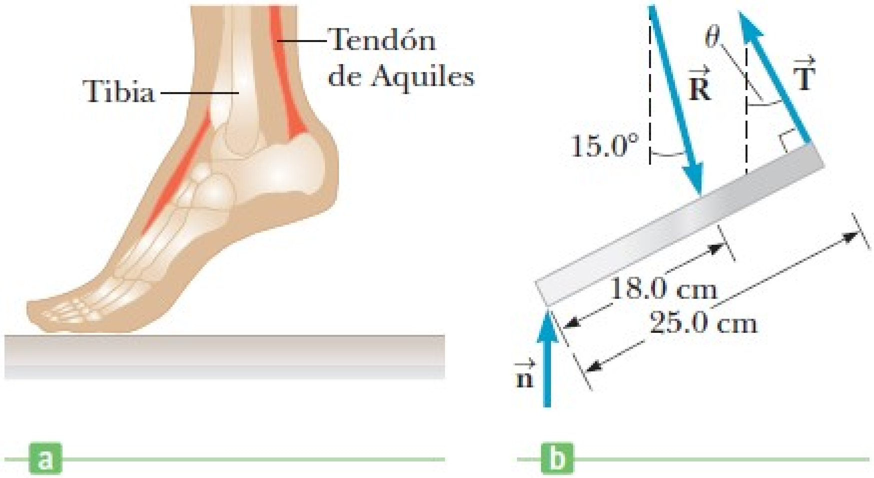
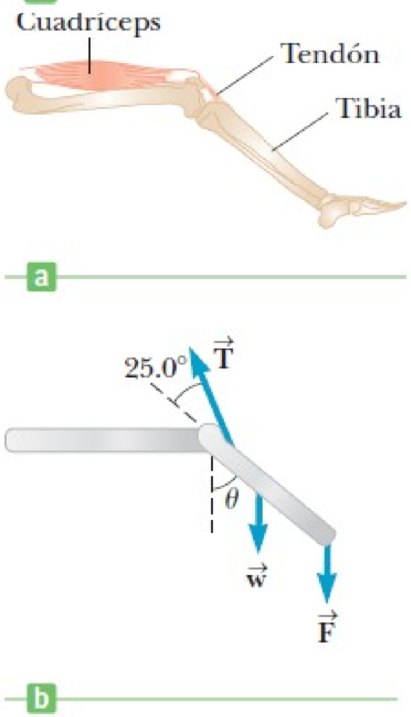
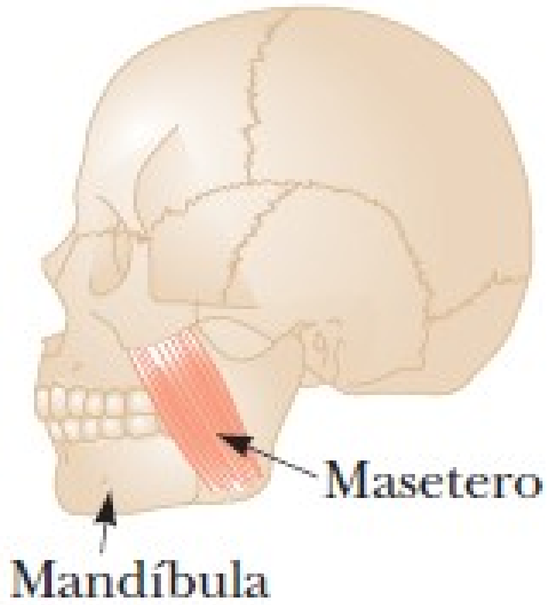
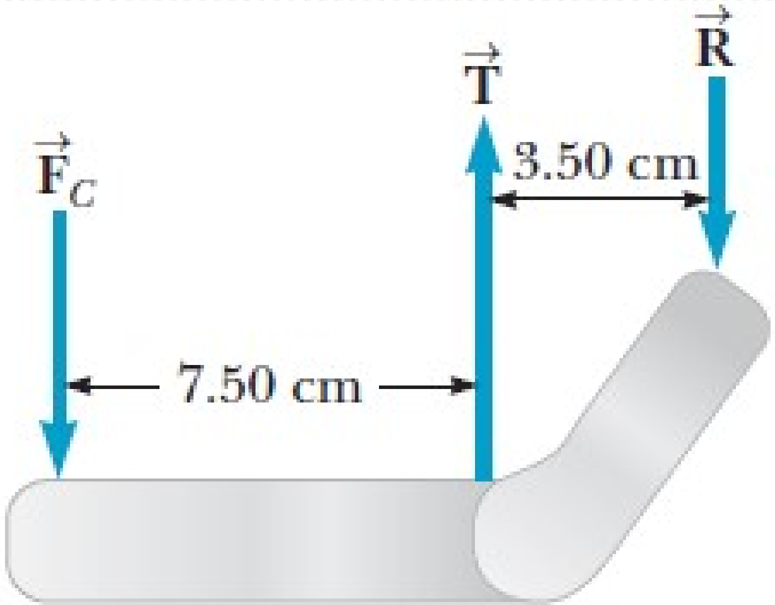
10- EQUILIBRIO ESTÁTICO









REPASO CLASE PASADA

Estática: estudio de las fuerzas que actúan sobre un objeto que está en equilibrio y en reposo.

Sólido rígido: *modelo de objeto ideal que ocupa un lugar en el espacio y que no cambia su forma ni su tamafio al ser sometido a diferentes esfuerzos.*

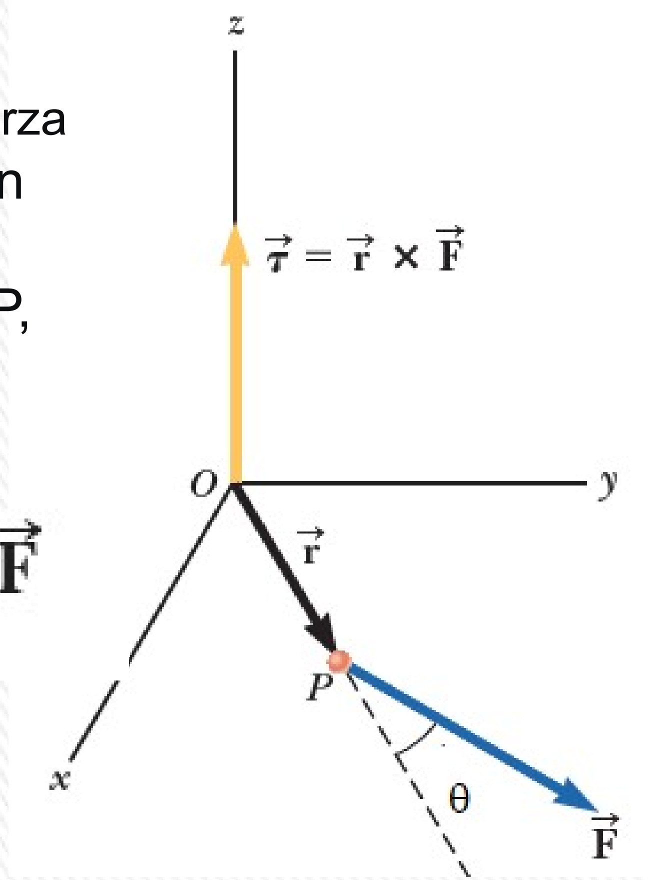
Torque: medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza para provocar o modificar el movimiento de rotación de un cuerpo.

El torque de la fuerza **F**, que se aplica en el punto P, respecto al punto O como el producto vectorial del vector **r** (que va desde O a P) por la fuerza **F**.

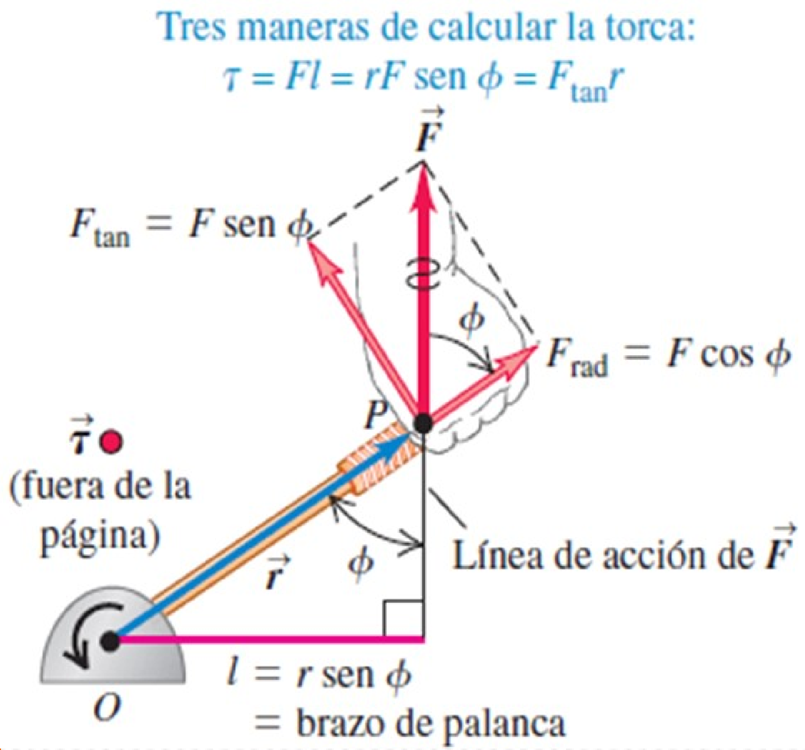
$$\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$

El módulo del torque vale:

$$\tau = r.F sen\ \theta$$

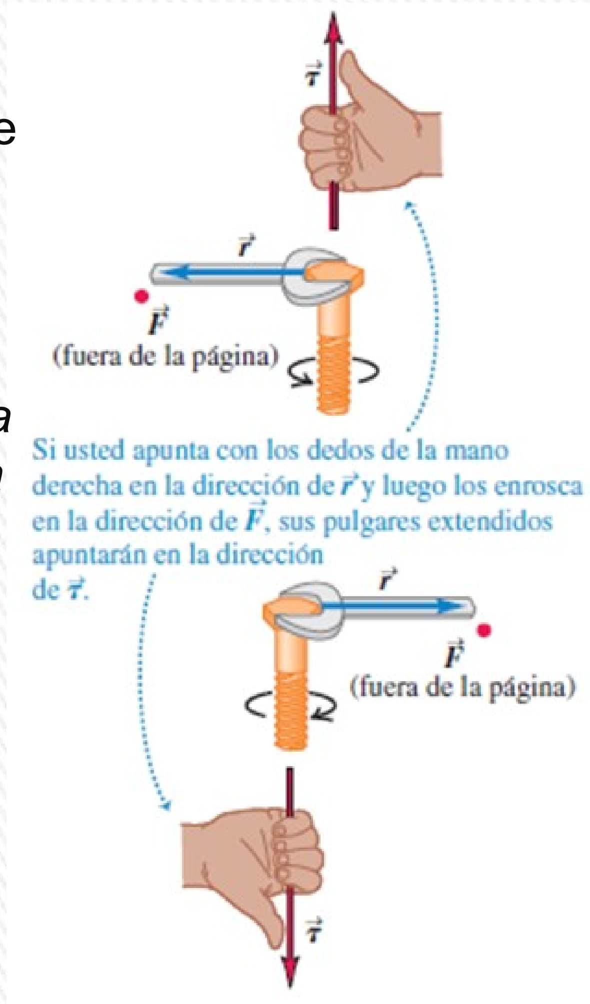


REPASO CLASE PASADA



$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{tan} r$$

La tendencia de F en provocar una rotación alrededor de *O depende: del módulo de* F*, y de la distancia perpendicular l (entre el punto O y la línea de acción de la fuerza) que es el* ***brazo de*** **palanca.**



La **unidad del SI del torque es el newton-metro (N.m)**.

CUIDADO ! El torque siempre se mide con respecto a un punto.
Si modificamos la posición de este punto, el torque de cada fuerza también cambia.

REPASO CLASE PASADA

Dos condiciones de equilibrio: Condiciones necesarias y suficientes.

$$\sum \bar{F} = 0$$

$$\sum \bar{\tau} = 0$$ Alrededor de cualquier punto

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0$$

Situaciones en las que un cuerpo rígido está en reposo (sin traslación ni rotación): **equilibrio estático**.

Las mismas condiciones son válidas para un cuerpo rígido con movimiento de *traslación* uniforme (sin rotación).

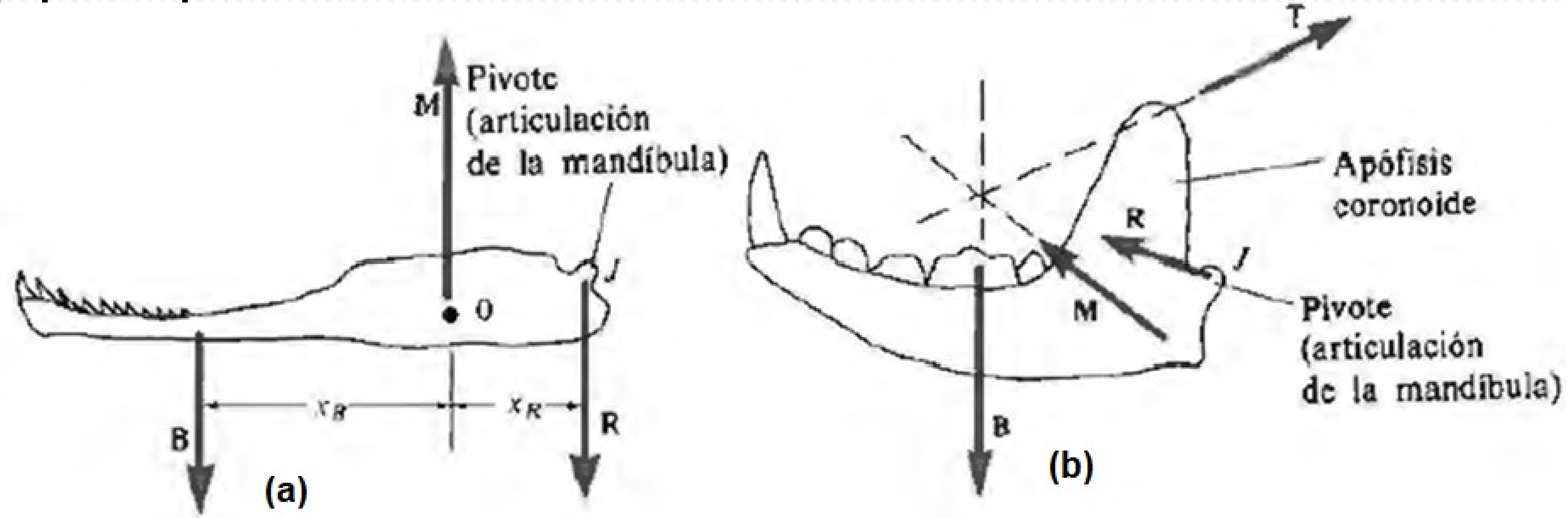
1) **La suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el rígido es cero.**
2) **la suma de los torques con respecto a cualquier punto debe ser cero**.

Centro de gravedad (C.G): Punto *en el cual se puede considerar aplicado el peso w del cuerpo, de modo que* el torque con respecto a cualquier punto producido por el peso así aplicado, es el mismo que el efecto que produce el peso distribuido en todo el cuerpo.

REPASO CLASE PASADA

Las mandíbulas de los animales

Diferencias básicas entre la mandíbula inferior de un reptil primitivo y el típico aspecto de un mamífero actual.

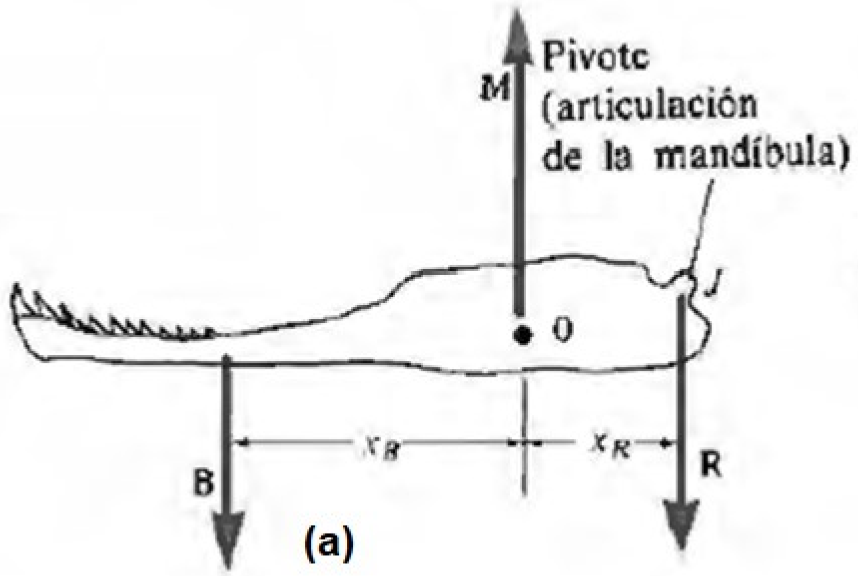


Mandíbula inferior de reptil primitivo - simple barra con unos músculos que empujan hacia arriba, implantados en un punto cercano a la articulación. **M** fuerza debida al músculo; **B** fuerza de reacción que presenta el objeto a la mordida y **R** fuerza debida a la articulación de la mandíbula en *J.*

Mandíbula de mamífero- tiene una gran protuberancia (***apófisis coronoides), en la cual se implanta* músculo *temporal** *que* empuja hacia *atrás y hacia arriba* ***(fuerza T).*** El ***masetero** y el **pterygoides** empujan hacia adelante* y hacia arriba (fuerza **M).** La fuerza **R** debida a la articulación de la mandíbula puede ser nula si las líneas de acción de las tres fuerzas **T**, **B** y **M** (como se muestra).

Las mandíbulas de los animales

Para el reptil: calculando los momentos con respecto al punto O, el momento neto es cero si



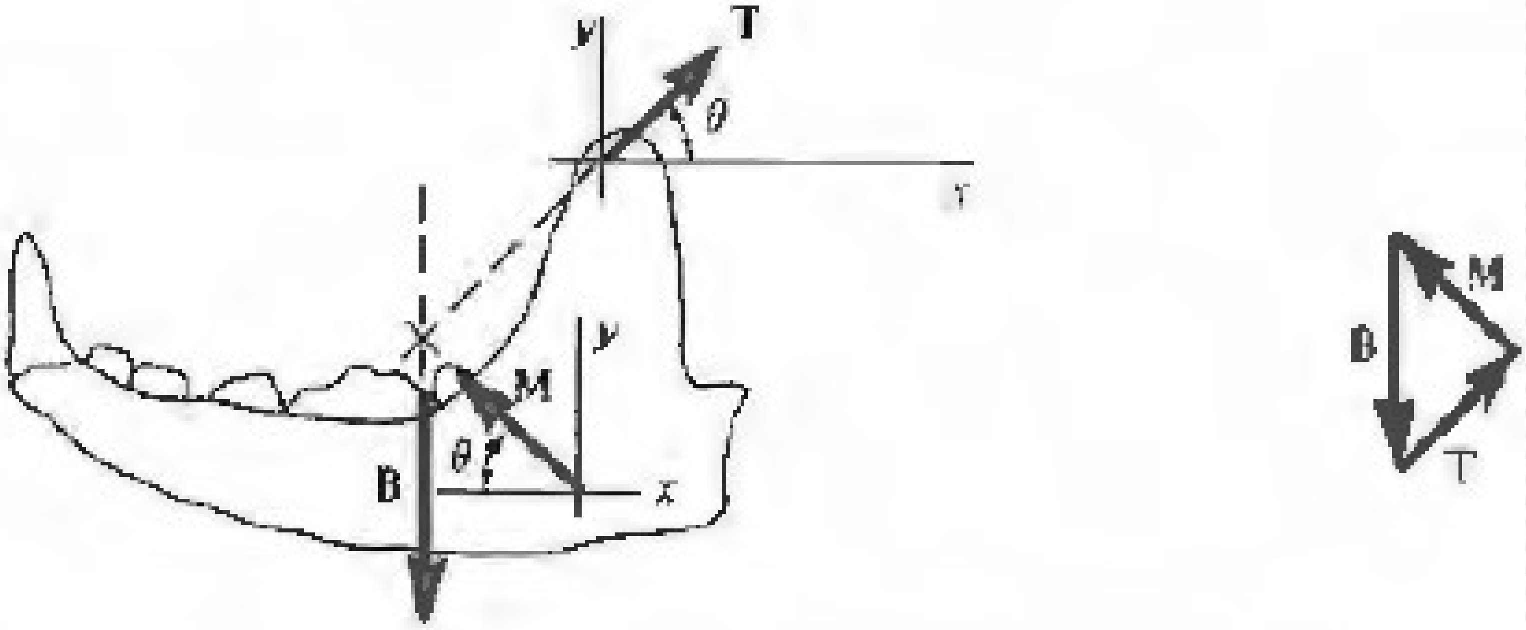
$$x_B . B - x_R . R = 0 \quad \Rightarrow R = \frac{x_B}{x_R} B$$

Como la fuerza neta sobre la mandíbula debe ser cero, *M – B – R = 0, la fuerza muscular requerida es*

$$M = B + R = B\left(1 + \frac{x_B}{x_R}\right)$$

Por ejemplo, si $x_B = 2x_R$ *y B = 100 N, entonces R = 200 N* y *M = 300 N.*
Así pues, ***la fuerza B sobre la comida es menor*** **que las fuerzas *M y R ejercidas por el músculo y* la articulación, respectivamente.**
Se ve claramente que la solidez de la articulación es un factor que limita la fuerza con que puede morder el reptil y el margen de seguridad del músculo.

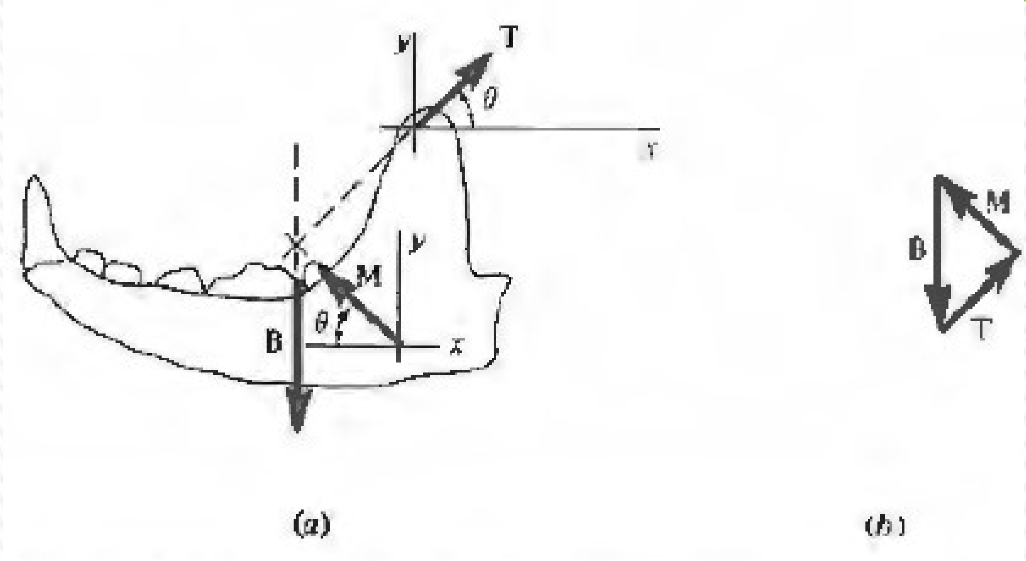
Las mandíbulas de los animales



Fuerzas sobre la mandíbula de un mamífero cuando la articulación no suministra fuerza alguna (fuerza R=0).

En la mandíbula de los mamíferos, la fuerza **M** se aplica asimismo a partir de la articulación y otra fuerza muscular, **T,** se halla también presente.
Si las líneas de acción de **T, M y B** se cortan en un punto, sus momentos con respecto a este punto son cero . Por consiguiente, la segunda condición de equilibrio, $\tau = 0$, requiere que también la línea de acción de **R** pase por este punto. Además, cuando las fuerzas también satisfacen **T + M + B = 0,** *la articulación no debe proporcionar ninguna fuerza* ***R*** *para satisfacer la condición* Σ **F = 0.**

Las mandíbulas de los animales



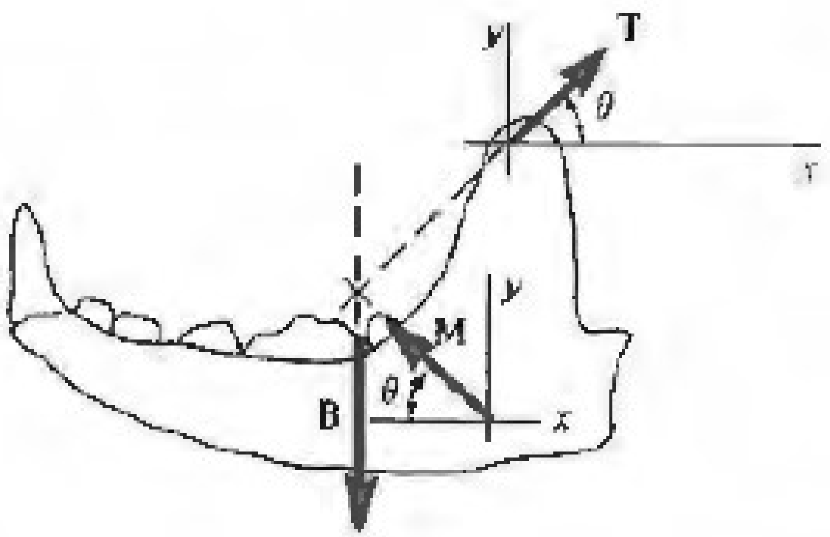
Si **T + M + B** no es nula**,** o si sus líneas de acción no se cortan en un punto común, la articulación deberá proporcionar una fuerza **R**, que de todos modos será mucho menor que la correspondiente en el reptil.

Por lo tanto, la articulación no necesita una estructura tan grande y por lo tanto no limita el tamaño del músculo que puede tener el animal.

Los mamíferos carnívoros usan sus poderosos incisivos para desgarrar y transportar sus presas, mientras que los herbívoros muelen su comida lateralmente entre los molares.
El peso del músculo temporal de un carnívoro oscila entre la mitad y los dos tercios del peso total de los músculos que cierran las mandíbulas.
Sin embargo, en los herbívoros, este músculo sólo pesa una décima parte del total.

Ejemplo (similar 3.11)

Para ilustrar la superioridad de la mandíbula los mamíferos, supongamos que las fuerzas musculares **T** y **M** de la figura forman ambas un ángulo de θ= *45º con* la horizontal. ¿Cómo se ha de relacionar **M** con **T** para que la articulación no tenga que hacer ninguna fuerza **R** y cuánto valdrá la fuerza B ejercida sobre la comida?



(Suponer que las líneas de acción de B, T y M se cortan en un punto común, de modo que se cumple la segunda condición de equilibrio $\tau = 0$)

Según x: T cos 45° = M cos 45° por lo que resulta que T=M

Según y: T sen 45° + M sen 45°= B como sen 45°= $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Por lo que resulta que: $B = \sqrt{2}\, M = \sqrt{2}\, T$

Por consiguiente, la fuerza *B ejercida por la mandíbula* sobre la comida es mayor que cualquiera de las dos fuerzas musculares *T y M, y la fuerza debida a la articulación* es nula. ***Por el*** **contrario, en el caso del reptil hallamos que la fuerza *B* es menor que la fuerza muscular o la fuerza de la articulación**.

Centro de gravedad de los seres humanos

La información sobre el **centro de gravedad (CG) de los seres humanos** resulta útil en muchas aplicaciones: el C.G. de un objeto en caída libre sigue la misma trayectoria que una partícula aún cuando el objeto esté girando o cambie de forma. Ello simplifica el análisis de movimientos, saltos y actividades atléticas.

Técnica para determinar el CG para hombres y animales:

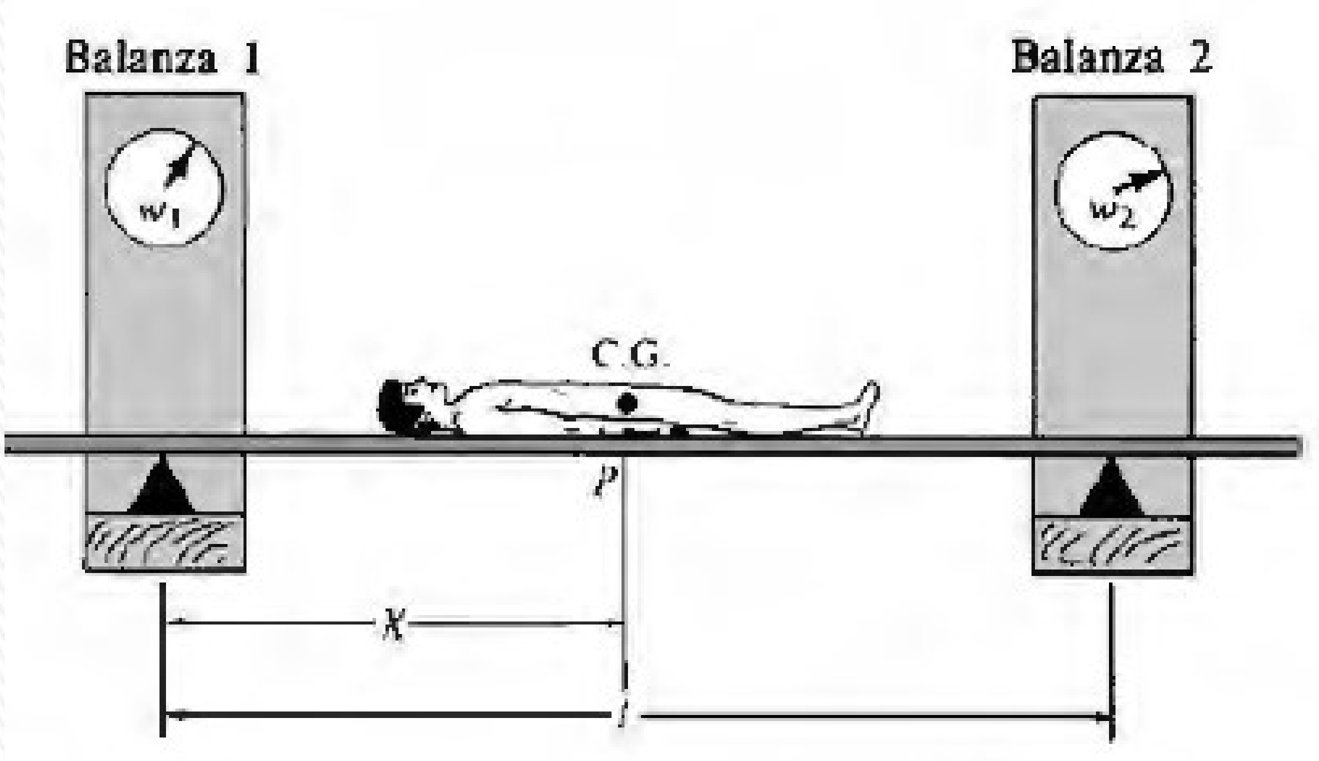


Tabla de longitud *l sostenida en sus extremos por soportes* que descansan sobre balanzas ajustadas de manera que su cero corresponda a la tabla sola.

Cuando la persona se tiende sobre la tabla, las balanzas marcan w_1 y w_2*, respectivamente.*

$$x.w_1 = (l - x)w_2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{w_2}{w_1 + w_2} l$$

Centro de gravedad de los seres humanos

La medida se repite dos veces más, primero con el individuo de pie y luego con el individuo girado 90°.
De este modo se determinan las tres coordenadas del CG.

La medida detallada de las masas, los tamaños y los centros de gravedad de las partes del cuerpo es difícil y los resultados varían según los individuos.
Los datos para un hombre típico se dan en figuras y tablas como las que se muestran en el ejercicio 3.12.

Ejercicio 3.13

Una escalera de densidad uniforme, de largo L = 4,0 m y masa m = 30 kg descansa contra una pared vertical sin rozamiento formando un ángulo de 60° con respecto al piso. El extremo inferior se apoya sobre un piso de coeficiente de rozamiento estático 0,40. Un pintor de masa M = 60 kg intenta subir por la escalera. ¿Hasta qué distancia podrá subir sin que la escalera empiece a resbalar?

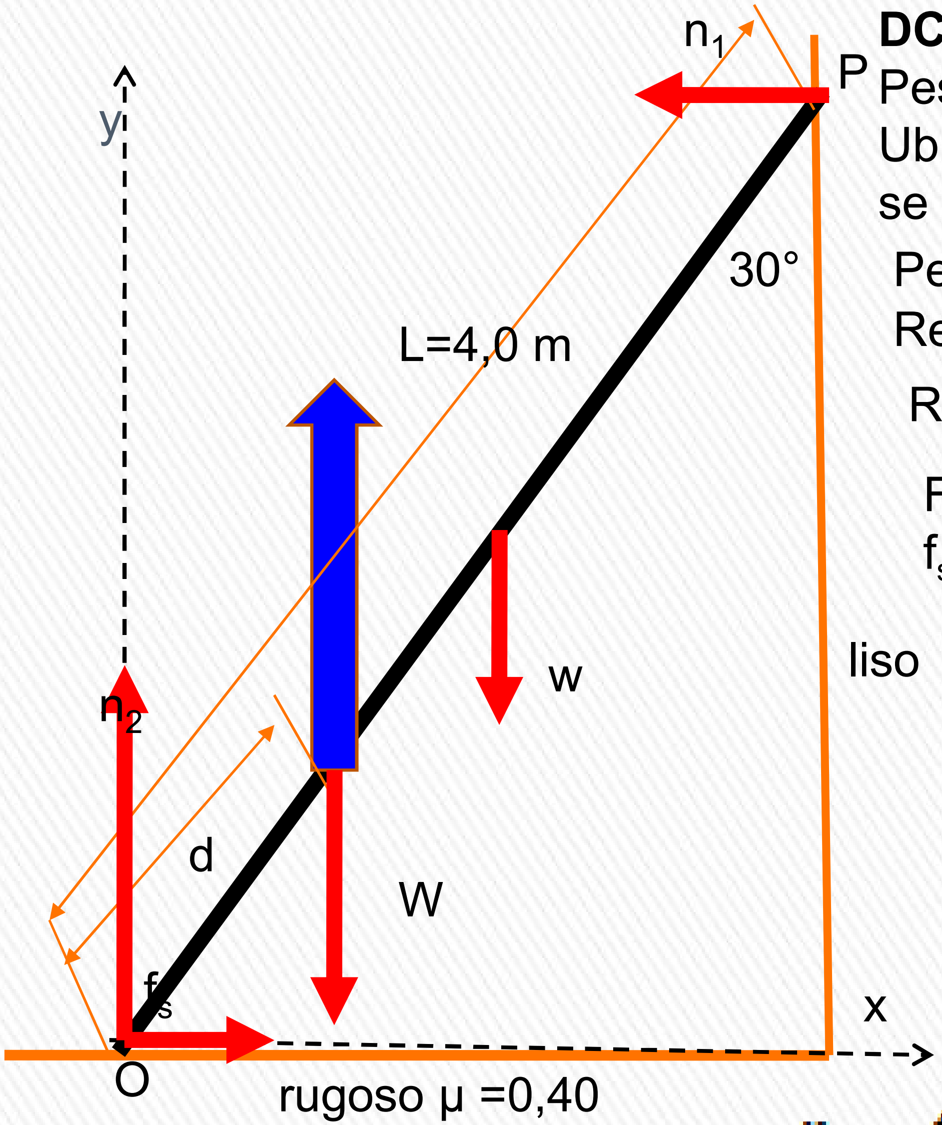
La fuerza que evita el deslizamiento de la escalera es la fuerza de fricción estática. Al empezar a subir el pintor, la escalera va a tender a deslizarse.
Sea *d* la mayor distancia a la que puede subir el pintor sin que la escalera resbale.
Como me piden la distancia máxima, debo considerar el valor máximo posible de la fuerza de fricción estática: $f_s = \mu_s . n$

Para que la escalera permanezca en equilibrio estático se deberán cumplir las condiciones de equilibrio

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum \tau = 0$$

Trazo los ejes x e y considerando como origen:
el punto de apoyo de la escalera con el piso.
Realizo el DCL…

Ejercicio 3.13



DCL

Peso de la escalera w=mg=30×9,8=294 N

Ubicado en el centro de la escalera (ya que se supone que es uniforme.

Peso del pintor: W=Mg= 588 N

Reacción normal de la pared vertical: n_1

Reacción normal del piso vertical: n_2

Fuerza fricción estática del piso vertical:

$f_s = \mu_s . n_2$

$$\sum F_x = 0 \quad f_s - n_1 = 0$$

$$n_1 = f_s = \mu_s n_2$$

$$\sum F_y = 0 \quad n_2 - W - w - 0$$

$$n_2 = W + w = 588 + 294 = 882\ N$$

$$n_1 = f_s = \mu_s n_2 = 0{,}40 \times 882 = 352{,}8\ N$$

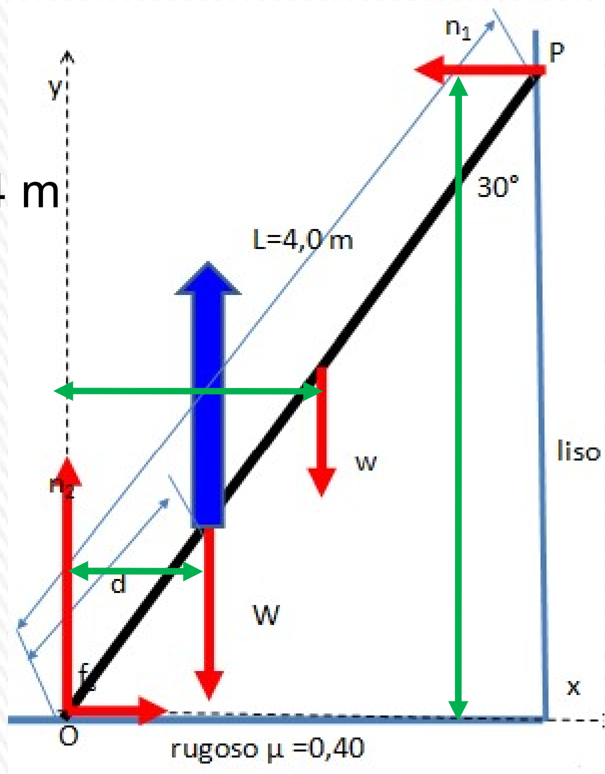
Ejercicio 3.13

Calculo los torques respecto al punto O.
Las fuerzas que tienen torque no nulo respecto a O son: w, W y n_1

Sus brazos de palanca valen respectivamente:

w: (L/2) × sen 30° =0,5L × 0,500 = 0,25 L =1,00 m

W: d × sen 30° =0,5d n_1: L × cos 30°=0,8660L =3,464 m



Sumatoria de torque respecto al punto O:

0,5d W+ (1,000) w –(3,464) n_1= 0

0,5d (588)+ (1,000) (294) –(3,464) (352,8)= 0

294 d = 1222,14 -294 =928,14

d = 928,14/294 = 3,157 m

d = 3,2 m   h= 2,7 m