Matemática 2 - módulo I
Curso 2022

Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Nombre:	**C.I.:**

Módulo 1 – Examen 9/12/2022.

El mínimo para aprobar es de 50 puntos.

Ejercicio 1. [15+20+10 = 45 puntos] Sea $x \in \mathbb{R}$, y se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} x+5 & 0 & 1 \\ x+2 & 3 & 1 \\ -1 & x & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Hallar todos los valores de x que hacen que A sea invertible.

b) Para $x = 1$, hallar una matriz diagonal D y una matriz invertible P tales que $A = PDP^{-1}$.

c) Probar que $\lambda = 3$ es un valor propio de A independientemente del valor de x.

Ejercicio 2. [10 puntos] Se sabe que

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 3.$$

Calcular

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} - 2a_{13} & 3a_{13} \\ a_{21} & a_{22} - 2a_{23} & 3a_{23} \\ a_{31} & a_{32} - 2a_{33} & 3a_{33} \end{vmatrix}.$$

Ejercicio 3. [15+20+10 = 45 puntos] Se considera una población dividida en dos clases de edad de 5 años cada una. Se tienen los siguientes datos.

- En promedio, cada 5 años las hembras de menos de 5 años tienen dos hijas cada una.
- La distribución inicial de la población es $X_0 = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix}$.
- Al cabo de 5 años, la distribución de la población es $X_1 = \begin{pmatrix} 90 \\ 5 \end{pmatrix}$.

a) Hallar la matriz de Leslie de la población.
[Sugerencia: tener en cuenta que $X_1 = LX_0$.]

b) Hallar el valor propio dominante de la matriz de Leslie y hallar un vector propio correspondiente.

c) Indicar si la problación tiende a crecer, decrecer o estabilizarse, justificando la respuesta.