

Nombre:	CI:
---------	-----

Examen - 9 de Diciembre de 2021

Ejercicio 1

Sea X una variable aleatoria que toma valores únicamente en el intervalo $[0, 1]$ y cuya densidad es de la forma $f(x) = cx^2$ para $x \in [0, 1]$.

- 1 Hallar c para que f sea una densidad.
- 2 Calcular $P(X < 1/2)$.
- 3 Supongamos que sorteamos n variables independientes e idénticamente distribuidas X_1, \dots, X_n con la distribución de X hasta obtener un valor menor que $1/2$. Sea Z la variable que cuenta la cantidad de sorteos que tenemos que hacer hasta que aparezca dicho valor. Calcular $E(Z)$.

Ejercicio 2

Para determinar si un medicamento es efectivo o no para reducir la presión arterial máxima se le suministró este medicamento a 200 personas, a las cuales se le tomó la presión antes de ingerir el medicamento y 2 horas después del mismo. A otros 200 se le suministró un placebo y el procedimiento fue el mismo: se le tomó la presión antes de tomarlo y 2 horas después. Los resultados son los siguientes

	Se reduce la presión	No se reduce
Placebo	97	103
Medicamento	143	57

- 1 Plantear una prueba de hipótesis para decidir si el medicamento es efectivo o no para bajar la presión arterial, indicando: la hipótesis nula, la alternativa y la región crítica a nivel $\alpha = 0,05$. (Usar que $qchisq(0.95, 1) = 3.84$).
- 2 Calcular el valor del estadístico de la prueba planteada en el punto 1 y realizarla.
- 3 Concluir.

Ejercicio 3

Supongamos que queremos decidir, con un nivel de confianza del 95 %, si una muestra de 100 datos se ajustan o no a una distribución normal con media 0, y varianza $\sqrt{2}$. Para eso, calculamos el estadístico de Kolmogorov-Smirnov y nos dió $D = 0,11693$.

- 1 Plantear la hipótesis que se desea testear indicando la hipótesis nula, la alternativa y la región crítica a nivel $\alpha = 0,05$.
- 2 Realizar la prueba anterior a nivel $\alpha = 0,05$, ¿qué se concluye? (Usar la siguiente aproximación para $t_{1-\alpha}$ que se encuentra en la ecuación 11.3 de las notas: $t_{1-\alpha} \approx \sqrt{-\frac{1}{2} \log(\frac{\alpha}{2})}$).
- 3 Calcular un valor estimado del p -valor de la prueba para el valor del estadístico $D = 0,11693$. (Usar la cota: $P(\sqrt{n}D_n > t | H_0) \leq 2e^{-2t^2}$).