

EFECTOS NO PERTURBATIVOS DE TEORÍA DE CAMPOS EN EL UNIVERSO TEMPRANO

POSIBLE EXPLICACIÓN DE LA BARIOGÉNESIS
MEDIANTE TRANSICIONES TOPOLÓGICAS

- La charla estará basada principalmente en dos materiales de referencia:
 - *Physical foundations of cosmology* – Mukhanov (2005) – Capítulo 4: The very early universe
 - *Introduction to the theory of the early universe* – Gorbunov & Rubakov (2018) – Capítulo 11: Generation of baryon asymmetry

INTRODUCCIÓN: HISTORIA DEL UNIVERSO

¿QUÉ NOS FALTÓ ESTUDIAR?

Eventos clave en la historia del universo temprano

Event	time	redshift	temperature
Inflation	?	–	–
Baryogenesis	?	?	?
Dark matter freeze-out	?	?	?
EW phase transition	20 ps	10^{15}	100 GeV
QCD phase transition	20 μ s	10^{12}	150 MeV
Neutrino decoupling	1 s	6×10^9	1 MeV
Electron-positron annihilation	6 s	2×10^9	500 keV
Big Bang nucleosynthesis	3 min	4×10^8	100 keV
Matter-radiation equality	60 kyr	3400	0.75 eV
Recombination	260–380 kyr	1100–1400	0.25–0.30 eV
Photon decoupling	380 kyr	1100	0.25 eV

- En el curso comenzamos con los eventos más ‘recientes’ y rebobinamos la película.

- Para explicar varios eventos usamos una suerte de ‘constante observacional’

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \equiv \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} = 10^{-9}$$

- El fotón es su propia antipartícula y es neutro, es razonable una densidad no nula – cuerpo negro.

- Pero, ¿cómo explicamos la asimetría bariónica?

Bariogénesis: problema abierto

- ¿Por qué es un problema? Nuestras teorías actuales preservan el número de bariones, en experimentos de aceleradores se producen tantos bariones como antibariones.

- Se puede calcular en base a la sección eficaz para el proceso

$$b + \bar{b} \leftrightarrow \gamma + \gamma$$

el parámetro de densidad para materia bariónica y uno obtiene

$$\Omega_b \approx 10^{-11} \ll \Omega_b^{obs} \approx 0.05$$

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{8\pi G\rho}{3H^2}$$

- Podemos suponer que el universo era originalmente asimétrico,
- O partir de un universo bariónicamente simétrico y estudiar como podría evolucionar para llegar a los valores medidos hoy de $\Omega_b \approx 0.05$

Condiciones de Sakharov y necesidad de física Beyond Standard Model (BSM)

- En 1967, Sakharov identificó los tres ingredientes necesarios para una buena teoría que de cuenta de la bariogénesis:
 1. **Violación del número bariónico B :** si es conservado y comienza siendo nulo, permanece nulo
 2. **Violación de C y CP :** si C fuera simetría exacta de la teoría, probabilidad de $i \rightarrow f$ igual a la de $\bar{i} \rightarrow \bar{f}$ y no obtenemos B neto. CP es necesario porque sino se producirían iguales cantidades de b_l y \bar{b}_r y de \bar{b}_l y b_r
 3. **Apartamiento del equilibrio:** de otra forma la simetría CPT implicaría que procesos que aumentan y disminuyen B se compensasen.
- El Modelo Estándar cumpliría con las condiciones 1 (no a tree-level, sí a 1-loop) y 2 (electrodébil). Pero la **transición electrodébil** es un crossover y **no aporta el suficiente desvío del equilibrio térmico. Debemos ir a teorías BSM**

Hoja de ruta

- Posible respuesta: transiciones topológicas en el universo temprano posteriores a leptogénesis
 - Modelos más allá del Modelo Estándar: pueden dar cuenta de leptogénesis inicial
1. ¿Cómo es el vacío de las teorías que describen nuestro universo?
 2. ¿Cómo puede un sistema físico saltar de un estado ‘de vacío’ a otro?
 3. Transiciones topológicas entre vacíos → No conservación del número fermiónico
 4. ¿Cuándo fueron relevantes estas transiciones y cuáles fueron sus consecuencias?
 5. ¿Cómo pueden explicar esto la bariogénesis? Bariogénesis vía leptogénesis
 6. Neutrinos masivos: podrían generar leptogénesis

TEORÍAS DE GAUGE



ESTRUCTURA DE VACÍO NO TRIVIAL

Teorías de gauge no-abelianas:

- Poseen vacíos (estados de mínima energía) topológicamente diferentes
- Estos están separados por barreras de potencial y pueden ocurrir transiciones topológicas en el universo temprano
- Veremos que implican no-conservación anómala del número fermiónico en el SM
- Pueden ocurrir por dos vías: instantones o esfalerones, según temperatura a la que ocurren

1: EL VACÍO DE NUESTRAS TEORÍAS DE GAUGE

ESTRUCTURA NO TRIVIAL DE LA VARIEDAD DE VACÍO PARA TEORÍAS DE
GAUGE NO ABELIANAS

El vacío de teorías de gauge

- La teoría de campos es el marco conceptual adecuado para estudiar el universo muy temprano
- Teorías de gauge: teorías de campos con simetrías ‘internas’
- Estas simetrías son transformaciones de los campos que dejan invariantes los observables físicos
- Por ejemplo E&M bajo transformaciones de gauge deja \vec{E} y \vec{B} incambiados:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \alpha \Rightarrow \vec{E}, \vec{B} \rightarrow \vec{E}, \vec{B}$$

- Podemos identificar estas **transformaciones** como **elementos de un grupo**.
- Si el grupo es **no abeliano**: estructura **no trivial del vacío**.
- Ejemplos importantes de tales teorías son:
 - *QCD*: $SU(3)$
 - *Electroweak*: $U(1) \times SU(2)$

tienen grupos de simetría no-abelianos $SU(N)$

El vacío de teorías no Abelianas

- La acción para teorías de gauge puras es: $S = -\frac{g}{4} \int F^2 d^4x$ con $F_{\mu\nu}$ el tensor de campos, dado por: $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$

- Vacío: $F_{\mu\nu} = 0 \not\Rightarrow A_\mu = 0$

- Admiten **transformaciones de gauge** $U(t, \vec{x})$. Por ejemplo podemos tomar: $U(\vec{x})$

$$A_\mu = 0 \rightarrow A_0 = 0 \quad A_i = \frac{i}{g} (\partial_i U) U^{-1}$$

también describe al vacío

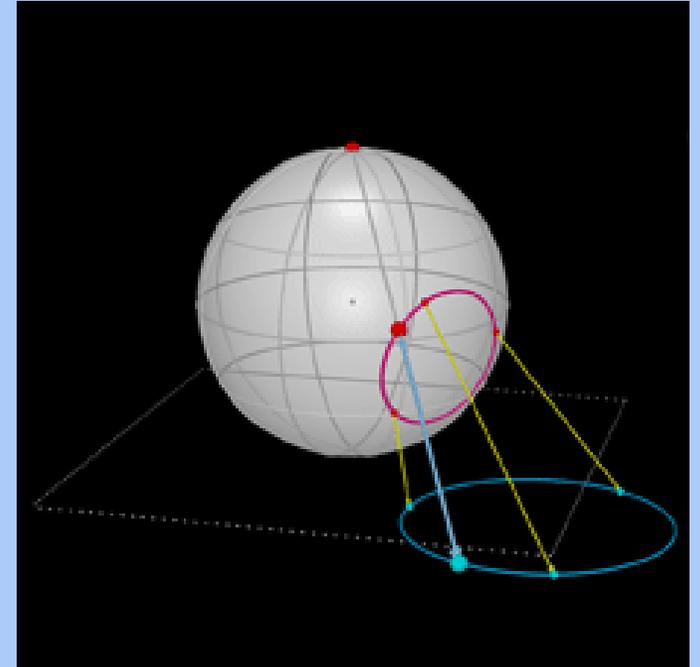
- Todos los vacíos **serían equivalentes** si existiera:

$$U(\vec{x}) \xrightarrow{\text{mapa continuo}} I \quad \forall \vec{x}$$

- Esto **no ocurre para teorías con simetrías internas no Abelianas**, como la teoría electrodébil o la fuerte.

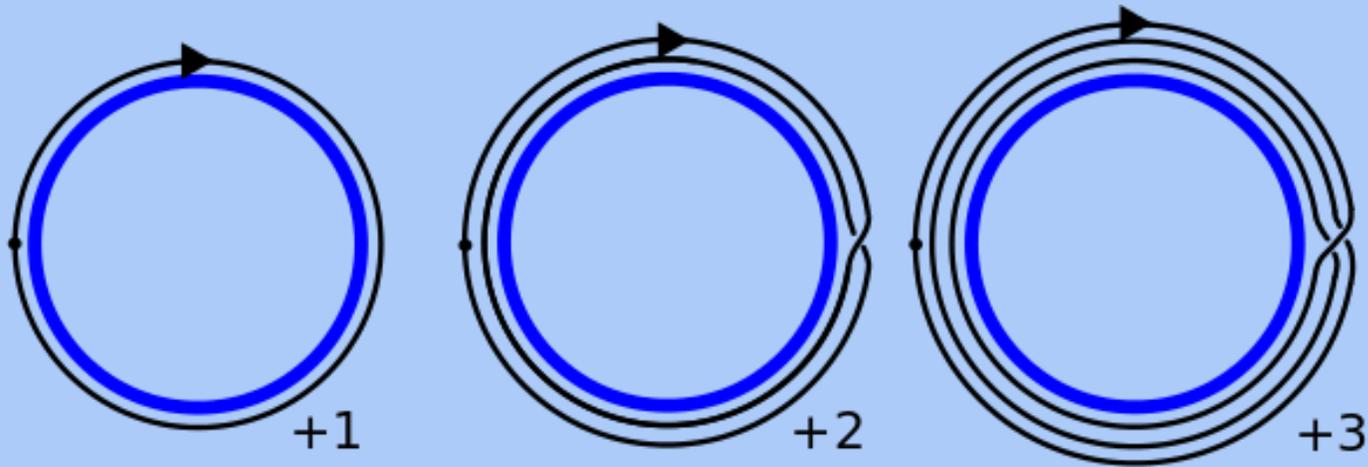
Vacíos equivalentes

- Dos vacíos son equivalentes \Leftrightarrow Existe transformación no singular, continua, que nos lleva de un mapa $U(\vec{x})$ al otro $\tilde{U}(\vec{x})$
- Analicemos $SU(2)$: $U(\chi, \mathbf{n}) = \cos(m\chi) 1 - i(\mathbf{n} \cdot \vec{\sigma})\sin(m\chi)$
- Luego $U \leftrightarrow l = (\cos m\chi, \mathbf{n} \sin m\chi) \rightarrow SU(2) \sim S^3$
- Consideramos mapa: $\mathbb{R}^3 \rightarrow SU(2)$ i.e. $\chi(\vec{x}), n^i(\vec{x})$ & identificamos $|\vec{x}| \rightarrow \infty$. Pedimos $\chi(|\vec{x}| \rightarrow \infty) = \pi$ y $m \in \mathbb{Z}$ (desambiguamos) $\Rightarrow U(\vec{x}): S^3 \rightarrow S^3$ y se enrosca m veces entorno a la esfera.
- Podemos caracterizar a los mapas de $\mathbb{R}^3 \rightarrow SU(2)^{(*)}$ por su **winding number m** : la cantidad de veces que la esfera S^3 se enrosca sobre sí misma.

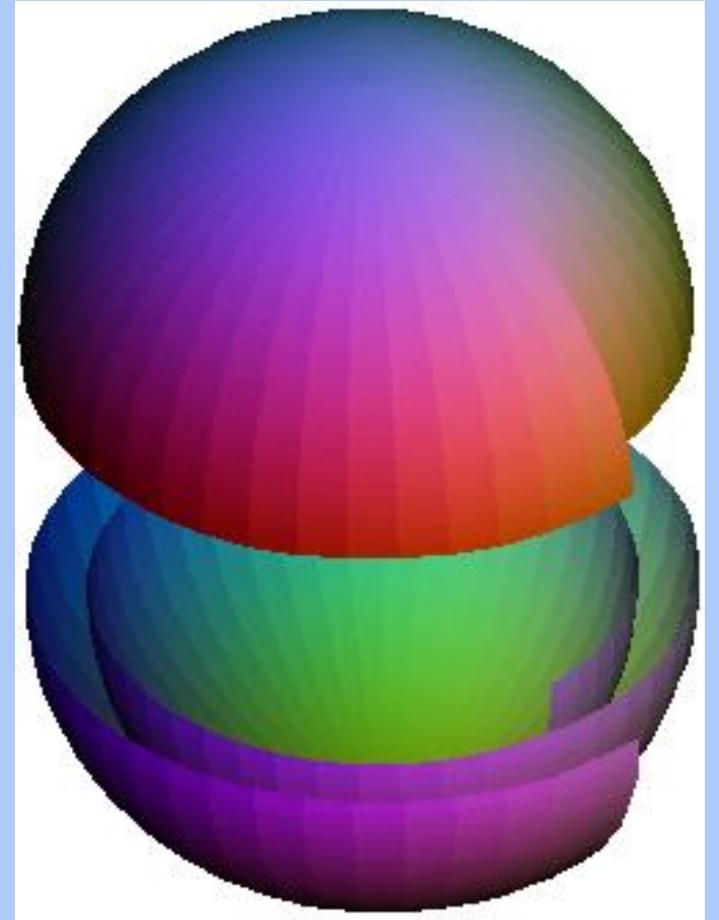


Wikipedia

Construyendo intuición sobre el número de vueltas



Los mapas deformables uno en otro están totalmente caracterizados por el número de enroscamiento



Wikipedia

Vacíos equivalentes: recap

- ¿Qué caracteriza a estas clases de vacíos? Un invariante topológico: el winding number ν

- *Invariante topológico:*

$$U \rightarrow U + \delta U \Rightarrow \nu \rightarrow \nu$$

No cambia bajo transformaciones continuas no singulares.

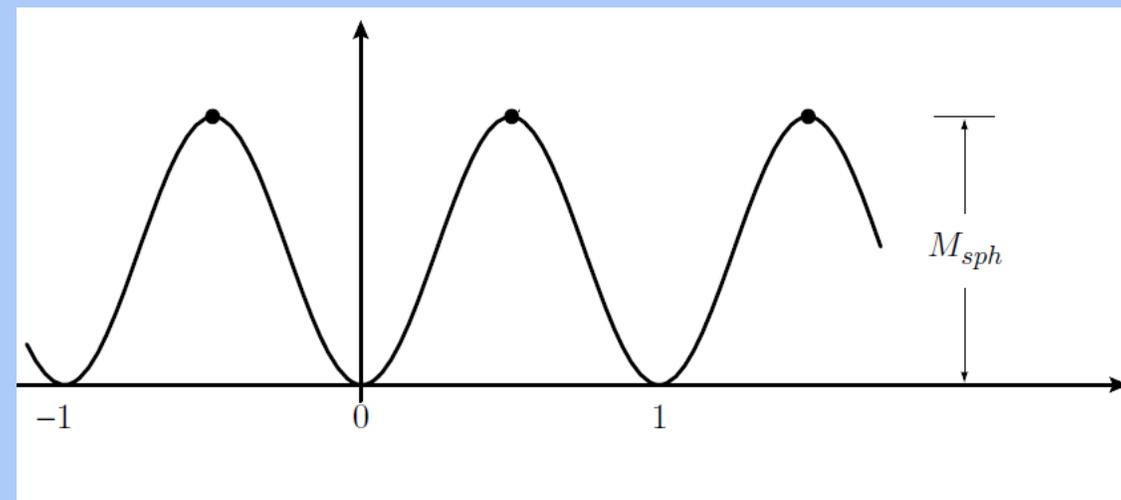
- *Toma valores enteros para cada clase:*

$$\nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Estos resultados son válidos para mapas de $S^3 \rightarrow SU(N)$
- En lenguaje más técnico, dos vacíos son equivalentes si las transformaciones para obtenerlos pertenecen a la misma clase de homotopía.
- **Conclusión: clases de vacíos caracterizadas por winding number**

Transiciones topológicas

- Resulta que tenemos muchos vacíos inequivalentes separados por suerte de ‘barrera de potencial’.
- Es como un sistema de muchos mínimos separados por barreras.
- Por diferentes mecanismos, en el universo temprano se produjeron transiciones entre estos vacíos.
- Veremos que en dichas transiciones, el **número de fermiones** (partículas con spin semientero) **no se conserva**, y esto puede ser un escenario que explique la bariogénesis.
- La diferencia en la cantidad de fermiones es proporcional a la variación $\Delta\nu$
- Veamos **cómo pueden darse estas transiciones y sus consecuencias**.

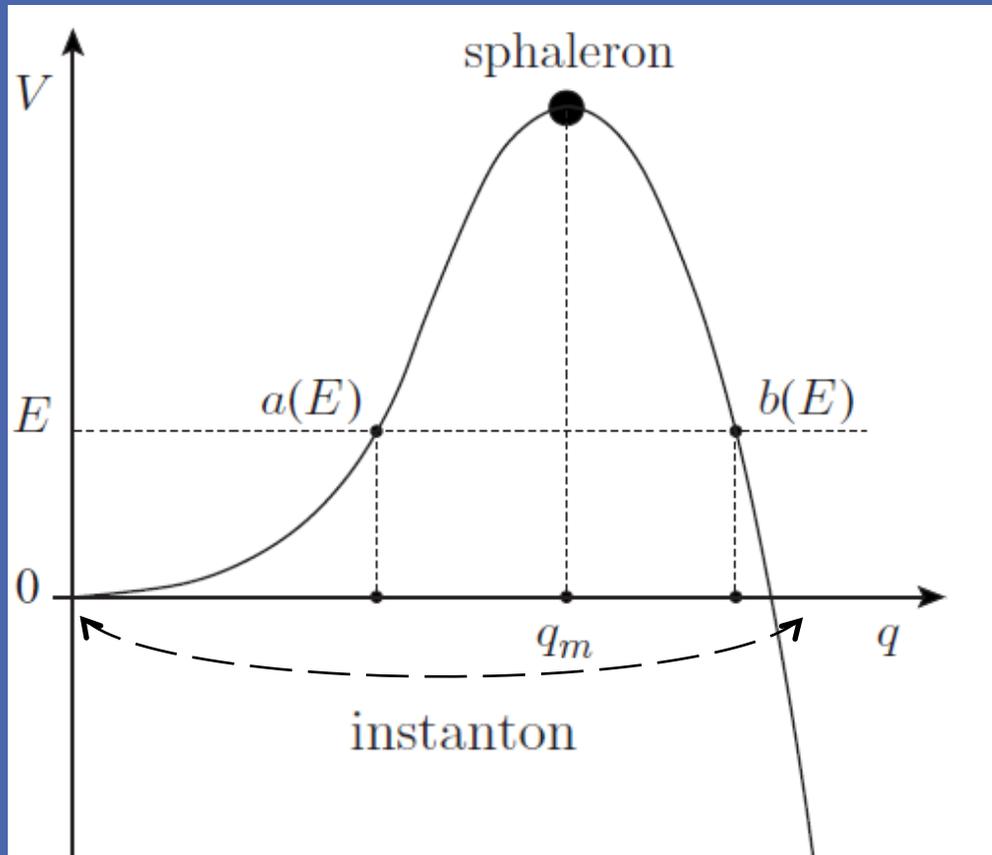


Rubakov & Gorbunov, 2018

2: TRANSICIONES ENTRE VACÍOS

INSTANTONES & ESFALERONES

Escape de partícula de un pozo



Mukhanov, 2005

- Consideremos caso ‘bebé’: partícula de masa M en pozo de potencial en $q_0 = 0$ con $E < V(q_m)$
- Despreciando fluctuaciones térmicas, solo puede escapar por **tuneleo cuántico: instantón**.
- Si consideramos que la partícula está a **temperatura T** , tiene probabilidad de tomar todos los posibles valores de energía.
- Puede eventualmente **saltar por encima de la barrera: esfalerón**
- Según la temperatura del baño térmico, será más probable uno u otro mecanismo.
- Podemos estimar las tasas a las que ocurre cada mecanismo.

- Puntos de retorno clásicos: $a(E)$ y $b(E)$
- La aproximación semi-clásica WKB nos da aproximación para la solución lejos de los puntos de retorno clásicos

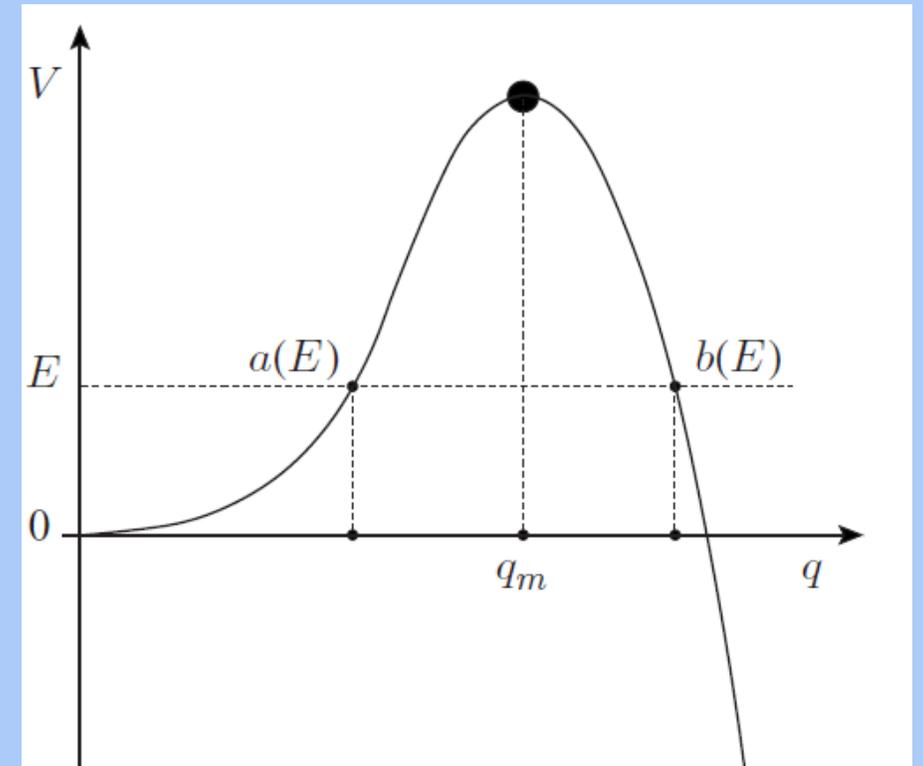
$$\Psi \propto \exp \left(i \int \sqrt{2M(E - V(q))} dq \right)$$

- En regiones clásicamente permitidas: oscila
- Bajo la barrera: decaimiento exponencial
- Para $q > b(E)$ la f.o. está suprimida por factor

$$\exp \left(- \int_{a(E)}^{b(E)} \sqrt{2M(V - E)} dq \right)$$

respecto a su valor dentro de la barrera

- Esta es la contribución dominante a la amplitud de tunelaje de un lado al otro de la barrera a L.T.

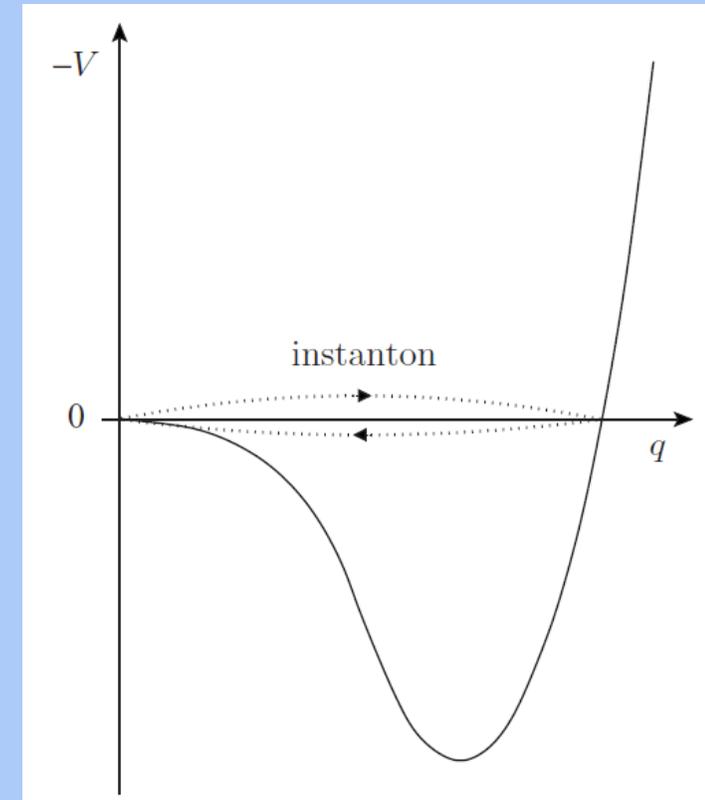


Mukhanov, 2005

Instantones ($E = 0$)

- Tenemos dos estados de mínima energía posibles separados por barrera de potencial.
- Ambas son soluciones permitidas clásicamente.
- Si comenzamos dentro de la barrera, por tunelaje cuántico, podemos evolucionar a estado con partícula fuera.
- La solución que comienza dentro y termina fuera, está suprimida exponencialmente por factor WKB. Conecta dos soluciones estables con 'estados intermedios' prohibidos clásicamente.
- Factor de supresión exponencial: acción de partícula que se mueve en $(-V)$, menos el potencial, entre los dos estados clásicamente permitidos.

$$P_I \propto \exp(-S_I)$$



Mukhanov, 2005

Fluctuaciones térmicas & esfalerones

- Ahora la partícula en equilibrio con baño térmico a T
- Puede tomar energía del baño y “saltar la barrera”, escapando clásicamente.
- La probabilidad total de escapar es:

$$P \propto \sum_E \exp\left(-\frac{E}{T} - 2\Theta(V(q_m) - E) \int_{a(E)}^{b(E)} \sqrt{2M(V - E)} dq\right)$$



Peso de Boltzmann



Solo hay supresión si E sub-barrera



Supresión exponencial

- Podemos **estimar suma por su valor máximo – saddle point approximation**:

$$\frac{1}{T} = 2 \int_{a(E)}^{b(E)} \sqrt{\frac{M}{2(V - E)}} dq = 2 \int_{a(E)}^{b(E)} \frac{dq}{\dot{q}}$$

Aquí $\dot{q} = dq/d\tau$ velocidad ‘Euclídea’ y el término a la derecha corresponde a período de oscilación en $(-V)$

- Para T dada, la contribución dominante es la ‘trayectoria Euclídea’ describiendo oscilaciones de período $1/T$ en el potencial $(-V)$.

- En resumen:

$$T \ll V(q_m)/S_I$$

- La contribución dominante es del instantón, solución que escapa sub-barrera con $E \ll V(q_m)$

$$P_I \propto \exp(-S_I)$$

$$T \gg V(q_m)/S_I$$

- ‘Período oscilación’ $\rightarrow 0$, trayectoria dominante muy cercana al máximo (mínimo) de V ($-V$) y $E \approx V(q_m)$
- La solución inestable ‘estática’ $q = q_m$ es el prototipo de solución en teoría de campos conocida como **esfalerón** (‘listo para caer’)
- Podemos ignorar la supresión exponencial y probabilidad de escapar es

$$P_{esf} \propto \exp\left(-\frac{E_{esf}}{T}\right)$$

- Donde $E_{esf} = V(q_m)$

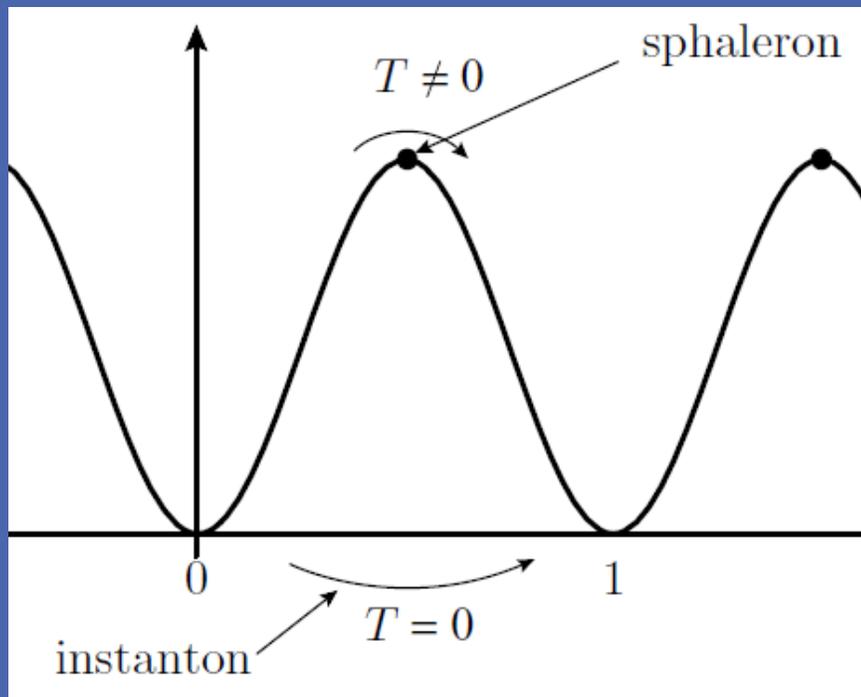
tl;dr

- A temperaturas muy bajas, domina la transición por tunelaje – instantón.
- A medida que aumenta temperatura, partícula tunelea a mayor altura.
- Para temperaturas suficientemente altas, domina la solución estática inestable $q = q_m$.
- Para $T > E_{esf} = V(q_m)$ no hay supresión y partícula escapa rápidamente.
- Podemos extender este razonamiento a sistema con N grados de libertad $\vec{q} \equiv (q_1, q_2, \dots, q_N)$.

3: TRANSICIONES TOPOLÓGICAS DE VACÍO

ENTRE VACÍOS NO EQUIVALENTES DE LA TEORÍA ELECTRODÉBIL

Transiciones topológicas

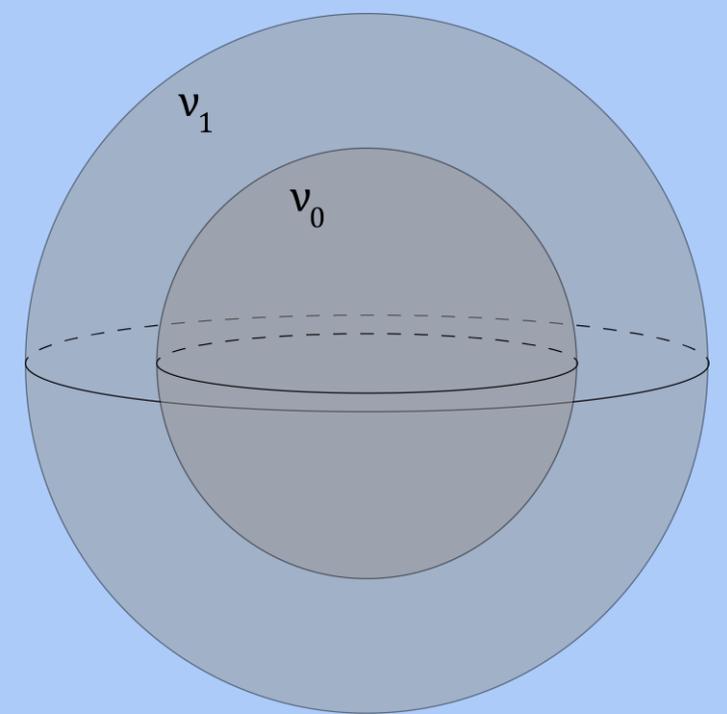


Rubakov & Gorbunov, 2018

- Hemos visto que las teorías de gauge no abelianas presentan varios vacíos.
- Resulta que **existen soluciones (Euclídeas) que interpolan** entre configuraciones con vacíos **no equivalentes**
- Estas configuraciones están **separadas por barreras de potencial**
- Podemos obtener estimaciones para la ‘altura de la barrera’
- Resulta que es $\propto \Delta\nu$
- Pueden ocurrir transiciones por vía de instantones o esfalerones, según temperatura del universo

Barrera entre vacíos

- Consideramos dos configuraciones de vacío en dos hiper-superficies tipo-espacio con $\nu_0 \neq \nu_1$



- Resulta que:

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$$

$$\int \text{Tr} \left(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right) d^4x = \frac{16\pi^2}{g^2} (\nu_1 - \nu_0) \Rightarrow F \neq 0$$

- La solución que interpola entre vacíos tiene $F \neq 0$: ‘mientras evoluciona’ energía positiva, pero i.s & f.s. son de $E = 0 \Rightarrow$ Instantón

- Mediante rotación de Wick y desigualdad Schwartz: $S_E = \frac{1}{2} \int \text{Tr} (F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) \geq \frac{8\pi^2}{g^2} (\nu_1 - \nu_0)$

- Llamamos instantón a solución con $\Delta\nu = 1$ y $F = \pm \tilde{F}$:

$$S_I = \frac{8\pi^2}{g^2} = \frac{2\pi}{\alpha}$$

independientemente del tamaño ρ_I del instantón.

No conservación anómala del número fermiónico

- En teorías con materia, podemos considerar por separado corrientes de partículas izquierdas y derechas:

$$J_L^\mu \equiv \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L \quad \text{y} \quad J_R^\mu \equiv \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R$$

- En teorías no-abelianas:

$$\partial_\mu J_L^\mu = -c_L \frac{g^2}{16\pi^2} \text{Tr}(\mathbf{F}\tilde{\mathbf{F}}) \quad \text{y} \quad \partial_\mu J_R^\mu = c_R \frac{g^2}{16\pi^2} \text{Tr}(\mathbf{F}\tilde{\mathbf{F}})$$

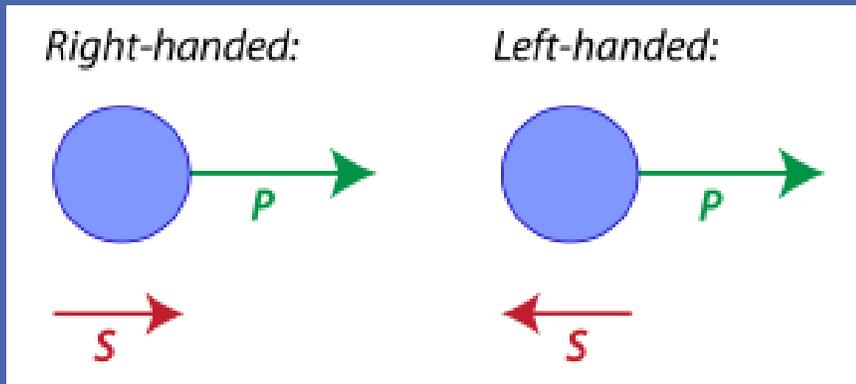
- Consideremos $SU(2)$ del SM: campos de gauge solo acoplados a fermiones izquierdos - $c_L = 1$ y $c_R = 0$ para todas las familias:

$$\partial_\mu^{(f)} J_L^\mu = -\frac{g^2}{16\pi^2} \text{Tr}(\mathbf{F}\tilde{\mathbf{F}})$$

con $f = 1, \dots, 12$ (3 leptones y 3x3 quarks)

- Nos aparece una traza que ya calculamos...

$$\int \text{Tr} \left(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right) d^4x = \frac{16\pi^2}{g^2} (\nu_1 - \nu_0)$$



WikiMedia

Transiciones topológicas

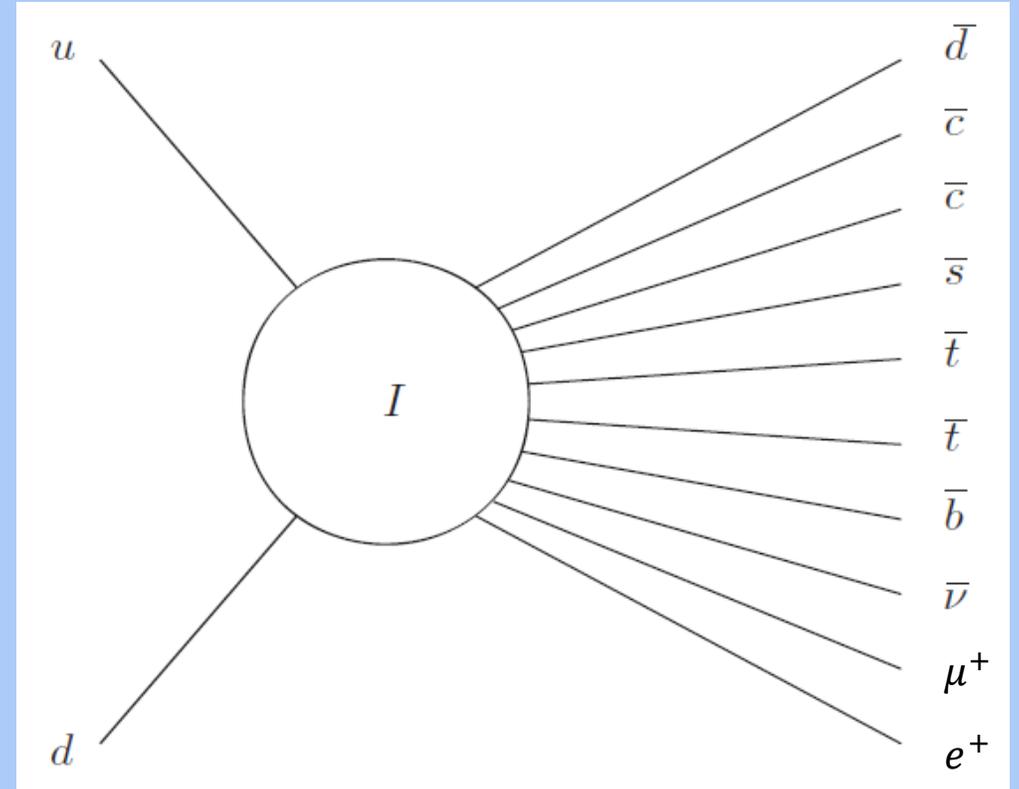
$$\int \text{Tr} \left(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right) d^4x = \frac{16\pi^2}{g^2} (\nu_1 - \nu_0)$$

- En transición con $\Delta\nu$, decrece número fermiónico de cada doblete por $\Delta\nu$ y no se conserva número fermiónico

$$\Delta L_e = \Delta L_\mu = \Delta L_\tau = \frac{1}{3} \Delta B = -\Delta\nu$$

- Se conservan carga, color y energía
- En transición por esfalerón o instantón $\Delta L = \Delta B = -3$
- Energía de los fermiones que desaparecen transmitida a los nuevos f, \bar{f}
- No se conserva número total de fermiones left-handed
- Sí se conserva la diferencia entre números bariónico y fermiónico totales:

$$(B - L)_i = (B - L)_f$$



Mukhanov, 2005

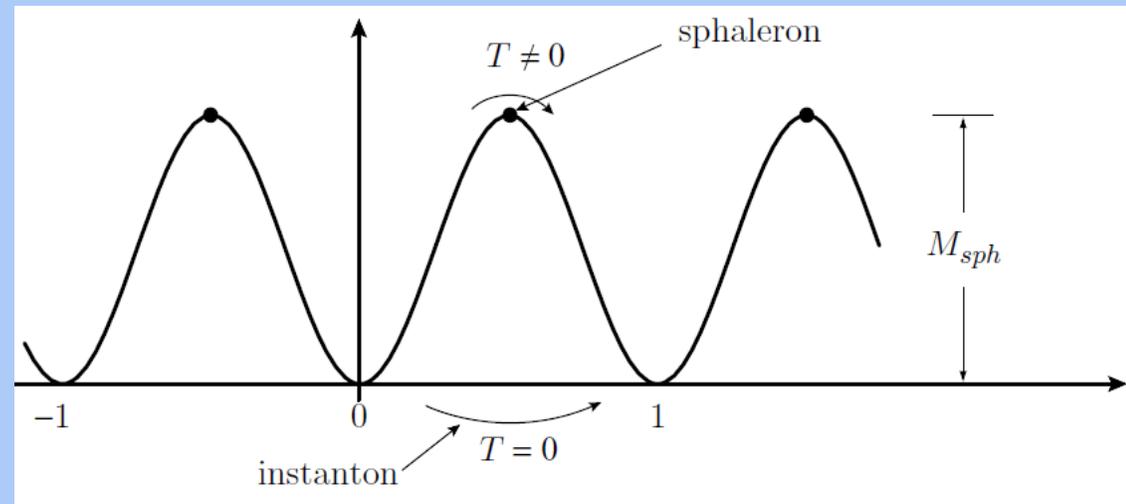
4: TRANSICIONES EN EL UNIVERSO TEMPRANO

¿EN QUÉ TEMPERATURAS FUERON EFICIENTES ESTAS TRANSICIONES?

¿QUÉ CONSECUENCIAS PUEDEN HABER TENIDO?

Transiciones topológicas

- Como vimos, hay muchos mínimos separados por barreras
- Instantón conecta dos contiguos, con **tasa de transición p.u. tiempo y volumen:**



Rubakov & Gorbunov, 2018

$$\Gamma \propto \exp\left(-\frac{4\pi}{\alpha}\right) \text{ Para EW, } \alpha_w \sim 1/29 \text{ y } \Gamma \propto 10^{-160}$$

- Transiciones de vacío **fuertemente suprimidas a L.T. por el valor de α_w** ✓
- A H.T. dominan los **esfalerones**. En fase con simetría rota, existe una escala de cut-off IR natural: M_W , luego podemos estimar máximo $\rho_m \sim M_W^{-1}$
- Estimamos aproximadamente la energía del esfalerón, usando que la altura de la barrera podemos estimarla en $\mathcal{V} \sim \frac{S_I}{\rho}$:

$$M_{esf} \simeq \mathcal{V}_{max} \sim \frac{S_I}{\rho_m} \simeq 2\pi \frac{M_W}{\alpha_w} \sim 15\text{TeV}$$

- Valor más preciso: $\simeq 7 - 13 \text{ TeV}$

En el universo temprano...

- A H.T. dominan esfalerones con tasa:

$$\Gamma_{esf} = C \cdot T^4 \exp\left(-\frac{M_{esf}}{T}\right)$$

con $M_{esf} = \frac{2M_W}{\alpha_W} B\left(\frac{m_h}{M_W}\right) \sim 15\text{TeV}$ y $C = C(T)$, que tomaremos $C \sim 1 \Rightarrow$
para $T \gtrsim 10\text{TeV}$ transiciones muy eficientes

- De hecho eficientes a temperaturas menores: $M_W = M_W(T)$ y esta disminuye al aumentar T pues disminuye VEV del campo de Higgs.
- A temperaturas altas, transiciones no suprimidas: aproximadamente cuando $M_W(T) \sim \alpha_W T$:

$$\Gamma_{esf} \sim R_{esf}^{-4} \sim (\alpha_W T)^4$$

en base a análisis dimensional. Y esta estimación aún vale, aproximadamente, cuando la simetría es restaurada. Para teoría débil, ocurre a $T \sim 178\text{GeV}$.

- A temperaturas altas estas transiciones eran muy eficientes. Esto llevó a que no se conserve el número fermiónico... ¿En qué rango de temperaturas fueron relevantes?

- Las transiciones topológicas están en equilibrio térmico mientras su tasa por fermión sea mayor que el ritmo de expansión universo H :

$$\Gamma_{esf} \gtrsim nH$$

$$n = \frac{3}{4} \frac{g}{\pi^2} \zeta(3) T^3 \approx 0.18 T^3$$

$$\frac{\Gamma}{n_f} \sim \frac{(\alpha_w T)^4}{0.18 T^3} \sim 5.5 \alpha_w^4 T > H = \sqrt{A} T^2 \sim 1.4 \times 10^{-18} \text{GeV}^{-1} T^2$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \rho_{rad} = AT^4$$

$$T < \frac{1}{1.4} \times \frac{5.5 \alpha_w^4}{10^{-18} \text{GeV}^{-1}} \sim 10^{12} \text{GeV}$$

$$A = \frac{8\pi^3 G g_\star}{90 \hbar^3 c^5}$$

$$T < 10^{12} \text{GeV}$$

- A medida que la temperatura disminuye, la simetría se rompe y la supresión exponencial comienza a jugar un rol. Veamos hasta qué punto estas transiciones siguen en equilibrio térmico en el universo temprano:

$$\left. \frac{C \cdot T^{1+3} \exp\left(-\frac{M_{esf}}{T}\right)}{0.18 T^3} > \sqrt{A} T^2 \right\}$$

$$\frac{M_W(T)}{T} < \log(0.18 \sqrt{A} T) \Rightarrow T \gtrsim 10^2 \text{GeV}$$

$$M_{esf}(T) = 2\pi \frac{M_W(T)}{\alpha_w}$$

$$\boxed{10^{12} \text{GeV} \geq T \geq 10^2 \text{GeV}} \quad \checkmark$$

¡¡Antes de los fenómenos que discutíamos!!

Evaluemos lo obtenido:

Event	time	redshift	temperature
Inflation	?	–	–
Baryogenesis	?	?	?
Dark matter freeze-out	?	?	?
EW phase transition	20 ps	10^{15}	100 GeV
QCD phase transition	$20 \mu\text{s}$	10^{12}	150 MeV
Neutrino decoupling	1 s	6×10^9	1 MeV
Electron-positron annihilation	6 s	2×10^9	500 keV
Big Bang nucleosynthesis	3 min	4×10^8	100 keV
Matter-radiation equality	60 kyr	3400	0.75 eV
Recombination	260–380 kyr	1100–1400	0.25–0.30 eV
Photon decoupling	380 kyr	1100	0.25 eV

$$10^{12} \text{ GeV} \geq T \geq 10^2 \text{ GeV}$$

$$\Gamma_{\text{hoy}} \propto 10^{-160}$$

- En teoría EW existen procesos que convierten partículas izquierdas en derechas: mantienen un ‘equilibrio químico’ entre fermiones izquierdos y derechos
- Imponiendo equilibrio termodinámico y usando la diferencia de densidades entre partículas y antipartículas, se puede probar que en equilibrio térmico, **se anula**

$$B + aL = 0$$

donde a es una constante que podemos calcular en base a leyes de conservación y equilibrio químico.

- En el SM con 3 generaciones de fermiones y un doble de Higgs, $a = \frac{28}{51}$
- Aún si en el v.e.u. se hubiese generado $B + aL \neq 0$, se anularía con las transiciones topológicas que suceden en el rango de temperaturas $10^{12}\text{GeV} > T > 10^2\text{GeV}$.

- ¿Qué ocurre si inicialmente cantidades $L=B$?

$$\text{Si } (B - L)_i = 0 \Rightarrow (B - L)_f = 0$$

$$(B + aL)_f = 0 \Rightarrow B_f = L_f = -\frac{B_f}{a} \Rightarrow B_f = 0$$

- Para poder tener una asimetría bariónica luego de alcanzado el equilibrio 'topológico', precisamos mecanismo para generar $B \neq L$ en el v.e.u.
- Otra alternativa podría ser que se hubiera generado $B + aL \neq 0$ en transición electrodébil violenta: escenario poco realista

5: BARIOGÉNESIS VÍA LEPTOGÉNESIS

MODELOS MÁS ALLÁ DEL MODELO ESTÁNDAR: NEUTRINOS MASIVOS

Bariogénesis vía leptogénesis

- Supongamos que en el universo temprano se produjo asimetría ~~bariónica~~ leptónica:

$$B_i = 0, L_i \neq 0$$

- Acabamos de ver que tras las sucesivas transiciones topológicas, se anula:

$$B_f + aL_f = 0$$

- Al mismo tiempo, estas transiciones preservan la diferencia:

$$B_f - L_f = B_i - L_i$$

- Luego nos queda:

$$B_f - L_f = B_f \left(1 + \frac{1}{a} \right) = -L_i \Rightarrow B_f = -\frac{a}{1+a} L_i$$

- Podríamos explicar bariogénesis si en el v.e.u. se hubiese dado asimetría leptónica.
- ¿Ganamos algo?

Más Allá del Modelo Estándar: neutrinos de Majorana

- El Modelo Estándar es incapaz de explicar como podría haberse generado esta asimetría leptónica.
- No es el único problema abierto. Entre otros, el SM no logra explicar:
 - *Asimetría bariónica*
 - *Oscilaciones de neutrinos*
 - *Naturaleza de la materia oscura*
- Exploremos modelos Más Allá del Modelo Standard: neutrinos masivos
- Decaimiento fuera del equilibrio de neutrinos masivos puede generar número inicial no-nulo leptónico.
- ¿Por qué neutrinos masivos? Las oscilaciones de neutrinos $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ solo pueden explicarse si los neutrinos poseen masas finitas: $m_\nu \neq 0$.
- Para producir estas masas precisamos neutrinos derechos

See-saw mechanism

- Postulamos la **existencia de neutrinos derechos**, lo cual permite generar un término de **masa de Dirac** para los neutrinos:

$$\mathcal{L}_Y^{(\nu)} = -f_{ij}^{(\nu)} \chi \bar{\nu}_L^i \nu_R^j + \text{h.c.}$$

Donde los índices recorren las generaciones leptónicas

- Agregar un término de **masa de Majorana** es consistente con las simetrías de la teoría y es de la forma:

$$\mathcal{L}_M^{(\nu)} = -\frac{1}{2} M_{ij} (\bar{\nu}_R^c)^i \nu_R^j$$

- El término de masa, una vez rota la simetría, con el campo de Higgs adquiriendo VEV χ_0 , induce masas de Dirac mediante matriz de masas: $(m_D)_{ij} = f_{ij}^{(\nu)} \chi_0$
- Considerando una sola generación:

$$\mathcal{L}^{(\nu)} = -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{\nu}_R^c) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

$$\mathcal{L}^{(\nu)} = -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_L \ \bar{\nu}_R^c) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

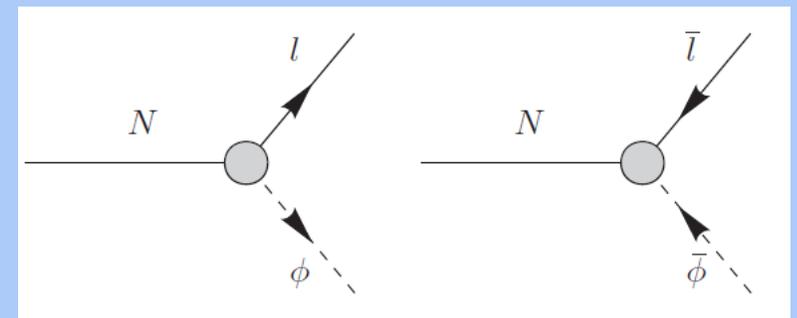
- Esta matriz tiene autovalores que cumplen $\lambda_+ \lambda_- = -m_D^2$: uno sube, y el otro baja
- Los autovalores y autovectores para valores grandes del parámetro M son:

Neutrinos ligeros	Neutrinos pesados
$m_\nu \simeq -\frac{m_D^2}{M}$	$m_N \simeq M$
$\nu \simeq \nu_L + \nu_L^c$	$N \simeq \nu_R + \nu_R^c$

- Para valores razonables de m_D y M , se obtiene $m_\nu \sim 10^{-2} \text{eV}$ y $m_N \sim 10^{15} \text{GeV}$

- El término de Majorana viola el número fermiónico.

Los neutrinos de majorana $N = N^c$ están acoplados al campo de Higgs y pueden decaer a pares $N \rightarrow l\phi$ o $N \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}$



Mukhanov, 2005

- Si ahora consideramos de nuevo tres familias, los autoestados de masa no tienen porqué coincidir con los autoestados de sabor: vinculados por matriz CKM de mezcla.
- Esto explica oscilaciones de neutrinos y lleva a acoplamientos de Yukawa complejos, que son fuente de violación de CP.
- Esto lleva a que las tasas de decaimiento difieran:

$$\Gamma(N \rightarrow l\phi) = \frac{1}{2}(1 + \epsilon)\Gamma_{\text{tot}} \quad \text{y} \quad \Gamma(N \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) = \frac{1}{2}(1 - \epsilon)\Gamma_{\text{tot}}$$

donde $\epsilon \ll 1$. El número leptónico medio del decaimiento del neutrino N es ϵ : se produce **asimetría leptónica**.

- Los neutrinos pesados pueden producirse luego de la inflación en la fase de pre-heating o luego de la termalización.
- Luego su concentración se congela y se produce asimetría leptónica en sus decaimientos fuera del equilibrio.
- En las posteriores transiciones topológicas, la asimetría es transferida parcialmente a asimetría bariónica.
- Para parámetros sugeridos por mediciones de oscilaciones de neutrinos, uno puede obtener la asimetría bariónica observada vía leptogénesis.

Puesta a punto: ¿qué vimos?

- Problema abierto en la cosmología: explicar la asimetría bariónica.
- El SM no parece proveer respuestas satisfactorias.
- Estudiamos estructura de vacío de teorías de gauge no-abelianas: vacíos topológicamente no equivalentes.
- Vimos como un sistema físico puede saltar entre configuraciones de mínima energía o vacío.
- Aplicamos estas ideas a las transiciones entre vacíos equivalentes.
- Concluimos que en estas transiciones cambia el número total de fermiones.
- Hallamos el rango de temperaturas en que estas transiciones son relevantes, que está en acuerdo con lo que conocemos.
- Mostramos como si partimos de universo con asimetría leptónica, por este mecanismo podemos producir asimetría bariónica.
- Presentamos extensión mínima y plausible del SM que da cuenta de la asimetría leptónica y de otro problema abierto: oscilaciones de neutrinos.



FIN

¡GRACIAS! ¿PREGUNTAS?

Referencias

- Mukhanov, V. F. (2012). The very early universe. In *Physical Foundations of Cosmology*. essay, Cambridge University Press.
- Rubakov, & Gorbunov. (2018). Generatio of baryon asymmetry. In *Introduction to the theory of the early universe: Hot big bang theory*. essay, World Scientific.
- A. D. Sakharov (1967). *Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe*. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters.
- M. E. Shaposhnikov; G. R. Farrar (1993). *Baryon Asymmetry of the Universe in the Minimal Standard Model*. Physical Review Letters.
- Baumann, D. (2022). *Cosmology*. Cambridge University Press.
- Tong, D. (2019). *Lectures on Cosmology*. University of Cambridge

EXTRA: TRANSICIÓN ELECTRODÉBIL

RUPTURA ESPONTÁNEA DE SIMETRÍA

Mecanismo de Higgs

- La física que describe las partículas fundamentales es la teoría de campos
- Una forma en que los campos fundamentales de nuestras teorías adquieren masa es el **mecanismo de Higgs**:
 1. Consideramos interacción con campo escalar que respete simetrías de las teorías
 2. Realizamos una redefinición de los campos de la teoría
 3. Obtenemos una teoría de campos masivos cuyas masas dependen del Valor Esperado en el Vacío (VEV) del **campo de Higgs**
 4. Podemos aproximar interacciones de este campo con el resto: **potencial efectivo dependiente de la temperatura**

Ruptura espontánea de simetría

- El campo de Higgs interactúa con el potencial efectivo $V_{eff}(T)$ de los demás campos y de la temperatura.
- A H.T. este potencial presenta un mínimo únicamente en $\chi = 0$
- En consecuencia, los fermiones y mediadores son no masivos.
- Si bajamos la temperatura, aparece un segundo mínimo local $\chi = \chi_0 \neq 0$, que eventualmente se puede volver energéticamente favorable.
- El estado de vacío con $\chi = 0$ se torna metaestable o inestable, ocurre una **transición de fase** y los campos se vuelven **masivos**
- Según como evoluciona $V_{eff}(T)$ la transición puede ser de primer o mayor orden

Teoría electrodébil $SU(2) \times U(1)$

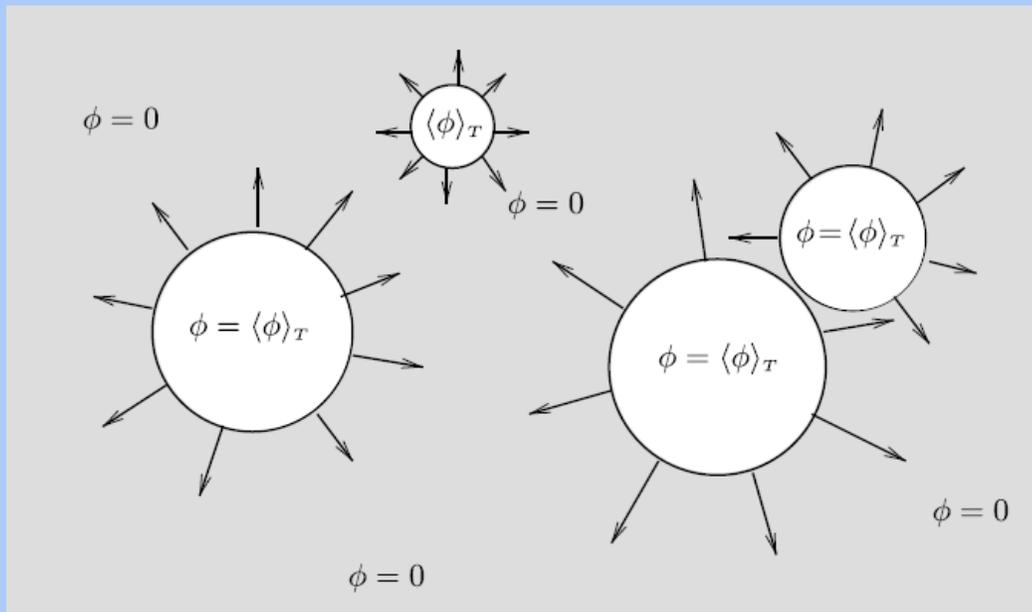
- En la teoría electrodébil podemos generar masas para los bosones de gauge con este mecanismo.
- Realizando este procedimiento uno obtiene
 - Campo vectorial masivo no cargado: bosón Z
 - Dos campos vectoriales masivos cargados: bosones W
 - Campo vectorial sin masa: fotón A

- Las masas depende de si el campo de Higgs adquiere o no un VEV:

$$M_Z = \sqrt{g^2 + g'^2} \frac{\chi_0}{2} \quad M_W = \frac{g\chi_0}{2}$$

- El campo de Higgs interactúa con estas partículas: evoluciona en el 'potencial efectivo' que considera tales interacciones
- Sucede que dicho potencial presenta comportamientos diferentes a H.T. y L.T

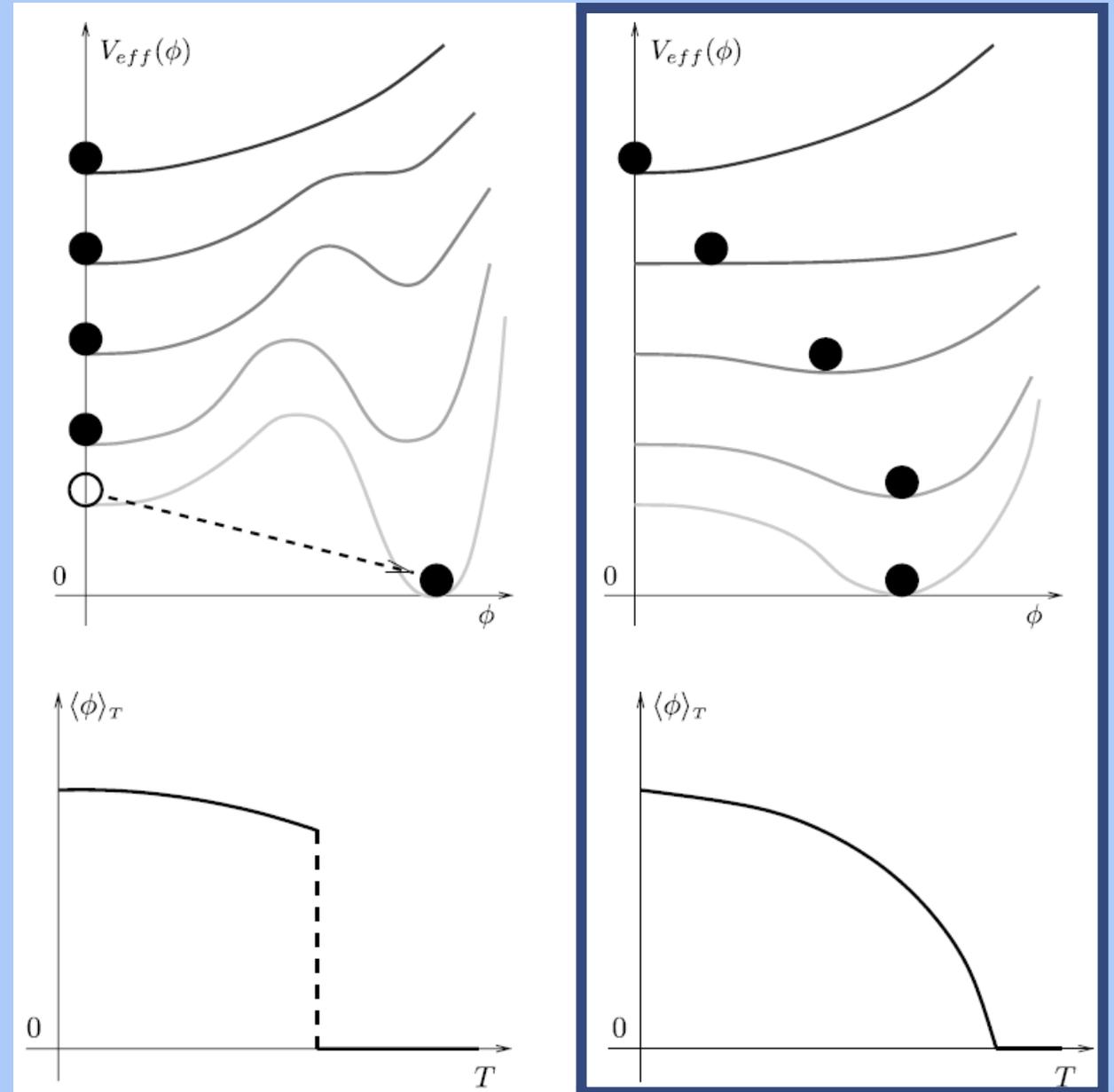
- Este potencial depende de la temperatura. A muy H.T. solo tiene un mínimo en $\chi = 0$. Los fermiones y bosones intermedarios son de masa nula y la simetría está restaurada.
- A medida que el universo se expande, la temperatura baja. Debajo de una cierta T_c el potencial efectivo adquiere un mínimo energéticamente favorable, $\chi_{min}(T) \neq 0$, y la transición a este estado se vuelve posible.
- Según parámetros de la teoría, podemos tener una **transición de fase de primer orden** o una **transición de mayor orden (o crossover)**.
- Si cuando ocurre la transición existe barrera de potencial, la transición ocurre por nucleación de burbujas, llenas de la nueva fase.



- Si la tasa de nucleación supera ritmo de expansión, la nueva fase eventualmente llena el espacio.
- Como resultados bosones de gauge y fermiones se tornan masivos.
- Es muy violenta y uno espera desvíos del equilibrio térmico.

- Cómo es la transición, depende de la evolución con la temperatura del potencial efectivo.
- Las dos posibilidades son:
- Resulta que para la **transición electrodébil**, ocurre el segundo caso, se da un **crossover sin consecuencias cosmológicas dramáticas** – sin grandes desvíos del equilibrio térmico.
- Podemos estimar la temperatura de la transición a partir del potencial efectivo. Resulta que:

$$T_c \approx 178\text{GeV}$$



DETALLE INSTANTONES & ESFALERONES

ROTACIÓN DE WICK E INTEGRAL DE CAMINOS

Instantones (E=0)

$$\int_0^{b(0)} \sqrt{2MV} dq = \int_{-\infty}^{\tau_b} \left(\frac{M\dot{q}^2}{2} + V \right) d\tau \equiv S_{b(0)}$$

- Donde definimos $q(\tau)$ tal que verifica la EOM: $M\ddot{q} + \frac{\partial(-V)}{\partial q} = 0$

- Esto equivale a realizar una rotación de Wick, $t \rightarrow -i\tau$,

sobre la P.I. de la partícula: $ds^2 = dt^2 - d\mathbf{x}^2 \rightarrow -(d\tau^2 + d\mathbf{x}^2) = ds_E^2$

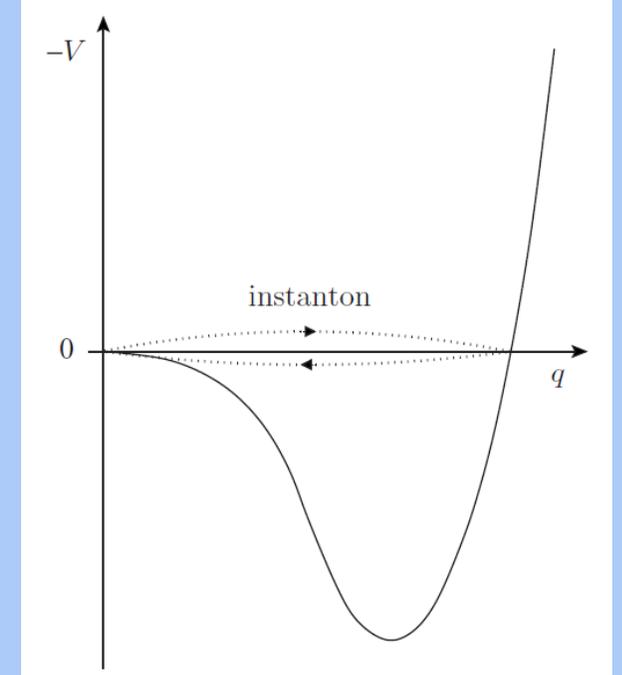
- Tenemos libertad de tomar $\tau_b = 0$

- $S_{b(0)}$ es la acción Euclídea para partícula en potencial (-V) con condiciones de borde $\begin{cases} q(-\infty) = 0 \\ q(0) = b(0) \end{cases}$

- Si cerramos trayectoria pidiendo $q(+\infty) = 0$: versión bebé de las soluciones a la teoría Euclídea de campos llamadas **instantones** - conecta dos soluciones estables con configuraciones intermedias prohibidas clásicamente.

- Por simetría: $S_I = 2S_{b(0)}$

- Contribución dominante a la probabilidad de transición:



$$P_I \propto \exp(-S_I)$$

tl;dr

- Tenemos dos estados de mínima energía posibles separados por barrera de potencial.
- Ambas son soluciones permitidas.
- Si comenzamos dentro de la barrera, por tunelaje cuántico, podemos evolucionar a estado con partícula fuera.
- La solución que comienza dentro y termina está suprimida exponencialmente, conecta dos soluciones estables con estados intermedios prohibidos clásicamente.
- Supresión exponencial: acción de partícula que se mueve en (-) el potencial entre los dos estados clásicamente permitidos.

$$P_I \propto \exp(-S_I)$$

Fluctuaciones térmicas & esfalerones

- Ahora la partícula en equilibrio con baño térmico a T
- Puede tomar energía del baño y “saltar la barrera”, escapando clásicamente.
- La probabilidad total de escapar es:

$$P \propto \sum_E \exp\left(-\frac{E}{T} - 2\Theta(V(q_m) - E) \int_{a(E)}^{b(E)} \sqrt{2M(V - E)} dq\right)$$

↑
↑
↑

Peso de Boltzmann
Solo hay factor si E sub-barrera
Supresión exponencial

- Podemos **estimar suma por su valor máximo – saddle point approximation:**

$$\frac{1}{T} = 2 \int_{a(E)}^{b(E)} \sqrt{\frac{M}{2(V - E)}} dq = 2 \int_{a(E)}^{b(E)} \frac{dq}{\dot{q}}$$

Aquí $\dot{q} = dq/d\tau$ velocidad ‘Euclídea’ y el término a la derecha corresponde a período de oscilación en $(-V)$

$$\frac{1}{T} = 2 \int_{a(E)}^{b(E)} \sqrt{\frac{M}{2(V-E)}} dq = 2 \int_{a(E)}^{b(E)} \frac{dq}{\dot{q}}$$

- Para T dada, la contribución dominante es la trayectoria Euclídea describiendo oscilaciones de período $1/T$ en el potencial $(-V)$.

$$T \ll V(q_m)/S_I$$

- La contribución dominante es del instantón, solución que escapa sub-barrera con $E \ll V(q_m)$

$$P_I \propto \exp(-S_I)$$

$$T \gg V(q_m)/S_I$$

- Período oscilación $\rightarrow 0$, trayectoria dominante muy cercana al máximo (mínimo) de V ($-V$) y $E \approx V(q_m)$
- La solución inestable 'estática' $q = q_m$ es el prototipo de solución en teoría de campos conocida como **esfalerón** ('listo para caer')
- Podemos ignorar la supresión exponencial y probabilidad de escapar es

$$P_{esf} \propto \exp\left(-\frac{E_{esf}}{T}\right)$$

- Donde $E_{esf} = V(q_m)$

tl;dr

- A temperaturas muy bajas, domina la transición por tunelaje – instantón.
- A medida que aumenta temperatura, partícula tunelea a mayor altura.
- Para temperaturas suficientemente altas, domina la solución estática inestable $q = q_m$.
- Para $T > E_{esf}$ no hay supresión y partícula escapa rápidamente.
- Podemos extender este razonamiento a sistema con N grados de libertad $\vec{q} \equiv (q_1, q_2, \dots, q_N)$.

NÚMERO DE ENROSCAMIENTO

DEFINICIÓN FORMAL Y APLICACIÓN AL CASO $SU(2)$

Definición general del número de vueltas y cálculo para SU(2)

- La definición es:

$$\nu \equiv -\frac{1}{24\pi^2} \int \text{Tr}(\epsilon^{ijk} (\partial_i U) U^{-1} (\partial_j U) U^{-1} (\partial_k U) U^{-1}) d^3x$$

- Si usamos la parametrización:

$$U(\chi, \mathbf{n}) = \cos(m\chi) 1 - i(\mathbf{n} \cdot \vec{\sigma}) \sin(m\chi)$$

- Y si $\chi = \chi(r)$ y $\hat{n} = \hat{r}$ entonces, haciendo cambio de variables y calculando la integral obtenemos:

$$\nu = m$$

Cálculo de la integral entre vacíos inequivalentes

- Queremos calcular la integral:

$$\int \text{Tr} \left(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right) d^4x = \frac{16\pi^2}{g^2} (\nu_1 - \nu_0) \Rightarrow F \neq 0$$

- Resulta que: $\text{Tr}(F\tilde{F}) = \partial_\alpha [\text{Tr} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} (F_{\beta\gamma} A_\delta - \frac{2}{3} ig A_\beta A_\gamma A_\delta)]$
- Si recordamos, elegimos mapas: $A_i = \frac{i}{g} (\partial_i U) U^{-1}$
- Entonces, la integral queda solamente la evaluación en los bordes del número de vueltas:

$$\nu \equiv -\frac{1}{24\pi^2} \int \text{Tr}(\epsilon^{ijk} (\partial_i U) U^{-1} (\partial_j U) U^{-1} (\partial_k U) U^{-1}) d^3x$$

