Facultad de Ciencias
Universidad de la Repúblicas

Bioestadística
Curso 2021

Nombre:	**CI:**

Examen - 9 de Diciembre de 2021 - SOLUCIÓN

Ejercicio 1

1 Como f tiene que verificar $\int_0^1 f(x)dx = 1$, obtenemos que $c = 3$.

2 $P(X < 1/2) = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \frac{1}{8}$.

3 Notar que Z tiene distribución Geométrica $Geo(p)$ con $p = \frac{1}{8}$, luego $E(Z) = \frac{1}{p} = 8$ (también se tomará como válido si pusieran $E(Z) = \frac{1-p}{p} = 7$).

Ejercicio 2

	Se reduce la presión	No se reduce
Placebo	97	103
Medicamento	143	57

1 Se quiere testear:

$$\begin{cases} H_0: \text{ El medicamento no es efectivo,} \\ H_1: \text{No } H_0, \end{cases}$$

esto es equivalente a decir:

$$\begin{cases} H_0: \text{ La reducción de la presión es independiente del medicamento (o placebo) tomado,} \\ H_1: \text{No } H_0. \end{cases}$$

La región crítica para este test es $RC = \{X_{squared} > t_\alpha\}$, siendo $X_{squared} = \sum_{i,j} \frac{(o_{i,j} - e_{i,j})^2}{e_{i,j}}$ o con la corrección de Yates: $X_{squaredY} = \sum_{i,j} \frac{(|o_{i,j} - e_{i,j}| - 0{,}5)^2}{e_{i,j}}$ (se tomarán los dos como válidos) y $t_\alpha = qchisq(0{,}95, 1) = 3{,}84$.

2 Los valores esperados $e_{i,j}$ bajo H_0 son:

	Se reduce la presión	No se reduce
Placebo	120	80
Medicamento	120	80

Luego $X_{squared} = 22{,}04$ o con la corrección de Yates $X_{squaredY} = 21{,}09$. En cualquier caso, $X_{squared} > 3{,}84$ por lo que rechazamos H_0.

3 No tenemos evidencia para rechazar que el medicamento tenga alguna eficacia.

Ejercicio 3

1 Tenemos $x_1, \ldots, x_{100}$ con distribución F y queremos testear:

$$\begin{cases} H_0 : F = F_0, \\ H_1 : F \neq F_0, \end{cases} \quad \text{siendo } F_0 \text{ la función de distribución de una } N(0, \sqrt{2}).$$

La región crítica para este test es $RC = \{D_n > t_n\}$, siendo $t_n = \frac{t_{1-\alpha}}{\sqrt{n}}$, $D_n = \sup\limits_{x \in \mathbb{R}}\{|F_n(x) - F_0(x)|\}$ y $F_n(x) = \frac{\#\{i : x_i \leq x\}}{n}$. Usando la aproximación sugerida obtenemos $t_{1-\alpha} \approx 1{,}36$, luego $t_n = 0{,}136$.

2 Como $D = 0{,}11693 < t_n$, no rechazamos H_0.

3 Usamos la cota y obtenemos:

$$p - valor = P(D_n > 0{,}11693|H_0) = P(\sqrt{n}D_n > \sqrt{n}0{,}11693|H_0) \approx 2e^{-2\times n\times 0{,}11693^2} \approx 0{,}13.$$

Como era de esperar, esta cota verifica que $p - valor > \alpha$ en este caso.