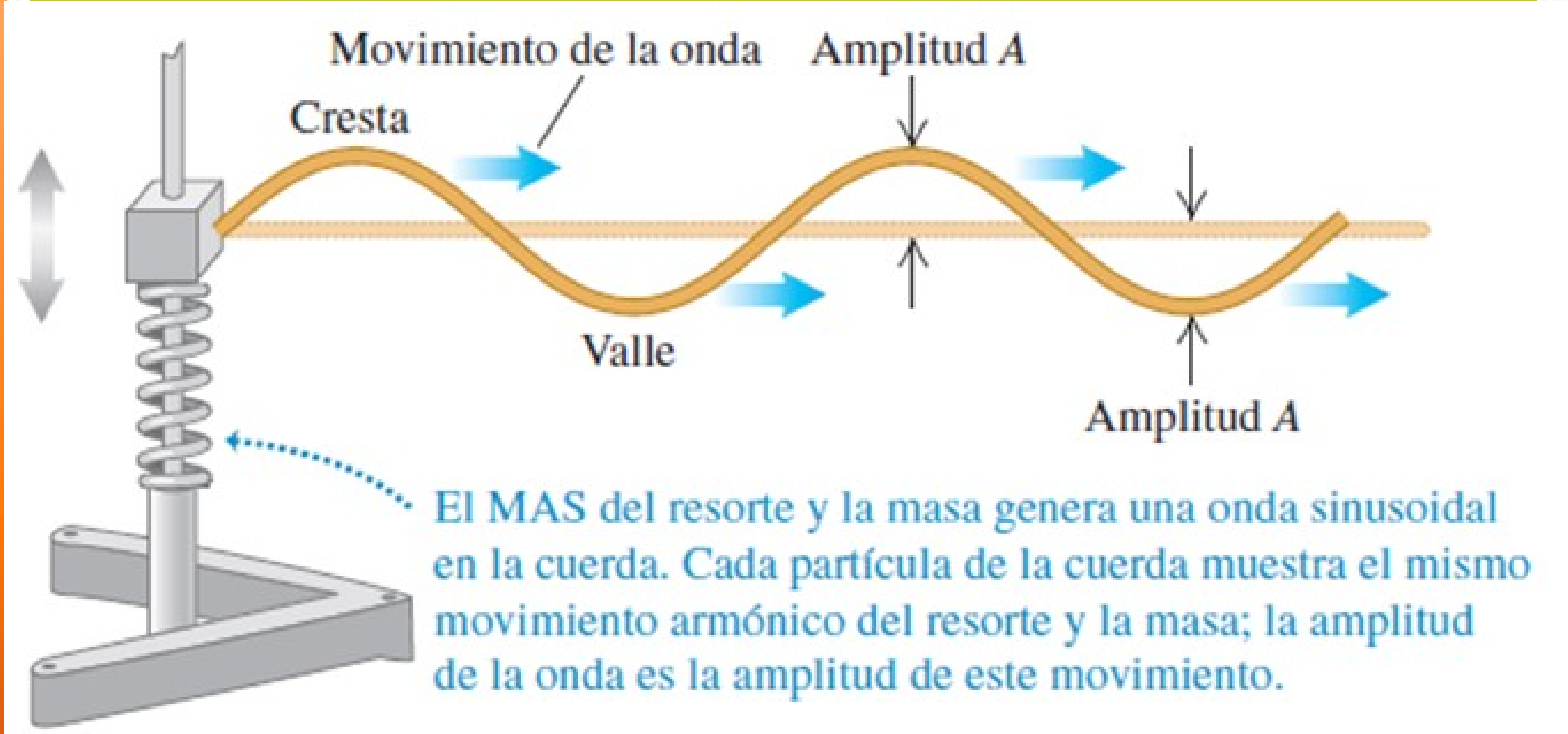
t = 1,0 s $\qquad y(x,1.0) = \dfrac{2}{(x-3{,}0)^2+1} = \dfrac{2}{x^2-6{,}0x+10}$



(c)

t = 2,0 s $\qquad y(x,2.0) = \dfrac{2}{(x-6{,}0)^2+1} = \dfrac{2}{x^2-12{,}0x+37}$

Ondas transversales periódicas

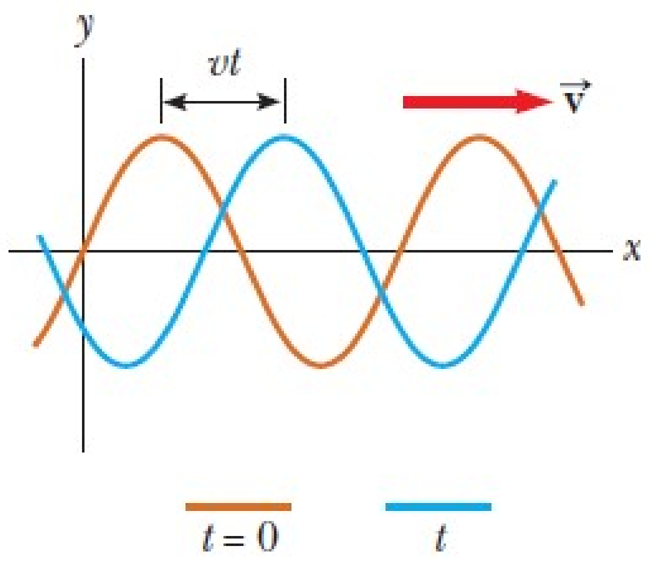


Ejemplo: excitación de la cuerda mediante movimiento hacia arriba y hacia abajo con un ***movimiento armónico simple (MAS) de amplitud A, frecuencia f, frecuencia angular*** $\omega = 2\pi f$ ***y periodo*** $T = 1/f = 2\pi/\omega$.

La onda producida es una sucesión simétrica de *crestas y valles transversales:*

onda progresiva sinusoidal

Ondas transversales periódicas



La forma de onda completa se mueve hacia la derecha: **movimiento de la *onda*.**
Si vemos un elemento del medio (por ejem. *x= 0)* *se tiene que cada* elemento se mueve hacia arriba y hacia abajo a lo largo del eje *y en un MAS:* **movimiento de los *elementos del medio*.**

Movimiento ondulatorio contra movimiento de las partículas: no se debe confundir el movimiento de la *onda transversal a lo largo de la cuerda con el de una partícula de la cuerda.*

La onda avanza con rapidez constante *v a lo largo de la cuerda; mientras que el movimiento de* la partícula es armónico simple y *transversal (perpendicular) a la longitud de la cuerda con una velocidad dada por*

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t}$$

Las ondas periódicas generadas a través de un MAS son fáciles de analizar; las llamamos **ondas sinusoidales.**
Cuando una onda sinusoidal pasa a través de un medio, todas las partículas del medio experimentan movimiento armónico simple en el sentido transversal con la misma frecuencia.