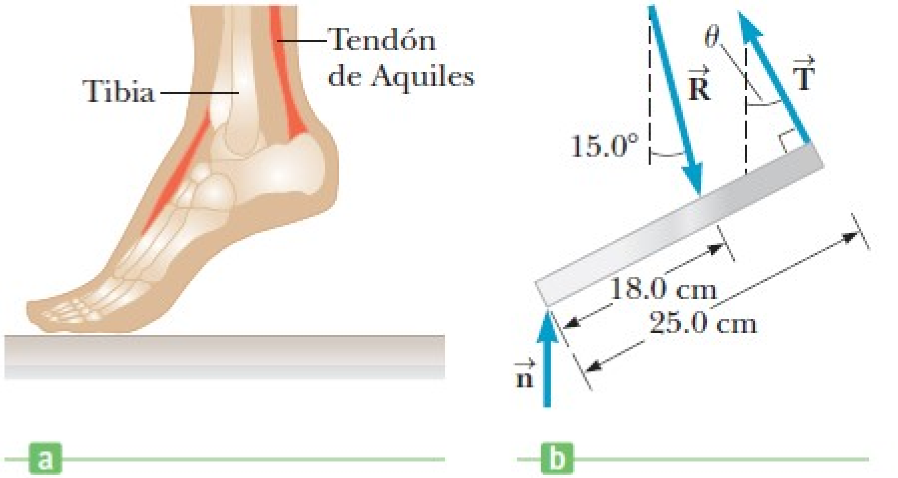
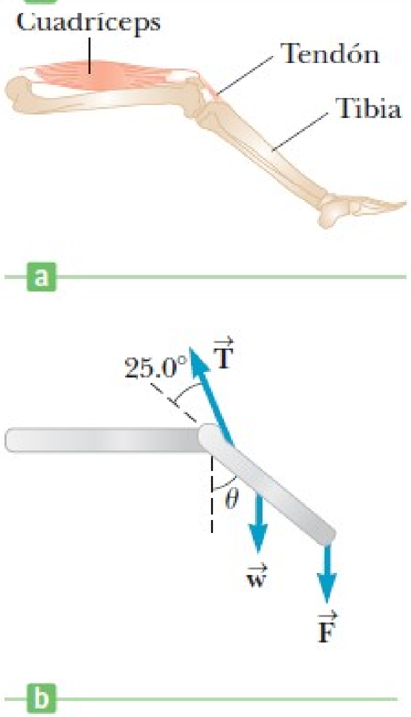
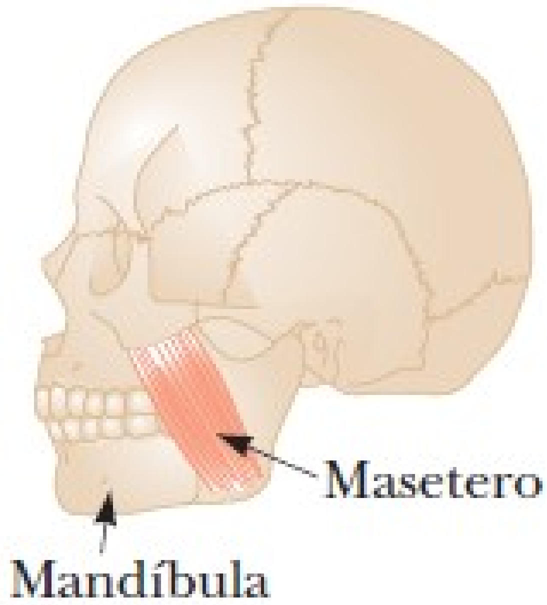
# 12- LEYES DEL MOVIMIENTO Y EQUILIBRIO ESTÁTICO

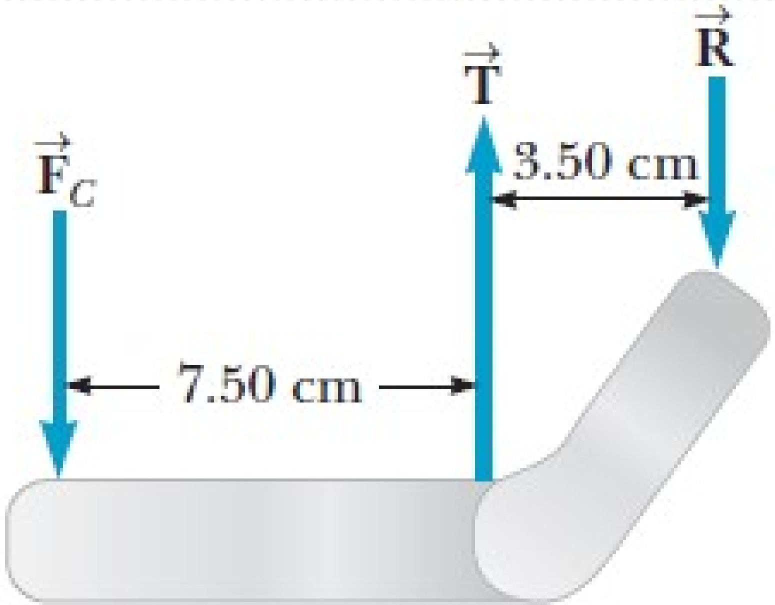



**Parte IV Equilibrio estático:**

:Palancas, ventaja mecánica. as mandíbulas de los animales. Centro de gravedad de los seres humanos. Ejemplos de cuerpos rígidos en equilibrio estático.

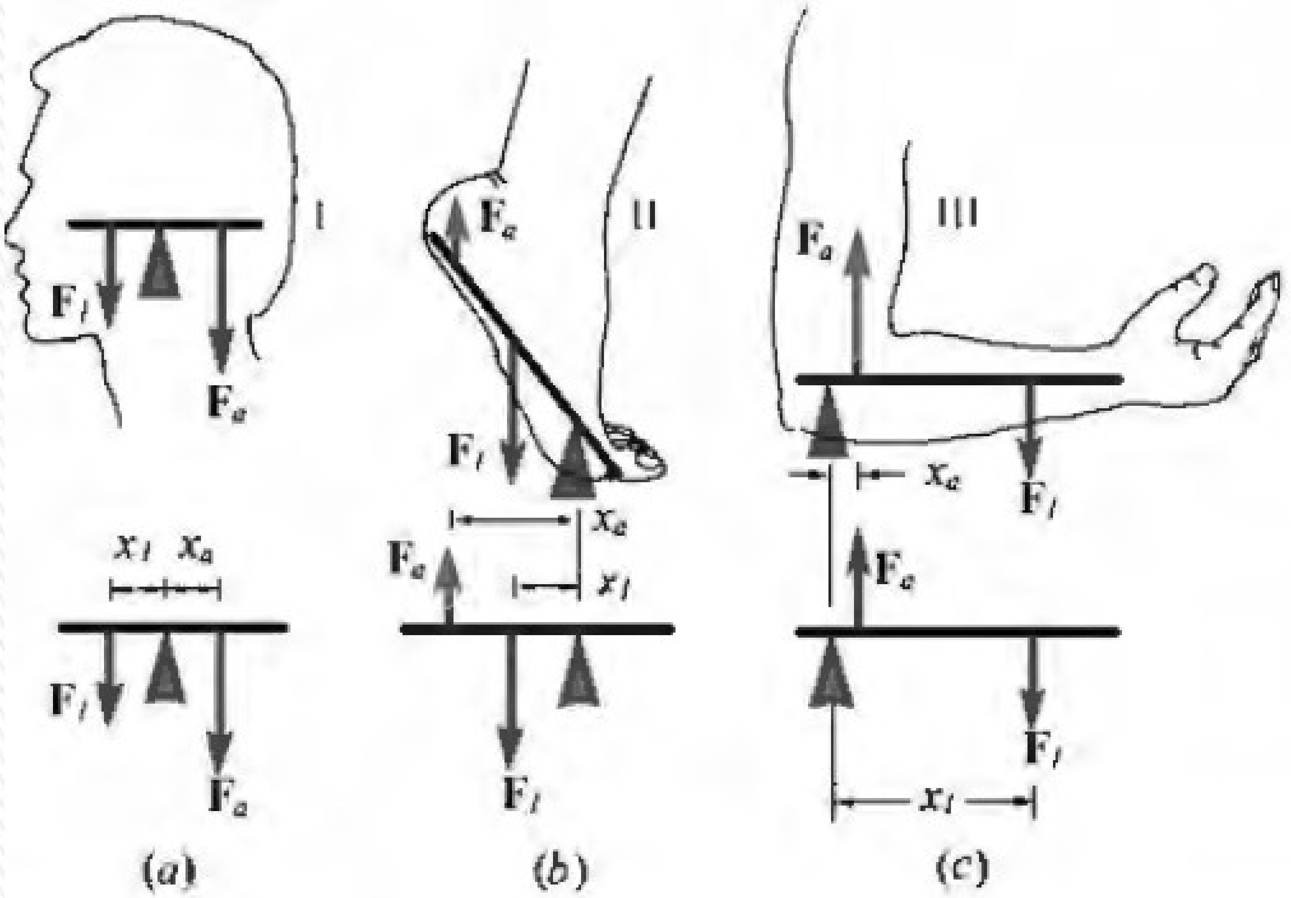


# PALANCAS Y VENTAJA MECÁNICA

Las palancas, los sistemas de poleas y los gatos son ejemplos de *máquinas. En cada caso, se aplica una fuerza* $\boldsymbol{F_a}$. y se contrarresta una fuerza de carga $\boldsymbol{F_L}$.
*La* ***ventaja mecánica (V.M.) de la máquina*** *se define como la* razón de los módulos de estas fuerzas




$$V.M. = \frac{F_L}{F_a}$$

Una palanca es en esencia una barra rígida utilizada con un punto de apoyo (fulcro).

Según las posiciones relativas de $\boldsymbol{F_L}$, $\boldsymbol{F_a}$ ***y el fulcro, se definen tres clases*** **de palanca**.

# PALANCAS Y VENTAJA MECÁNICA

Para todas las clases de palancas la ventaja mecánica puede expresarse como una razón de distancias a partir del fulcro.

Si las fuerzas son perpendiculares a la palanca, la razón de la fuerza de carga y aplicada en equilibrio es:

$$V.M. = \frac{F_L}{F_a} = \frac{x_a}{x_L}$$

Con las fuerzas perpendiculares a la palanca, la ventaja mecánica de las palancas de la **clase III es siempre menor que 1** y la ventaja mecánica de las palancas de la **clase II es siempre mayor que 1**.

Las **palancas de clase I pueden tener ventaja mecánica mayor o menor que 1** .

Para todas las palancas, la **ventaja mecánica V.M.** dada por la ecuación anterior es un valor ideal.

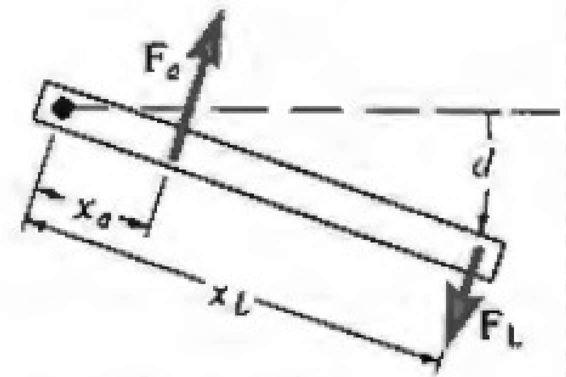
Las máquinas reales siempre tienen fuerzas de rozamiento que reducen la ventaja mecánica real por debajo de su valor ideal.

En los cuerpos de animales se encuentran muchos ejemplos de palancas. Los músculos proporcionan las fuerzas necesarias para el uso de dichas palancas.

# PALANCAS Y VENTAJA MECÁNICA

La máxima tensión de un músculo es proporcional al área de su sección transversal en el punto más ancho.
Esta máxima tensión depende también de la longitud del músculo, que puede variar.
La mayor tensión puede conseguirse cuando el músculo está sólo ligeramente alargado con respecto a su posición de descanso o sin perturbar y vale alrededor de 30 a 40 newtons por centímetro cuadrado de sección (30 a 40 $N/cm^2$).
El desarrollo evolutivo de brazos, piernas y otras estructuras del esqueleto ha sido fuertemente influido por las necesidades de los animales.
Para fuerzas perpendiculares a una palanca, su ventaja mecánica es $F_L/F_a = x_a/x_L$.

*Por lo tanto, las extremidades* cortas con pequeños valores de $x_L$ *tendrán V.M.* relativamente grandes y serán capaces de ejercer grandes fuerzas.
Sin embargo, la distancia que recorre el extremo de un miembro es proporcional a su longitud $x_L$ *por lo que el movimiento* rápido requiere extremidades largas.




Por consiguiente, es necesario llegar a un compromiso entre la fuerza y la velocidad de movimiento.
La pata delantera de un caballo de carreras tiene una ventaja mecánica de 0,08.
El armadillo, que es un animal zapador, tiene una pata delantera cuya ventaja mecánica es 0,25. Por lo tanto, aunque no puede moverse con tanta velocidad, tiene la fuerza suficiente para excavar.

# Las mandíbulas de los animales

La mecánica nos permite comprender por qué muchas estructuras anatómicas han evolucionado hasta su estado actual, el desarrollo de la mandíbula inferior de los mamíferos es un ejemplo.

Resulta ventajoso para un animal poder morder con fuerza: lo cual depende del módulo, dirección y punto de aplicación de las fuerzas ejercidas por los músculos que cierran la mandíbula.

Además, los huesos de la articulación *de la mandíbula superior con la inferior* deben ser lo suficientemente resistentes a fin de evitar fracturas y dislocaciones.

A partir de restos fósiles, sabemos que los mamíferos han evolucionado a partir de reptiles mamiferoides: de modo que los músculos implantados en la mandíbula inferior iban *creciendo progresivamente, mientras que los huesos de* la articulación iban *disminuyendo de tamaño.*

*La apa*rente paradoja puede explicarse en términos de los cambios de dirección y de punto de aplicación de las fuerzas musculares.

La figura siguiente muestra las **diferencias básicas entre la mandíbula inferior de un reptil primitivo y el típico aspecto de un mamífero actual**.

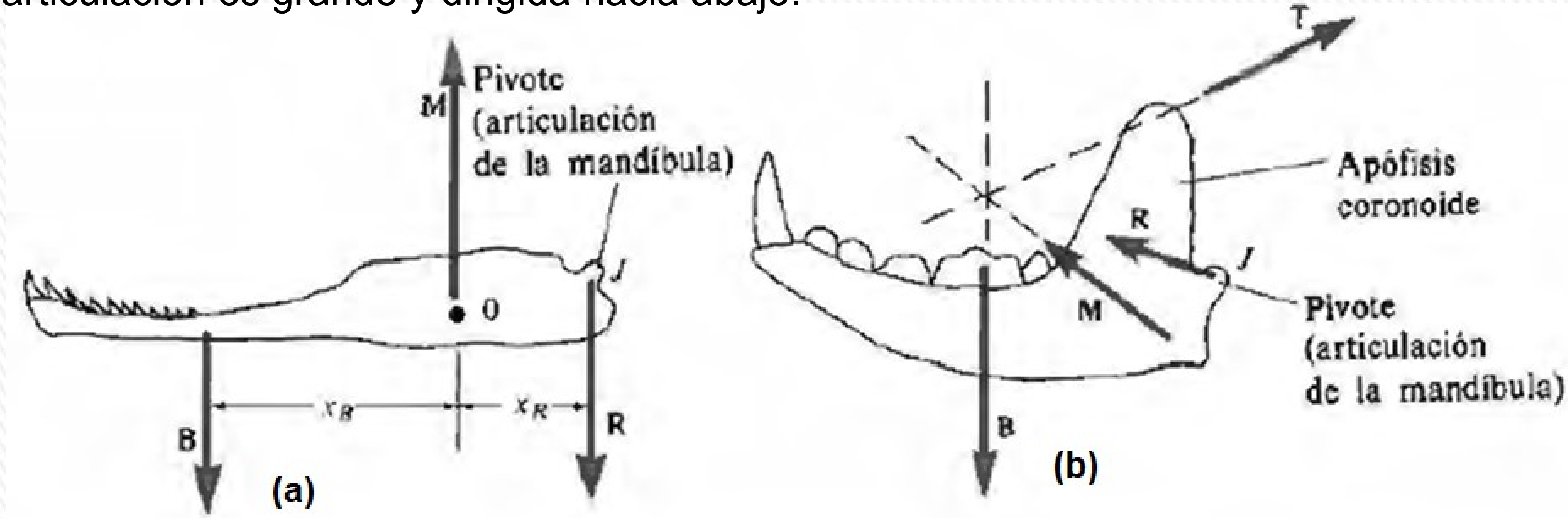
El primero es una simple barra con unos músculos que empujan hacia arriba, implantados en un punto cercano a la articulación.

La mandíbula de los mamíferos tiene una gran protuberancia llamada ***apófisis coronoides,*** *en la cual se implanta* el **músculo *temporal*** *que* empuja hacia *atrás y hacia arriba* ***(fuerza T ).***

El ***masetero*** *y el* ***pterygoides*** *empujan hacia adelante* y hacia arriba (fuerza **M).**

# Las mandíbulas de los animales

Un reptil primitivo que muerde con una fuerza dirigida hacia arriba -**B** la comida situada entre sus dientes posteriores experimenta una reacción igual pero opuesta **B sobre su mandíbula.** Como la fuerza muscular **M** se aplica cerca de la articulación, se puede alcanzar el equilibrio estático sólo si la **fuerza R** ejercida sobre la articulación es grande y dirigida hacia abajo.




(a) **Mandíbula inferior de un reptil primitivo. M** es la fuerza debida al músculo. **B** es la fuerza de reacción que presenta el objeto que está siendo mordido y **R** es la fuerza debida a la articulación de la mandíbula en *J.*

***(b) Mandíbula de mamífero****. Las fuerzas musculares son ·**T** y **M.*** La fuerza **R** debida a la articulación de la mandíbula puede ser nula si las líneas de acción de las tres fuerzas **T**, **B** y **M** se cortan de la manera que se muestra aquí.

# Las mandíbulas de los animales

Calculando los momentos con respecto al punto O, el momento neto es cero si

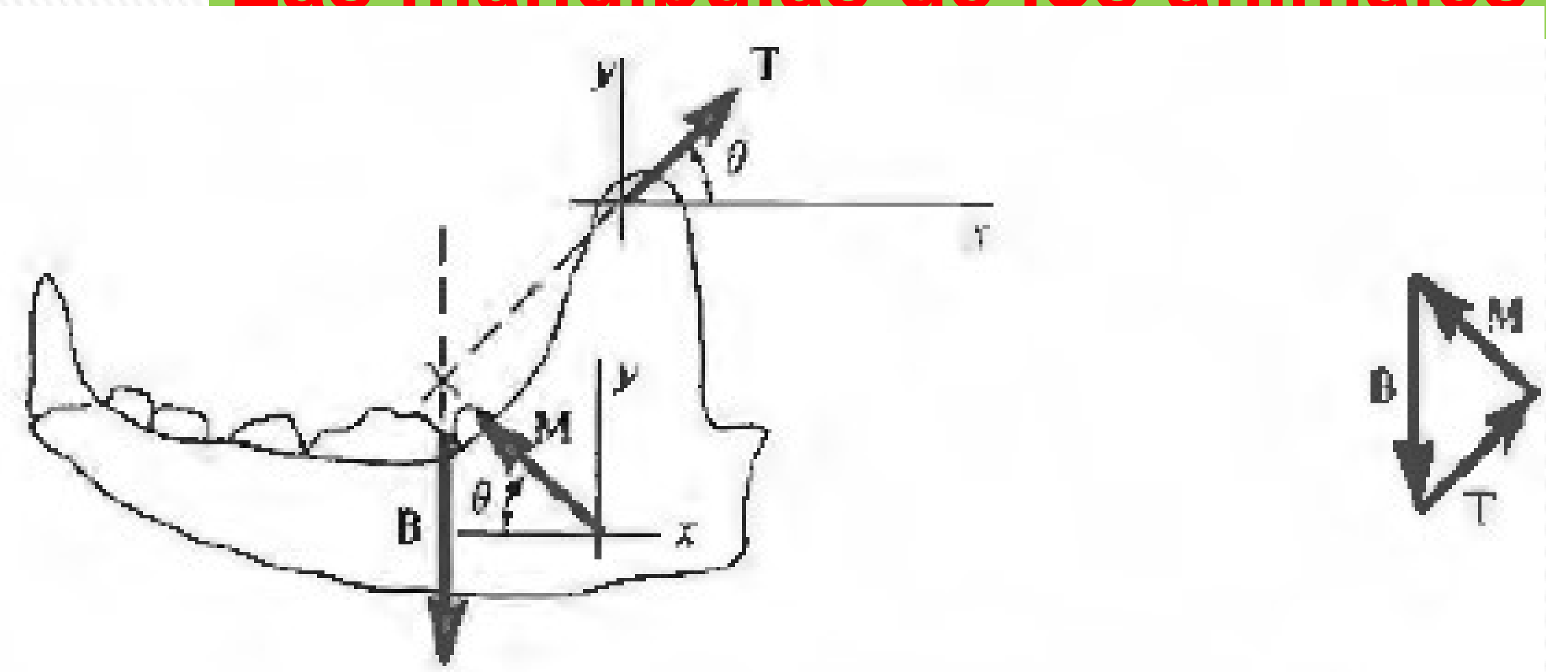
$$x_B . B - x_R . R = 0 \quad \Rightarrow R = \frac{x_B}{x_R} B$$

Como la fuerza neta sobre la mandíbula debe ser cero, *M – B – R = 0, y la fuerza muscular requerida es*

$$M = B + R = B\left(1 + \frac{x_B}{x_R}\right)$$

Por ejemplo, si $x_B = 2x_R$ *y B = 1 N, entonces R = 2 N* y *M= 3 N.*
*Así pues, la fuerza B sobre la comida es.menor* que las fuerzas *M y R ejercidas por el músculo y* la articulación, respectivamente.
Se ve claramente que la solidez de la articulación es un factor que limita la fuerza con que puede morder el reptil y el margen de seguridad del músculo.

# Las mandíbulas de los animales




Fuerzas sobre la mandíbula de un mamífero cuando la articulación no suministra fuerza alguna.

En la mandíbula de los mamíferos, la fuerza **M** se aplica asimismo a partir de la articulación y otra fuerza muscular, **T,** se halla también presente.
Si las líneas de acción de **T, M y B** se cortan en un punto, sus momentos con respecto a este punto son cero . Por consiguiente, la segunda condición de equil1brio, $\tau$ = 0, requiere que también la línea de acción de **R** pase por este punto. Además, cuando las fuerzas también satisfacen **T + M + B = 0,** *la articulación no debe proporcionar ninguna fuerza* ***R*** *para satisfacer la condición Σ* **F = 0.**

# Las mandíbulas de los animales

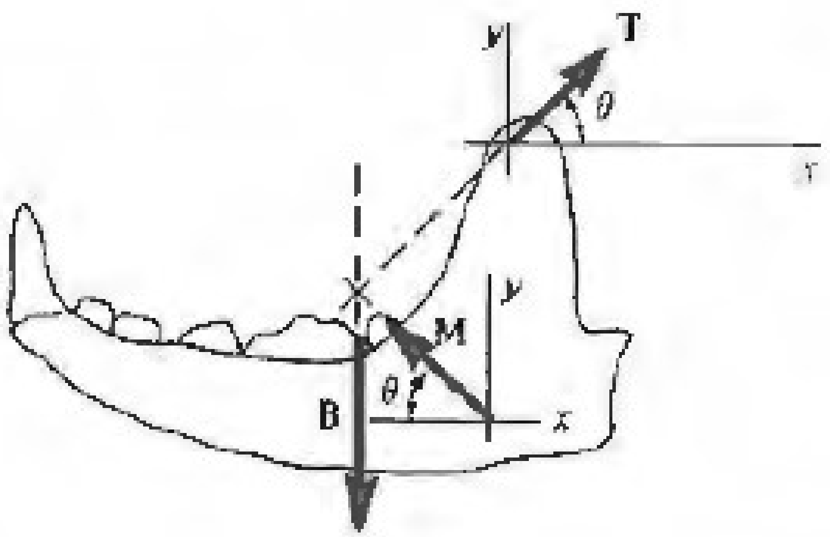
Si **T + M + B** no es nula**,** o si sus líneas de acción no se cortan en un punto común, la articulación deberá proporcionar una fuerza **R**, que de todos modos será mucho menor que la correspondiente en el reptil.

Por lo tanto, la articulación no necesita una estructura tan grande y por lo tanto no limita el tamaño del músculo que puede tener el animal.

Los mamíderos carnívoros  usan sus poderosos incisivos para desgarrar y transportar sus presas, mientras que los herbívoros muelen su comida lateralmente entre los molares. **El peso del músculo temporal de un carnívoro** oscila entre la mitad y los dos tercios del peso total de los músculos que cierran las mandíbulas.
Sin embargo, en los herbívoros, este músculo sólo pesa una décima parte del total.

# Ejemplo

Para ilustrar la superioridad de la mandíbula los mamíferos, supongamos que las fuerzas musculares **T** y **M** de la figura forman ambas un ángulo de θ= *45º con* la horizontal. ¿Cómo se ha de relacionar **M** con **T** para que la articulación no tenga que hacer ninguna fuerza **R** y cuánto valdrá la fuerza B ejercida sobre la comida?




(Suponer que las líneas de acción de B, T y M se cortan en un punto común, de modo que se cumple la segunda condición de equilibrio $\tau = 0$)

Según x: T cos 45° = M cos 45° por lo que resulta que T=M

Según y: T sen 45° + M sen 45°= B como sen 45°= $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Por lo que resulta que: $B = \sqrt{2}\, M = \sqrt{2}\, T$

Por consiguiente, la fuerza *B ejercida por la mandíbula* sobre la comida es mayor que cualquiera de las dos fuerzas musculares *Ty M, y la fuerza debida a la articulación* es nula. *Por el* contrario, en el caso del reptil hallamos que la fuerza *B es* menor que la fuerza muscular o la fuerza de la articulación.

# Centro de gravedad de los seres humanos

La información sobre el **centro de gravedad (CG) de los seres humanos** resulta útil en muchas aplicaciones. El centro de gravedad de un objeto en caída libre sigue la misma trayectoria que una partícula simple, aun cuando el objeto esté girando o cambie de forma.

Ello simplifica el análisis del salto, la gimnasia y otras actividades atléticas.

Técnica para determinar el CG para hombres y animales.

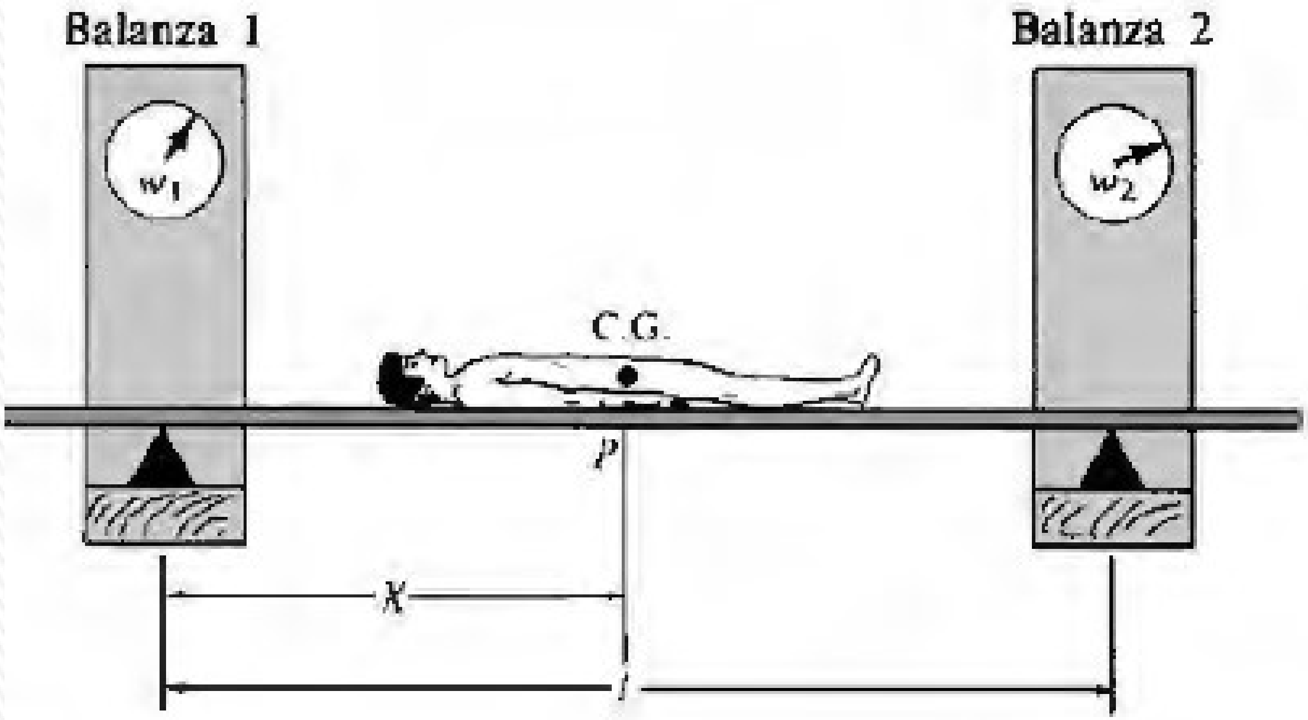



Tabla de longitud *l sostenida en sus extremos por soportes* que descansan sobre balanzas ajustadas de manera que su cero corresponda a la tabla sola.

Cuando la persona se tiende sobre la tabla, las balanzas marcan $w_1$ y $w_2$*, respectivamente.*

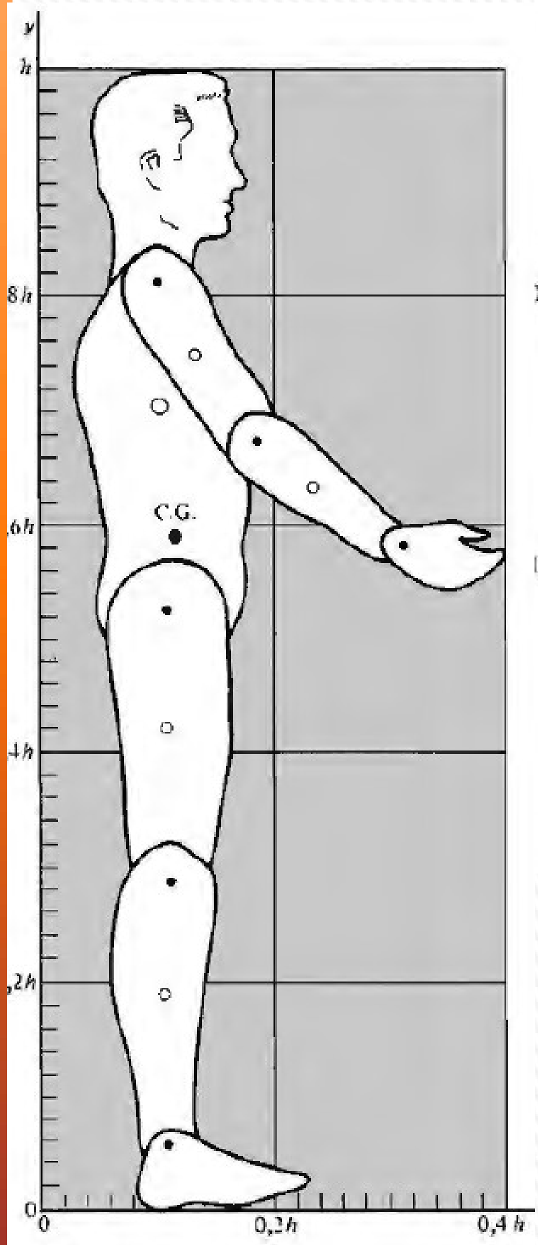
$$x \cdot w_1 = (l - x) w_2 \quad \rightarrow \quad x = \frac{w_2}{w_1 + w_2} l$$

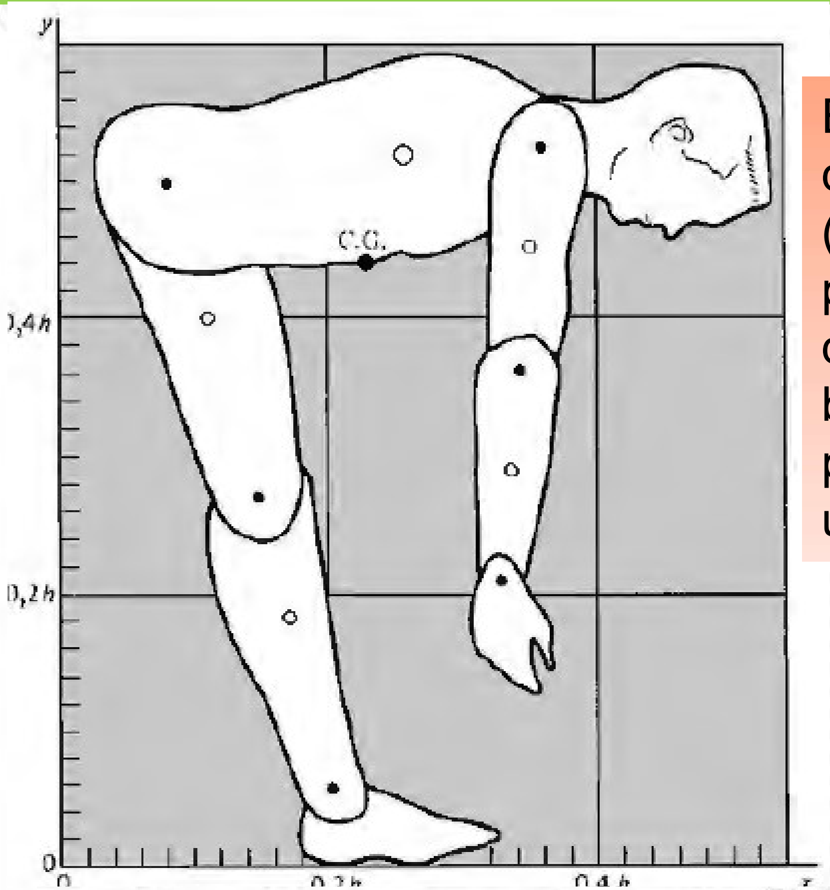
# Centro de gravedad de los seres humanos

La medida se repite dos veces más, primero con el individuo de pie y luego con el individuo girado 90°. De este modo se determinan las tres coordenadas del CG.

La medida detallada de las masas, los tamaños y los centros de gravedad de las partes del cuerpo es dificil y los resultados varían según los individuos.
Los datos para un hombre típico se dan en las figuras siguientes y en la tabla .

# Centro de gravedad de los seres humanos



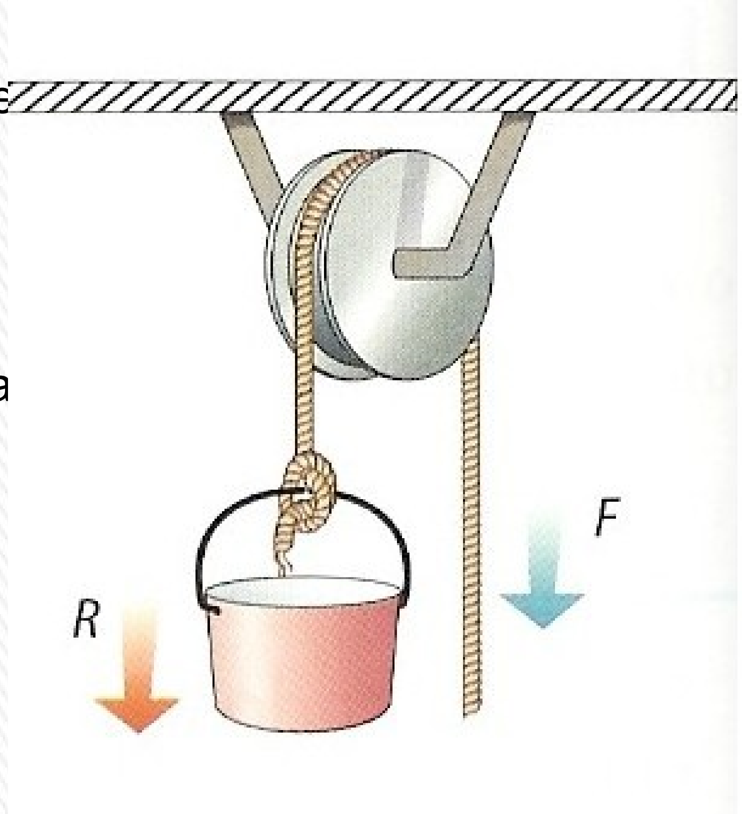




Extremidades, posición de las articulaciones (círculos negros) y posición de los centros de gravedad (circulos blancos) de varias partes del cuerpo de un hombre típico.

| | | Posición del centro de gravedad de las distintas partes del cuerpo | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Fig. 4.57 | | Fig. 4.58 | |
| Parte | Masa | x | y | x | y |
| Tronco y cabeza | 0,593m | 0,10 h | 0,70 h | 0,26 h | 0,52 h |
| Brazos | 0,053m | 0,14 h | 0,75 h | 0,35 h | 0,45 h |
| Antebrazos y manos | 0,043m | 0,24 h | 0,64 h | 0,34 h | 0,29 h |
| Muslos | 0,193m | 0,12 h | 0,42 h | 0,11 h | 0,40 h |
| Piernas y pies | 0,118m | 0,10 h | 0,19 h | 0,17 h | 0,18 h |

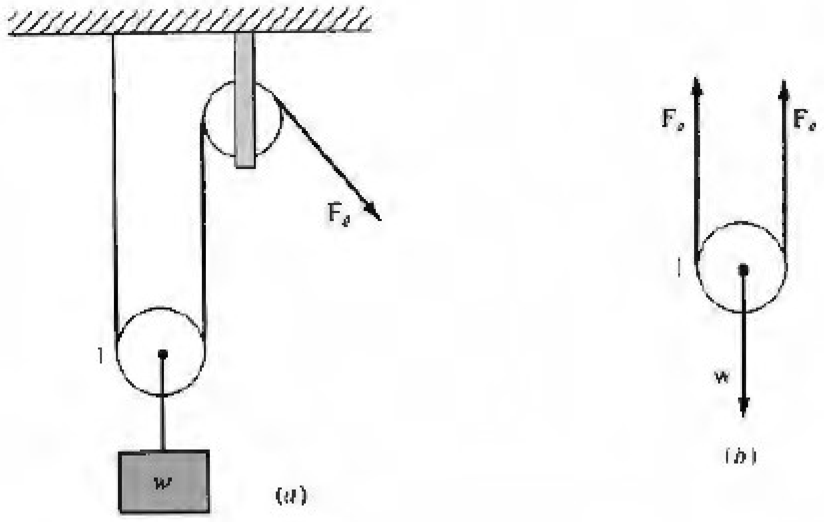
# Sistemas de poleas

Las poleas son máquinas simples.
Una sola polea se utiliza para cambiar el sentido de una fuerza, mientras que las combinaciones de varias poleas pueden utilizarse para reducir la fuerza que se necesita para levantar una carga pesada.
Si el rozamiento en los soportes es despreciable, la tensión de equilibrio en el cable o cuerda es la misma a cada lado de la polea.
Esta propiedad se utiliza para discutir algunos dispositivos de poleas típicos. Suponemos en ellos que el rozamiento es despreciable y que cuerdas y poleas tienen masa nula.




***La ventaja mecánica del sistema es igual al número de cuerdas paralelas que sostienen la polea a la cual la carga va atada.***
Esta regla *no se aplica cuando, como en el ejemplo siguiente,* las fuerzas aplicadas a la carga no son paralelas.

# Sistemas de poleas




¿Qué fuerza F.se necesita aplicar para levantar el peso w?

Las fuerzas sobre la polea 1 se muestran en la figura : *la cuerda es continua y la tensión a ambos lados* de la polea es la misma.

Si el peso se levanta a velocidad constante, el sistema se halla en equilibrio.

Por lo tanto: *2F - w = 0, y F.= w/2.*

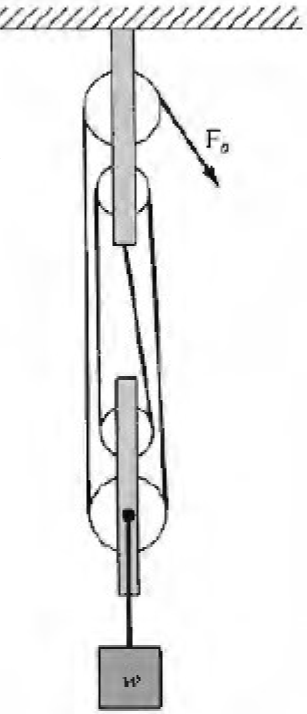
*La fuerza necesaria es sólo la mitad* del peso y la ventaja mecánica es VM= 2

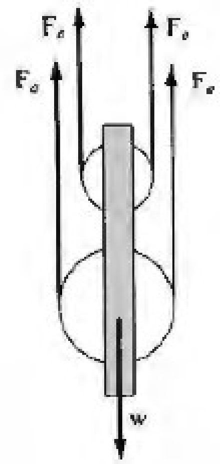
¿Qué fuerza F. es necesario aplicar para levantar el peso w con el sistema de poleas de la figura?

De nuevo, la tensión en cada segmento vertical de la cuerda es la misma, por lo que *4F. - w = 0 y F. = w/4.*

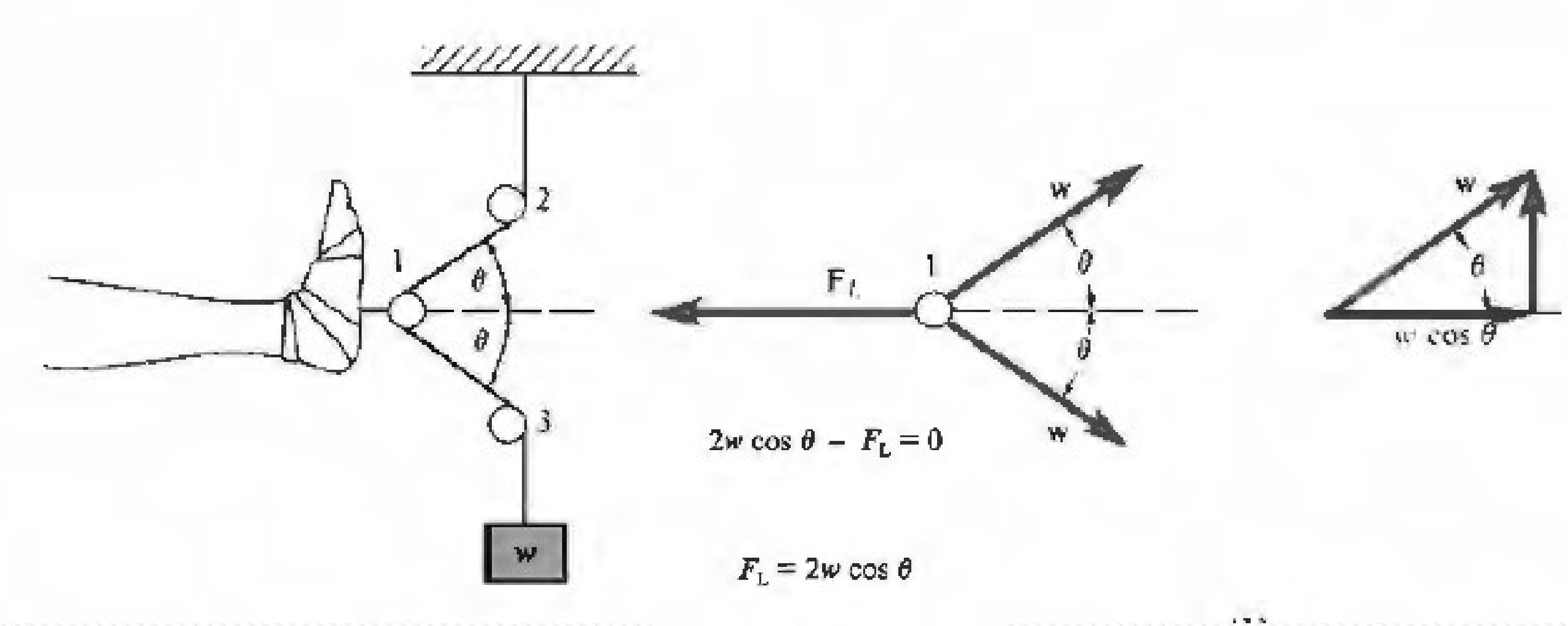
*La* ventaja mecánica de este sistema es

VM = w/F = 4



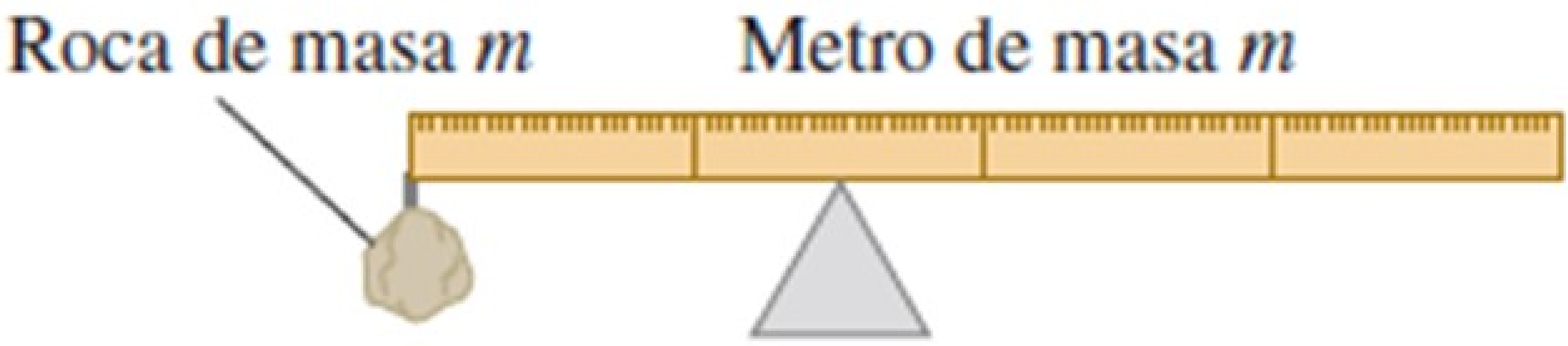
# Sistemas de poleas




En la figura se muestra la tracción aplicada a la pierna de un paciente. ¿Qué fuerza horizontal se ejerce sobre la pierna?

La suma de las fuerzas sobre cada polea es nula, ya que las poleas están en reposo. Según la figura b, las fuerzas horizontales que actúan sobre la polea atada al pie satisfacen

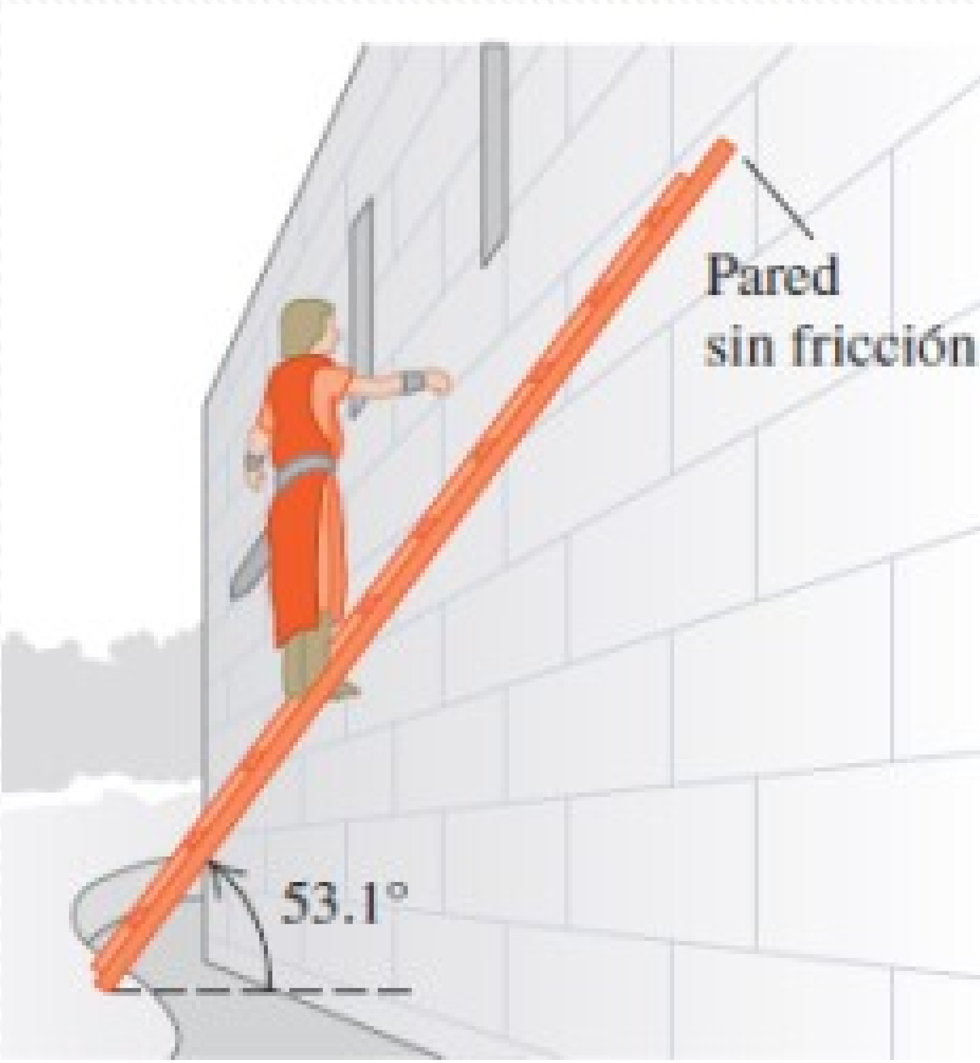
# PREGUNTA RÁPIDA




Una roca está sujeta al extremo izquierdo **de un metro uniforme que tiene la misma masa que la roca**.
Para equilibrar la combinación de roca y metro en la cúspide del objeto triangular de la figura
¿qué tan lejos del extremo izquierdo del metro debería colocarse el objeto triangular?

i. A menos de 0.25 m;
ii. a 0.25 m;
iii. entre 0.25 m y 0.50 m;
iv. a 0.50 m;
v. a más de 0.50 m.

# Ejemplo: ¿se deslizará la escalera?




Sir Lancelot, quien pesa 800 N, está asaltando un castillo subiendo por una escalera uniforme de 5,0 m de longitud que pesa 180 N.

*La base de la escalera descansa sobre un extremo y se apoya en* equilibrio a través del foso contra una pared vertical sin fricción del castillo.

La escalera forma un ángulo de 53,1° con la horizontal. Lancelot descansa a un tercio del camino hacia arriba de la escalera.

*a) Calcule* las fuerzas normal y de fricción que actúan sobre la base de la escalera.

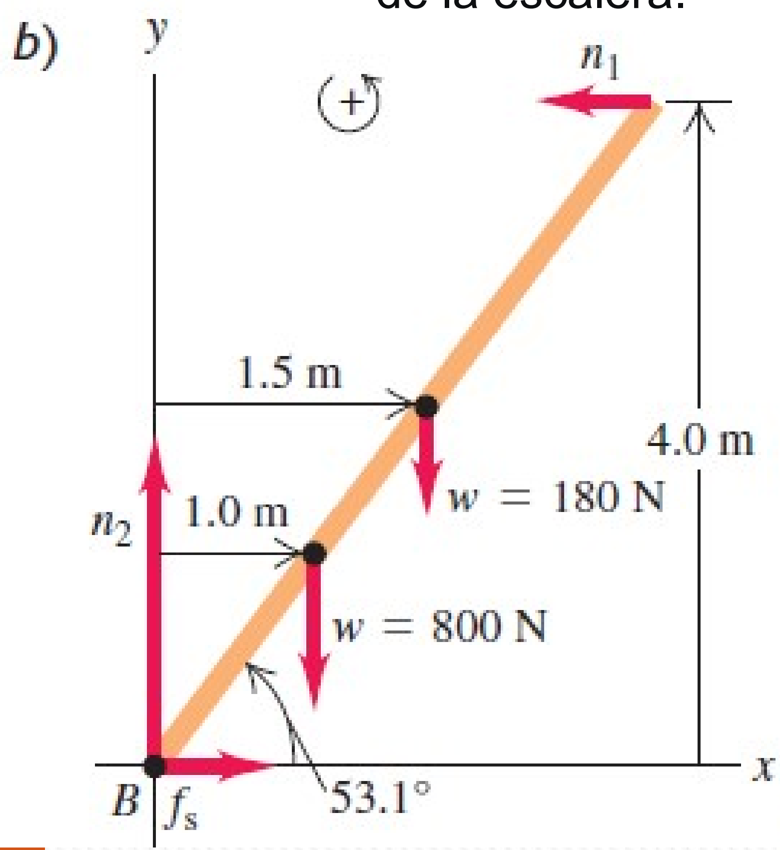
*b) Obtenga el coeficiente de fricción estática mínimo que evita un deslizamiento* de la base de la escalera.

*c) Calcule la magnitud y la dirección* de la fuerza de contacto sobre la base de la escalera.

# Ejemplo: ¿se deslizará la escalera?

**D.C.L.**

*a) Calcule* las fuerzas normal y de fricción que actúan sobre la base de la escalera.




1era. condición de equilibrio: sumatoria de fuerzas en x e e igual a cero.

$$\sum F_x = f_s + (-n_1) = 0$$

$$\sum F_y = n_2 + (-800\text{ N}) + (-180\text{ N}) = 0$$

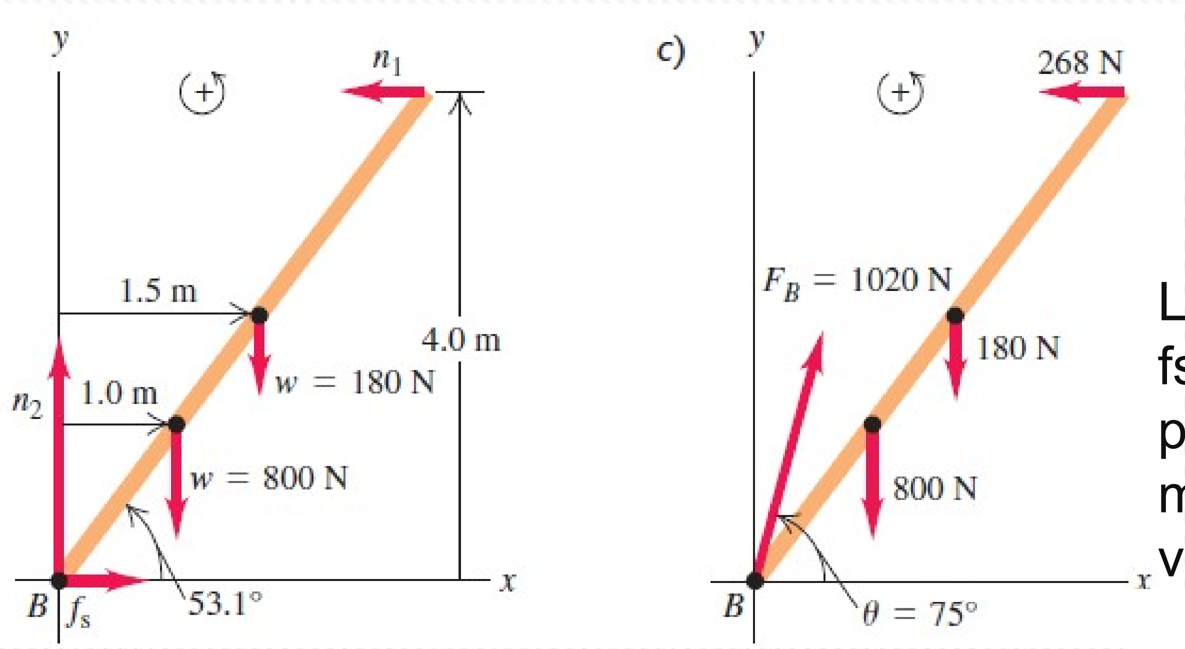
2da. condición de equilibrio: sumatoria de torques respecto a un punto igual a cero.

Elijo el punto B, así elimino dos incógnitas: $n_2$ y $f_s$.
Debo asignar un sentido como positivo.

$$\sum \tau_B = n_1(4.0\text{ m}) - (180\text{ N})(1.5\text{ m}) - (800\text{ N})(1.0\text{ m}) + n_2(0) + f_s(0) = 0$$

Al despejar $n_1$, obtenemos $n_1 = 268$ N. Sustituimos esto en la ecuación de $\sum F_x = 0$ para obtener $f_s = 268$ N.

# Ejemplo: ¿se deslizará la escalera?




*b) Obtenga el coeficiente de fricción estática mínimo que evita un deslizamiento* de la base de la escalera.

La fuerza de fricción estática fs mo puede exceder $\mu_s n_2$, por lo que el coeficiente mínimo de fricción estática vale:

$$(\mu_s)_{\text{mín}} = \frac{f_s}{n_2} = \frac{268\ \text{N}}{980\ \text{N}} = 0.27$$

*c) Calcule la magnitud y la dirección* de la fuerza de contacto sobre la base de la escalera.

Las componentes de la fuerza de contacto en B, $F_B$ son la fuerza de fricción estática $f_s$ y la fuerza normal $n_2$:

$$\vec{F}_B = f_s\hat{\imath} + n_2\hat{\jmath} = (268\ \text{N})\hat{\imath} + (980\ \text{N})\hat{\jmath}$$

La magnitud y la dirección de $F_B$ son

$$F_B = \sqrt{(268\ \text{N})^2 + (980\ \text{N})^2} = 1020\ \text{N}$$

$$\theta = \arctan\frac{980\ \text{N}}{268\ \text{N}} = 75°$$