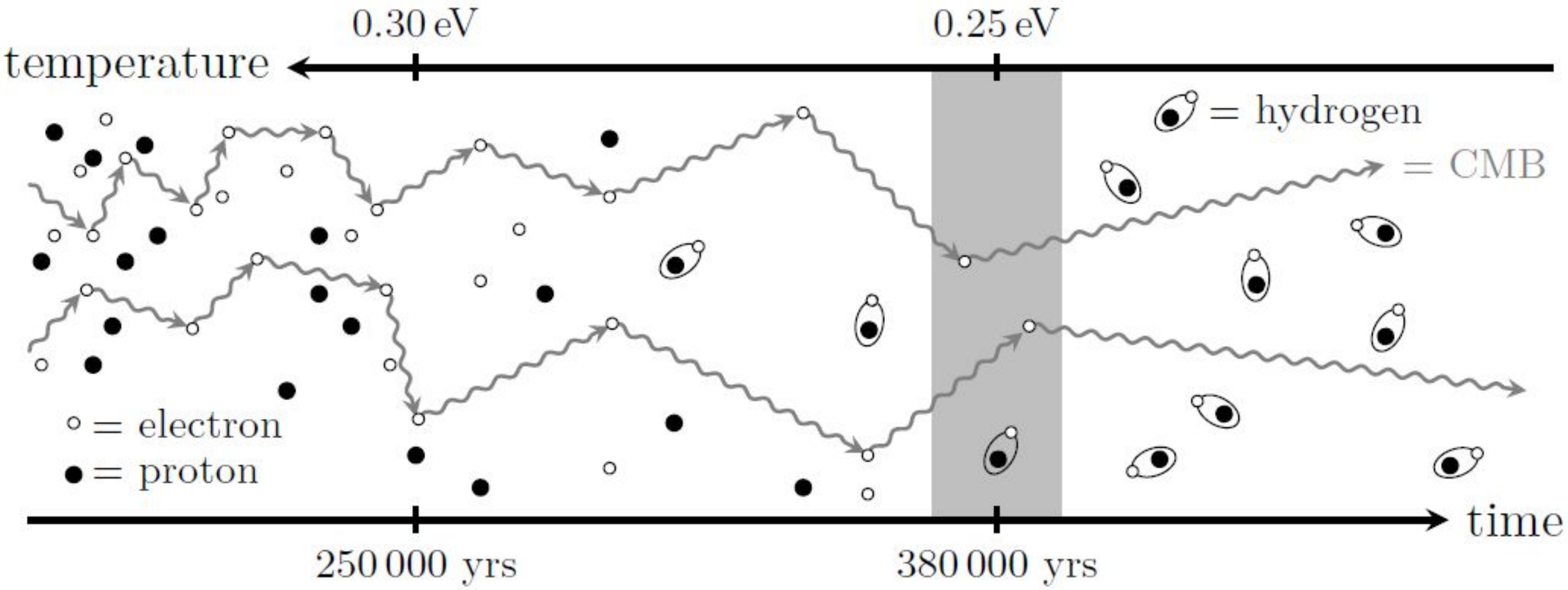
Recombinación

UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Sofía Bortagaray
sofibortagaray@gmail.com


0.30 eV
0.25 eV
temperature
= hydrogen
= CMB
= electron
= proton
time
250 000 yrs
380 000 yrs

- Protones, electrones, hidrógeno y helio en equilibrio térmico a la temperatura de radiación.
    - Helio
    - Estados excitados del hidrógeno

$$e^- + p^+ \leftrightarrow H_{1s} + \gamma$$

En equilibrio: $e^- + p^+ \leftrightarrow H_{1s} + \gamma$

$$n_i = g_i \left(\frac{m_i T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\mu_i - m_i}{T}}$$

$$\mu_p + \mu_e = \mu_{1s}$$

$$\frac{n_{1s}}{n_e n_p} = \frac{g_{1s}}{g_e g_p} \left(\frac{m_{1s}}{m_e m_p} \frac{2\pi\hbar^2}{T} \right)^{3/2} e^{\frac{m_p + m_e - m_{1s}}{T}}$$

$$\frac{n_{1s}}{n_e n_p} = \frac{g_{1s}}{g_e g_p} \left(\frac{m_{1s}}{m_e m_p} \frac{2\pi\hbar^2}{T} \right)^{3/2} e^{\frac{m_p + m_e - m_{1s}}{T}}$$

$$n_e = n_p$$ Universo de carga neutra

$$m_{1s} \approx m_p$$

$$B_1 \equiv m_p + m_e - m_{1s} = 13.6eV$$

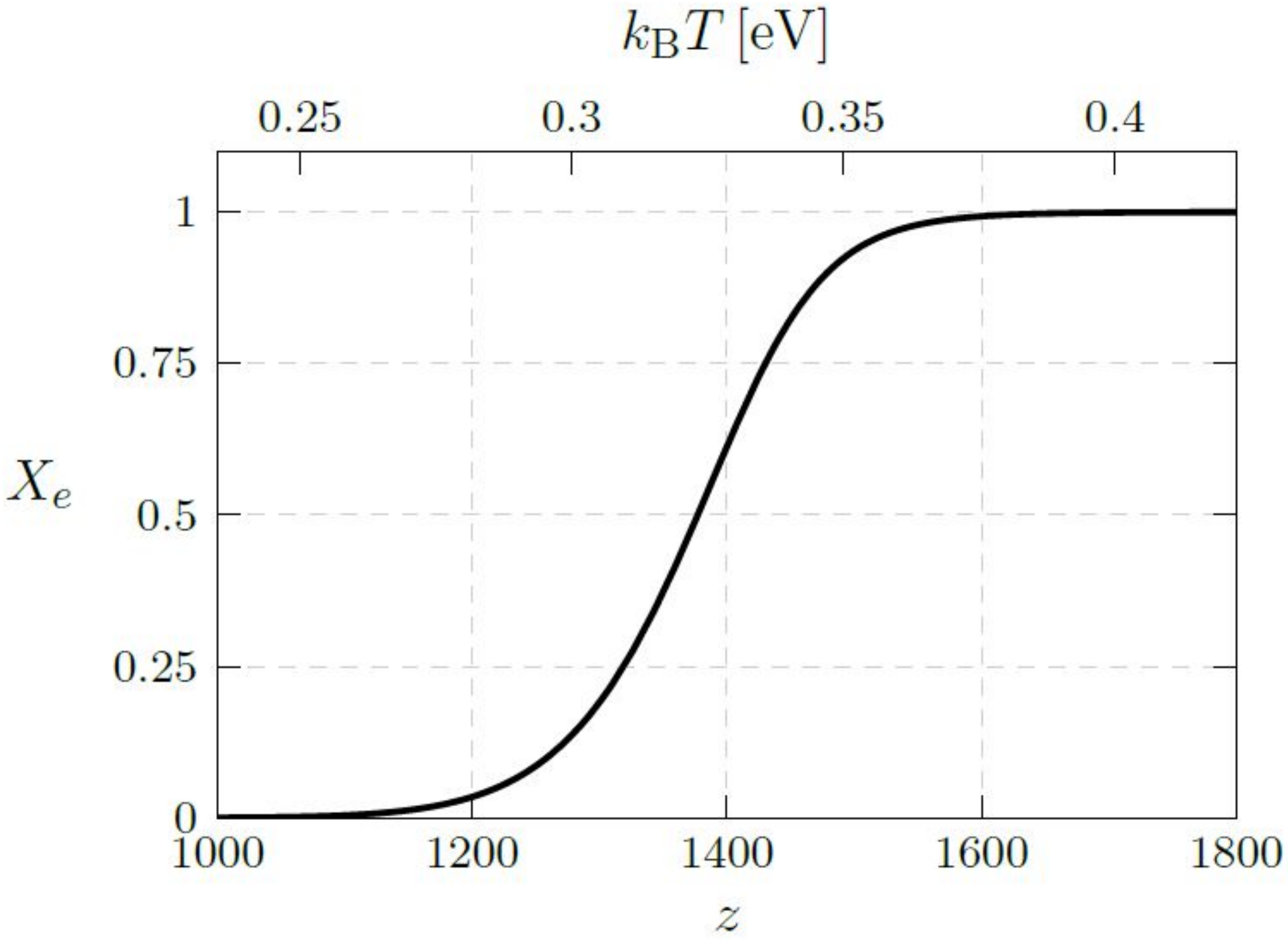
$$\frac{n_{1s}}{n_e^2} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\frac{B_1}{T}}$$

$$n \equiv n_p + n_{1s} = 0.76 n_B \qquad X \equiv \frac{n_e}{n}$$

$$n_{1s} = \frac{n_e}{X} - n_p = \frac{n_e - n_e X}{n_e} n = (1 - X) n$$

$$\frac{n_{1s}}{n_e^2} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\frac{B_1}{T}}$$

$$1 = X \left[1 + n \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\frac{B_1}{T}} X \right]$$


$k_B T$ [eV]
0.25
0.3
0.35
0.4
1
0.75
X_e
0.5
0.25
0
1000
1200
1400
1600
1800
z

Fuera del equilibrio:

$$\frac{d(n_i a^3)}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(n_i a^3)}{dt} = C_i\left[\{n_j\}\right]$$

$$1 + 2 \leftrightarrow 3 + 4$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(n_1 a^3)}{dt} = -\alpha n_1 n_2 + \beta n_3 n_4$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(n_1 a^3)}{dt} = -\alpha n_1 n_2 + \beta n_3 n_4$$

$\alpha = \langle \sigma v \rangle$ Sección eficaz promediada en las velocidades

$$\beta = \left(\frac{n_1 n_2}{n_3 n_4}\right)_{eq} \alpha$$

$$e^- + p^+ \leftrightarrow H_{1s} + \gamma$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(n_e a^3)}{dt} = - < \sigma v > \left[n_e n_p - \left(\frac{n_e n_p}{n_{1s} n_\gamma} \right)_{eq} n_{1s} n_\gamma \right]$$

$$n_e = n_p \qquad\qquad n_\gamma = n_{\gamma eq}$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(n_e a^3)}{dt} = - < \sigma v > \left[n_e^2 - \left(\frac{n_e^2}{n_{1s}} \right)_{eq} n_{1s} \right]$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(n_e a^3)}{dt} = - < \sigma v > \left[n_e^2 - \left(\frac{n_e^2}{n_{1s}} \right)_{eq} n_{1s} \right]$$

$$\left(\frac{n_{1s}}{n_e^2} \right)_{eq} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\frac{B_1}{T}}$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(n_e a^3)}{dt} = - < \sigma v > \left[n_e^2 - \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{-3/2} e^{-\frac{B_1}{T}} n_{1s} \right]$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(n_e a^3)}{dt} = - < \sigma v > \left[n_e^2 - \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{-3/2} e^{-\frac{B_1}{T}} n_{1s} \right]$$

$$X = \frac{n_e}{n} \qquad n_{1s} = \frac{n_e}{X} - n_p = \frac{n_e - n_e X}{n_e} n = (1 - X)n$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{d(na^3 X)}{dt} = - < \sigma v > \left[(nX)^2 - \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{-3/2} e^{-\frac{B_1}{T}} (1 - X)n \right]$$

$$\downarrow$$

$$\frac{dX}{dt} = - < \sigma v > \left[nX^2 - \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{-3/2} e^{-\frac{B_1}{T}} (1 - X) \right]$$

Recombinación a más detalle:

$$e^- + p^+ \leftrightarrow H_{1s} + \gamma$$

Puede ionizar otro hidrógeno

Buscamos otras formas de llegar al estado base:

1. $e^- + p^+ \leftrightarrow H^* + \gamma$
2. $H^* \leftrightarrow H_{1s} + \gamma$

$$H_{3l} \leftrightarrow H_{1s} + \gamma$$

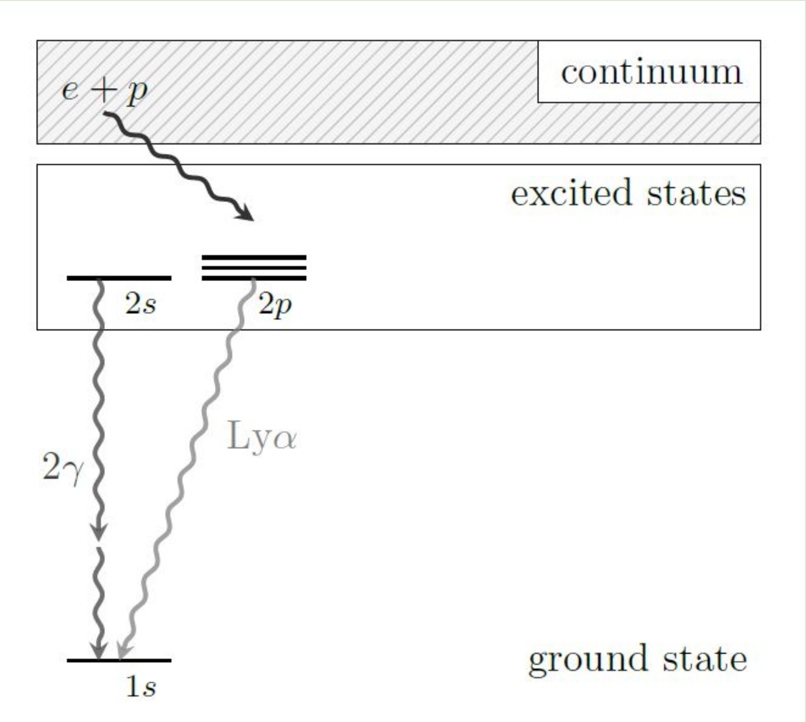
Puede ionizar otro hidrógeno

1. $e^{-} + p^{+} \leftrightarrow H_{2p} + \gamma$

$$H_{2p} \leftrightarrow H_{1s} + \gamma_{\alpha}$$

2. $e^{-} + p^{+} \leftrightarrow H_{2s} + \gamma$

$$H_{2s} \leftrightarrow H_{1s} + \gamma + \gamma$$



Aproximaciones

1. Las colisiones y transiciones radiactivas entre los estados de los hidrógenos son **suficientemente rápidas como para considerar todos los estado en equilibrio** entre ellos a temperatura T (excepto por el estado base).

$$n_i = (2l+1)\left(\frac{m_i T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_i - m_i}{T}}$$

$$n_{2s} = \left(\frac{m_{2s} T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_{2s} - m_{2s}}{T}} \quad n_{nl} = (2l+1) n_{2s} e^{\frac{B_2 - B_n}{T}}$$

Aproximaciones

2. El **cambio en el número de átomos de hidrógeno en el estado base** está dado por los **decaimientos de 2s y 2p** así como la **excitación de los 1s**.

- En la generación de 1s disminuye de forma implícita el número de electrones y protones libres.

$$\alpha(T) n_p n_e a^3 \qquad n_e = n_p \qquad \alpha(T) n_e^2 a^3$$

Aproximaciones

2. El **cambio en el número de átomos de hidrógeno en el estado base** está dado por los **decaimientos de 2s y 2p** así como la **excitación de los 1s**.

- En la ionización de átomos de hidrógeno aumenta el número de electrones libres.

$$\Sigma\beta'_{nl}(T)n_{nl}a^3$$

$$n_{nl} = (2l+1)n_{2s}e^{\frac{B_2-B_n}{T}}$$

$$\beta(T)n_{2s}a^3$$

$$\frac{d}{dt}\left(n_e a^3\right) = -\alpha n_e^2 a^3 + \beta n_{2s} a^3$$

$$n \equiv n_p + n_{1s} = 0.76 n_B \qquad \frac{d}{dt}\left(n a^3\right) = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{n_e}{n}\right) = -\frac{\alpha n_e^2}{n} + \frac{\beta n_{2s}}{n}$$

En equilibrio:

$$0 = -\frac{\alpha n_{e,eq}^2}{n} + \frac{\beta n_{2s,eq}}{n}$$

$$\alpha \left(\frac{n_e^2}{n_{2s}} \right)_{eq} = \beta$$

$$\left(\frac{n_{1s}}{n_e^2} \right)_{eq} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\frac{B_1}{T}}$$

$$\left(\frac{n_{2s}}{n_e^2} \right)_{eq} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\frac{B_2}{T}}$$

$$\beta = \alpha \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{-3/2} e^{\frac{-B_2}{T}}$$

Aproximaciones

3. El incremento neto de átomos excitados debido a **recombinación y reionización** se balancea con la disminución neta en este número debido a **transiciones desde y hacia el estado base**.

- Recombinación y reionización:

$$\frac{d}{dt}\left(n_e a^3\right) = -\alpha n_e^2 a^3 + \beta n_{2s} a^3$$

$$e^- + p^+ \leftrightarrow H^* + \gamma$$

$$\frac{d}{dt}\left(n_{nl} a^3\right) = \alpha n_e^2 a^3 - \beta n_{2s} a^3$$

Aproximaciones

3. El incremento neto de átomos excitados debido a **recombinación y reionización** se balancea con la disminución neta en este número debido a **transiciones desde y hacia el estado base**.

- Transiciones desde y hacia el estado base:

$$H_{2s} \longrightarrow H_{1s} + \gamma + \gamma \qquad H_{2p} \longrightarrow H_{1s} + \gamma_\alpha$$

$$H_{1s} + \gamma \longrightarrow H^*$$

$\Gamma_{2s} \quad \Gamma_{2p} \quad \epsilon$ Tasas de las reacciones

$$H_{2s} \longrightarrow H_{1s} + \gamma + \gamma \qquad \Gamma_{2s}$$

$$\frac{d(n_{2s}a^3)}{dt} = -\Gamma_{2s}n_{2s}a^3 + An_{1s}a^3$$

$$H_{2p} \longrightarrow H_{1s} + \gamma_\alpha \qquad \Gamma_{2p}$$

$$\frac{d(n_{2p}a^3)}{dt} = -\Gamma_{2p}n_{2p}a^3 + Bn_{1s}a^3$$

$$\frac{d(n_{2p}a^3)}{dt} = -P\Gamma_{2p}n_{2p}a^3 + Bn_{1s}a^3$$

$$n_{nl} = (2l+1)n_{2s}e^{\frac{B_2 - B_n}{T}}$$

$$\frac{d(n_{2p}a^3)}{dt} = -3P\Gamma_{2p}n_{2s}a^3 + Bn_{1s}a^3$$

$$\frac{d(n_{nl}a^3)}{dt} = -\left(\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}\right)n_{2s}a^3 + \left(A + B\right)n_{1s}a^3$$

$$\frac{d(n_{nl}a^3)}{dt} = -\left(\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}\right)n_{2s}a^3 + \epsilon n_{1s}a^3$$

$$\frac{d}{dt}\left(n_{nl}a^3\right) = \alpha n_e^2 a^3 - \beta n_{2s} a^3$$

$$\frac{d\left(n_{nl}a^3\right)}{dt} = -\left(\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}\right) n_{2s} a^3 + \epsilon n_{1s} a^3$$

$$\alpha n_e^2 - \beta n_{2s} = \left(\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}\right) n_{2s} - \epsilon n_{1s}$$

$$n_{2s} = \frac{\alpha n_e^2 + \epsilon n_{1s}}{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p} + \beta}$$

$$n_{nl} = (2l+1) n_{2s} e^{\frac{B_2 - B_n}{T}}$$

$$T \ll B_2 - B_3 \approx 2eV$$

$$n_H \approx n_{1s} + n_{2s} + n_{2p} = n_{1s} + 4n_{2s}$$

$$n_{2s} = \frac{\alpha n_e^2 + \epsilon (n_H - 4n_{2s})}{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p} + \beta} \quad n_{2s} = \frac{\alpha n_e^2 + \epsilon n_H}{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p} + \beta + 4\epsilon}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{n_e}{n}\right) = -\frac{\alpha n_e^2}{n} + \frac{\beta n_{2s}}{n}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{n_e}{n}\right) = -\frac{\alpha n_e^2}{n} + \frac{\beta}{n}\frac{\alpha n_e^2+\epsilon n_H}{\Gamma_{2s}+3P\Gamma_{2p}+\beta+4\epsilon}$$

$$\alpha n_e^2 - \beta n_{2s} = \left(\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}\right) n_{2s} - \epsilon n_{1s}$$

$$0 = \left(\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}\right) n_{2s,eq} - \epsilon n_{1s,eq}$$

$$\left(\frac{n_{2s}}{n_{1s}}\right)_{eq} = \frac{\epsilon}{\Gamma_{2s}+3P\Gamma_{2p}}$$

$$e^{-\frac{B_1-B_2}{T}} = \frac{\epsilon}{\Gamma_{2s}+3P\Gamma_{2p}}$$

$$e^{-\frac{B_1 - B_2}{T}} = \frac{\epsilon}{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{n_e}{n}\right) = -\frac{\alpha n_e^2}{n} + \frac{\beta}{n}\frac{\alpha n_e^2 + \epsilon n_H}{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p} + \beta + 4\epsilon}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{n_e}{n}\right) = \frac{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}}{(\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p})\left(1 + 4e^{-\frac{B_1 - B_2}{T}}\right) + \beta}\left[-\alpha\frac{n_e^2}{n}\left(1 + 4e^{-\frac{B_1 - B_2}{T}}\right) + e^{-\frac{B_1 - B_2}{T}}\beta\frac{n_H}{n}\right]$$

$$1 + 4e^{-\frac{B_1 - B_2}{T}} \approx 1 \qquad X \equiv \frac{n_e}{n}$$

$$\frac{d}{dt}X = \frac{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}}{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p} + \beta}\left[-\alpha n X^2 + \beta e^{-\frac{B_1 - B_2}{T}}(1 - X)\right]$$

$$\frac{d}{dt}X = \frac{\Gamma_{2s}+3P\Gamma_{2p}}{\Gamma_{2s}+3P\Gamma_{2p}+\beta}\left[-\alpha n X^2 + \beta e^{-\frac{B_1-B_2}{T}}(1-X)\right]$$

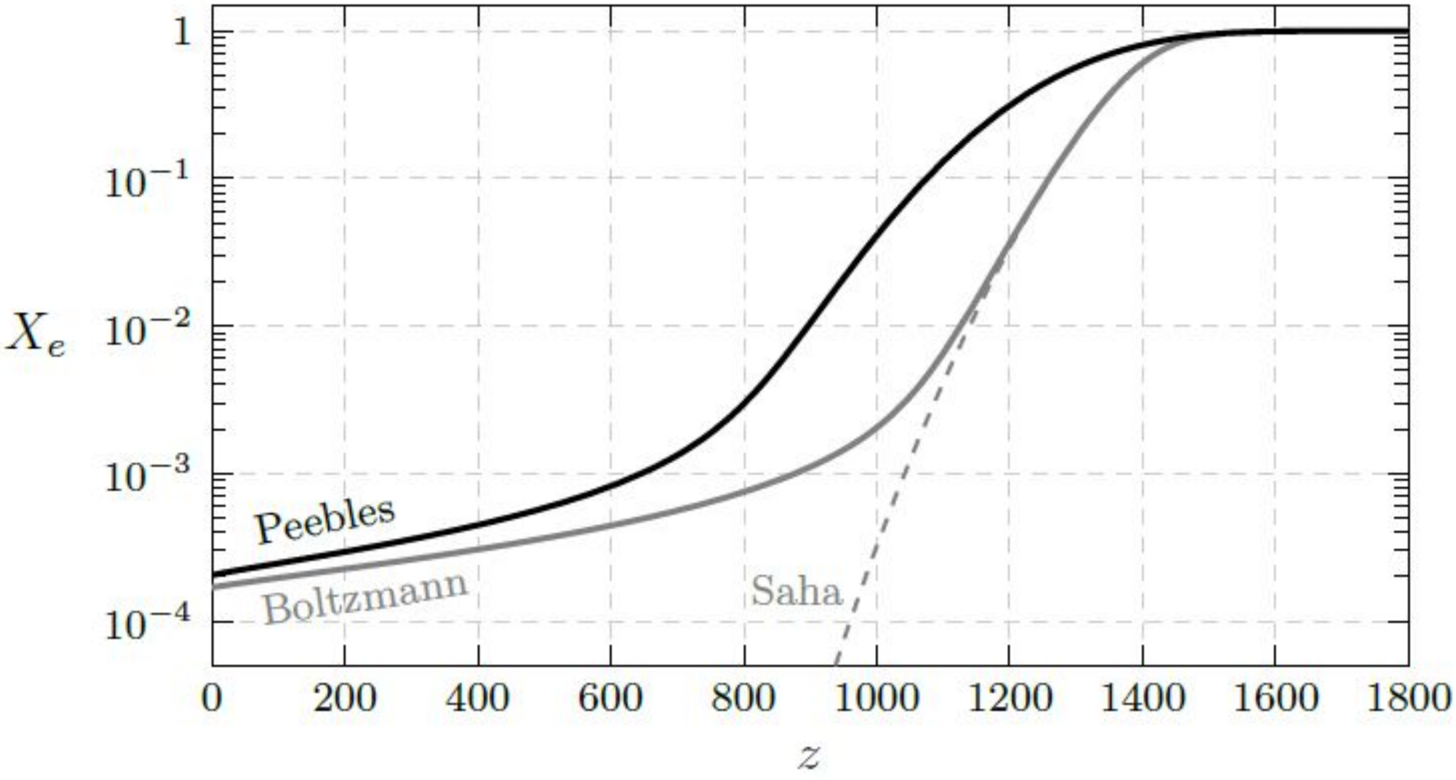
$$\beta = \alpha\left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T}\right)^{-3/2} e^{\frac{-B_2}{T}}$$

$$\frac{d}{dt}X = \alpha\frac{\Gamma_{2s}+3P\Gamma_{2p}}{\Gamma_{2s}+3P\Gamma_{2p}+\beta}\left[-nX^2 + \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T}\right)^{-3/2} e^{-\frac{B_1}{T}}(1-X)\right]$$

Boltzmann

$$\frac{dX}{dt} = - < \sigma v > \left[nX^2 - \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{-3/2} e^{-\frac{B_1}{T}} (1 - X) \right]$$

$$\frac{d}{dt} X = \alpha \frac{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p}}{\Gamma_{2s} + 3P\Gamma_{2p} + \beta} \left[-nX^2 + \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e T} \right)^{-3/2} e^{-\frac{B_1}{T}} (1 - X) \right]$$



1
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
X_e
Peebles
Boltzmann
Saha
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
z

¿Preguntas?