

DINAMICA ORBITAL

2do parcial, noviembre 2022

1. (15 puntos) Suponiendo que el famoso auto Tesla estuvo en órbita de parking rasante alrededor de la Tierra, ¿que impulso Δv mínimo en km/seg hubo que sumarle a la velocidad de la órbita de parking para que una vez en órbita heliocéntrica su afelio llegara a la órbita de Marte ($r = 1.5$ ua)?
2. (15 puntos) Considere al sistema Tierra-Luna como un sistema aislado en órbita relativa circular. Una chatarra espacial se encuentra en $x = 0.5, y = 0, z = 0.5$ en el sistema de unidades de tres cuerpos con velocidad cero en el sistema rotante.
 - a) Hallar la constante de Jacobi de la chatarra
 - b) Investigue si podría impactar en la Luna
3. (5 puntos) Considere al Sol, Venus, Tierra y Jupiter alineados en ese orden. Escriba separadamente las expresiones de los terminos directos e indirectos de las perturbaciones de Venus y Jupiter sobre la Tierra. De esos 4 terminos deduzca cual es el mas grande.
4. (15 puntos) Considere un sistema aislado y compuesto de N estrellas, todas de masa individual m distribuidas uniformemente dentro de una esfera de radio R .
 - a) Asumiendo que todas tienen la misma velocidad v respecto al baricentro pero con direcciones aleatorias, a partir del teorema de virial calcule el valor de v para que el sistema se encuentre en equilibrio.
 - b) Si la masa total es $10^5 M_\odot$ y la velocidad de cada estrella es 10 km/seg estime el radio en ua que debe tener el sistema esférico.
 - c) Si en cierto instante todas las estrellas del mismo sistema adquieren simultáneamente velocidad cero manteniendo la forma esférica de densidad uniforme estimar el radio del sistema en ese instante

Datos

$$k = 0.01720209895$$

$$M_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$M_V = M_\odot/409000, a_V = 0.72 \text{ ua}$$

$$M_\oplus = M_\odot/333000$$

$$M_J = M_\odot/1048, a_J = 5.2 \text{ ua}$$

$$M_L = M_\oplus/81$$

$$1 \text{ ua} = 150 \times 10^6 \text{ km}$$

$$1 \text{ dia} = 24 \times 60 \times 60 \text{ seg}$$

1

$$a_{TR} = \frac{1+1.5}{2}$$

$$N_p^2 = \frac{1}{h^2} \left(\frac{2}{1} - \frac{1}{a_{TR}} \right)$$

$$N_{\infty} = (N_p) - N_T = 0.00164 \text{ ur/oz}$$

$$N_T = \sqrt{\frac{\mu}{a_{TR}}} = h$$

HOLIO CIVIL

$$N_{\infty}^2 = N_A^2 - N_{\text{rel}}^2 \Rightarrow V_1^2 = V_{\infty}^2 + V_{\text{rel}}^2 \rightarrow \text{V2 514R}$$

CASOLINA

$$N_1^2 = N_{\infty}^2 + 2 \frac{\mu \Theta}{R_{\Theta}} \rightarrow 2 \frac{\mu^2 \Theta}{R_{\Theta}} \Rightarrow 4,165 \times 10^{-5}$$

$$\frac{\mu \Theta}{R_{\Theta}}$$

$$\Rightarrow V_1 = 0,00666 \text{ ur/oz}$$

$$N_{\text{praktika}} = \sqrt{\frac{\mu}{R_{\Theta}}} = 0,00456 \text{ ur/oz}$$

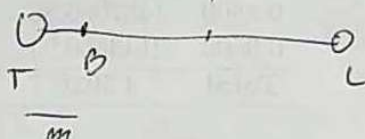
$$\Delta V = V_1 - V_{\text{min}} = 0,0021 \text{ ur/oz}$$

$$= 3,64 \text{ km/s}$$

$x = 1/2$
 $y = 0$
 $z = 1/2$

2

$$m = 1/82$$



$$1 = R_{\Theta} + R_L = 82 R_L$$

$$R_L = \frac{1}{82}$$

$$C = x^2 + y^2 + \frac{2(1-m)}{r_1} + \frac{2m}{r_2} + V^2 = 0$$

$$r_1^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + m + m^2 \Rightarrow V_1 = 0,7158$$

$$r_2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - m\right)^2 = \frac{1}{2} - m + m^2 \Rightarrow V_2 = 0,6985$$

$$C = 3,04492$$

C(HT)

$$R_{\text{Luna}} = \left(\frac{MM}{3MM}\right)^{1/3} = 0,1596$$

$$C(L_1) = (1-m-R_L)^2 + 0 + \frac{2(1-m)}{1-R_L} + \frac{2m}{R_L} = 3,1895$$

$C(HT) < C(L_1) \rightarrow$ PUNTO IMPACTO PODRIA IMPACTAR

V_{3000s}

3



$$D_{relatv} = \frac{mV}{\Delta v^2}$$

$$D_{relatv} = \frac{m_s}{\Delta t_s^2}$$

$D_{relatv} > i_{m.v}$

$$i_{m.v} = \frac{mV}{a_v^2}$$

$$i_{m.v} = \frac{m_s}{a_s^2}$$

$D_{relatv} > i_{m.v}$

$$\frac{D_{relatv}}{i_{m.v}} = \frac{m_s}{\Delta t_s^2} \cdot \frac{\Delta t_s^2}{mV} = 1,73$$

$$|E_p| = \frac{3}{5} \frac{M^2}{R} G$$

$$\ddot{I} = 0 \Rightarrow 2T = |E_p|$$

$$T = \frac{1}{2} M v^2$$

4

$$M v^2 = \frac{3}{5} \frac{M^2}{R} G$$

$$v^2 = \frac{3}{5} \frac{M}{R} G$$

$$R = \frac{3}{5} \frac{M G}{v^2} = 8 \times 10^{16} \text{ m} = 533907 \text{ ua}$$

$$10 \text{ km/s} = 10000 \text{ m/s}$$

$$E_T = cW = T + E_p = \frac{1}{2} M v^2 - \frac{3}{5} \frac{M^2}{R} G = -\frac{3}{5} \frac{M^2}{R'} G$$

\swarrow
 $\frac{|E_p|}{2}$

$$\Rightarrow -\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \frac{M^2}{R} G = -\frac{3}{5} \frac{M^2}{R'} G \Rightarrow R' = 2R$$