Mecánica cuántica 2022 POSGRADO. Perturbaciones depenientes del tiempo.

28.

Muestre que la vida media del estado 2p del átomo de hidrógeno es 1,6 ns. Compare con la vida media del estado 2s (busque en tablas o referencias).

29.

En clase hemos demostrado que la probabilidad por unidad de tiempo de emisión espontánea está relacionada a la probabilidad de emisión estimulada, que al orden dominante es proporcional al elemento de matriz al cuadrado del operador **r** o de alguna de sus componentes. En este ejercicio deducimos las reglas de selección para estas transiciones, correspondientes a grandes longitudes de onda, denominadas E1.

a. Calcule los conmutadores del operador L_z con los operadores x, y, z. A partir de lo anterior muestre que en la base |n, ℓ ,m> las transiciones a |n', ℓ',m'> por medio del operador **r** son permitidas si m = m', o si m – m' = $\pm$ 1.

b. Demuestre que $[L^2,[L^2,\boldsymbol{r}^{\to}]] = 2\,(\vec{r}\,L^2 + L^2\vec{r}\,)$. A partir de este resultado muestre que las transiciones no son posibles entre estados |n, ℓ ,m> a menos que $\ell - \ell' = \pm 1$.

c. Usando los resultados anteriores dibuje un esquema (en la vertical ponga los nros. n, y en la horizontal los nros. ℓ posibles) de los decaimientos E1 posibles entre los estados n = 1, 2, 3, 4.

d. Reproduzca los valores de la siguiente figura.

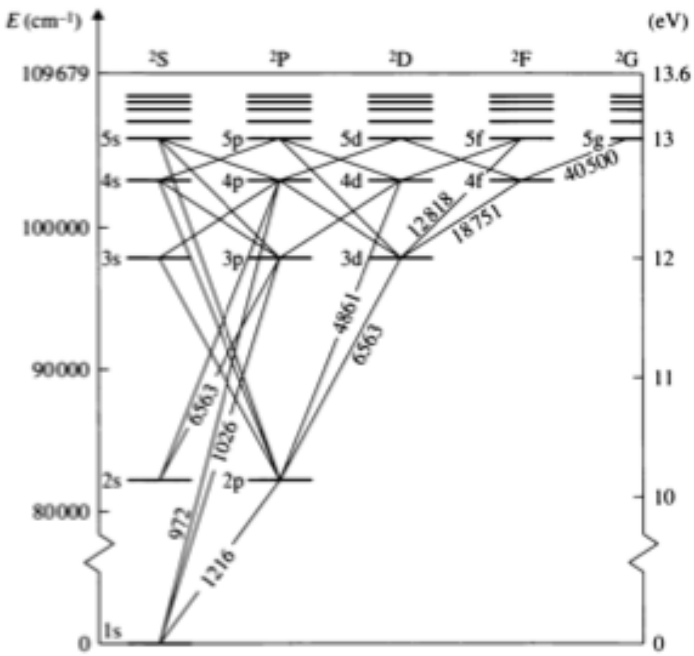

Figure 11.1 The allowed transitions among the lower levels of atomic hydrogen. The ordinate shows the energy above the 1s ground state in cm^{-1} (8065 cm^{-1} = 1 eV) on the left and in eV on the right. The numbers against the lines indicate the wavelength in ångström units (1 Å = 10^{-8} cm). For clarity the wavelengths are shown only for a selection of lines. The splitting due to fine structure is too small to be shown on a diagram of this scale.

30.

a. Considere una partícula que se mueve en la superficie de una esfera de radio a. Calcule el hamiltoniano, las autofunciones y los niveles de energía, indicando su degeneración.

b. Considere una molécula diatómica, considerada como un rotor rígido (no considererar el espector vibracional), cuyos átomos (núcleos) distan r_0 y tienen masa m_A y m_B. Escriba el especto de bandas de rotación de esta molécula.

c. Muestre que en general este espectro está en el lejano infrarrojo o microndas, considerando por ejemplo la molécula HCl.

31.

Considérese un sistema formado por dos electrones en un campo magnético constante y uniforme dirigido según el eje Oz, cuyo hamiltoniano es

$H = \omega_1 S_z^{(1)} + \omega_2 S_z^{(2)}$,

con ω_1 y ω_2 constantes y $S^{(1)}$ y $S^{(2)}$ los operadores de spin de cada una de las partículas. Supóngase que se introduce una interaccioón

$V(t) = a(t)\, S^{(1)} \cdot S^{(2)}$ $\qquad$ $a(t) = (a_0/\hbar^2)\, e^{-t^2/\tau^2}$

Calcular en a primer orden la probabilidad de que, si el sistema se encuentra en $t = -\infty$ en el estado $|m_1, m_2\rangle = |+-\rangle$, se encuentre en $t = +\infty$ en el estado $|-+\rangle$.

32.

La función de onda de una partícula en un potencial con simetría esférica V(r) es

$\psi(\mathbf{x}) = (x+y+3z)\, f(r)$.

a. ¿Es ψ una autofunción de $\mathbf{L}^2$? SI lo es, indique el valor de l. SI no lo es, ¿cuáles son los valores posibles de l que se pueden obtener al medir $\mathbf{L}^2$?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que la partícula esté en los diferentes estados m ?
c. Suponga que se sabe que pose it is known somehow that $\psi(\mathbf{x})$ es una autofunción de la energía con autovalor E. Indique cómo puede obtenerse V(r).

33.

a. Demuestre que $\chi^\dagger\ \sigma_k\ \chi$ transforma como un vector ante rotaciones.
b. Calcule los espinores χ autoestados de $\sigma \cdot n$ y los valores propios de este operador.

34.

Calcule las matrices d para j=1.