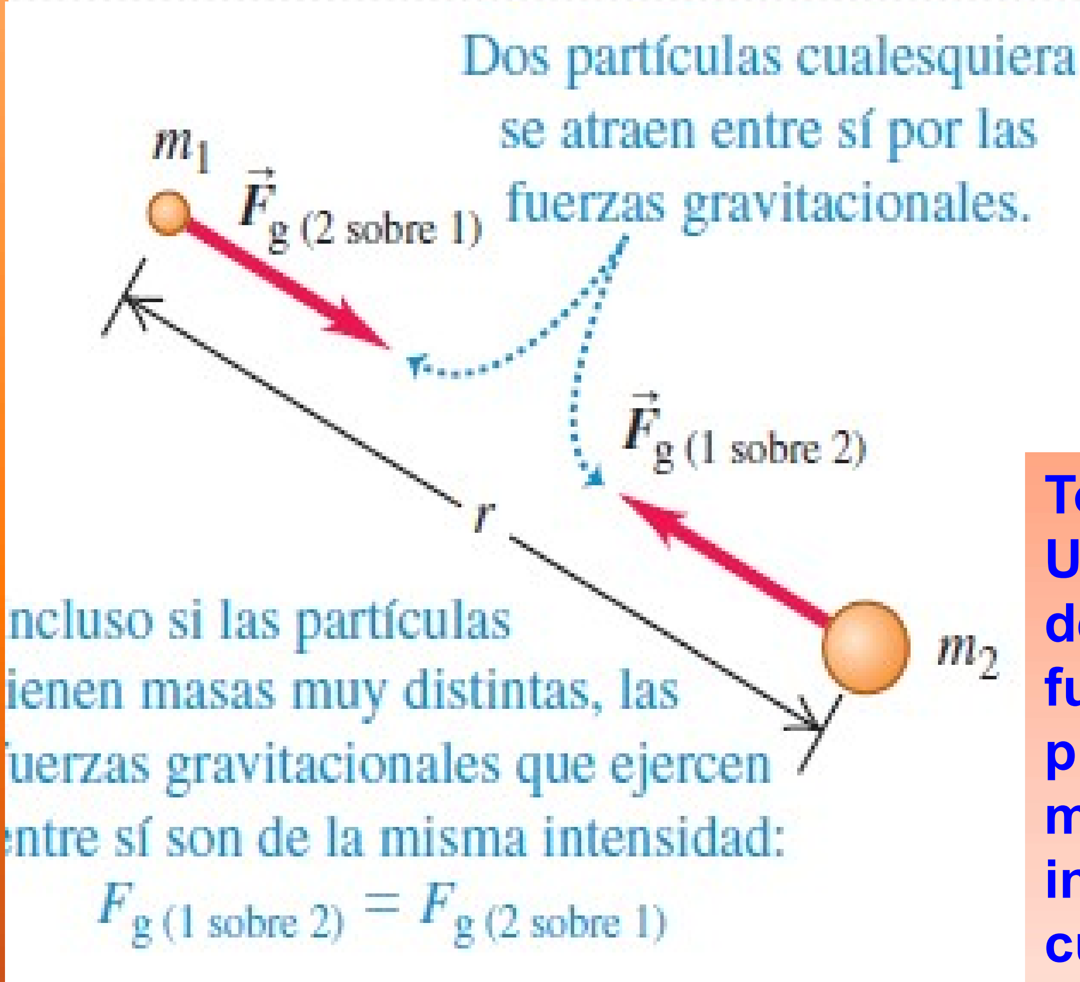
14- Gravitación y movimiento de satélites

El **Sputnik 1** (en ruso Спутник-1, que significa *satélite*) lanzado el 4/10/1957por la Unión Soviética fue el primer satélite artificial de la historia.[1]Tenía una masa de lanzamiento de 83,6 kg y un periodo de 96,2 minutos.

La ley de Newton de la gravitación



Newton basándose en resultados de Kepler, descubre la atracción gravitacional entre dos cuerpos *cualesquiera. Junto con sus tres leyes del movimiento,* en 1687 Newton dio a conocer la **ley de la gravitación**:

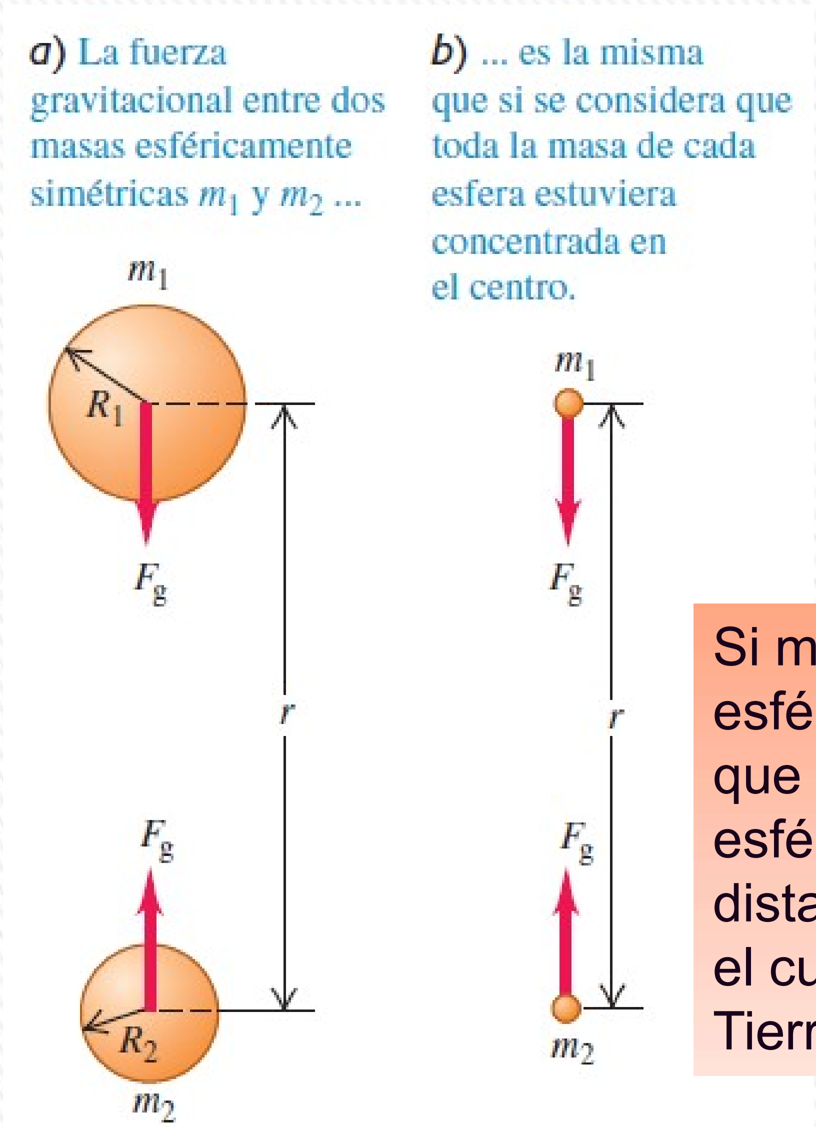
Toda partícula de materia en el Universo atrae a todas las demás partículas con una fuerza directamente proporcional al producto de las masas de las partículas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

Valor aceptado de $G = 6{,}674281672\times10^{-11}\ N.m^2/kg^2$

Fuerzas gravitacionales siempre actúan a lo largo de la línea que une las dos partículas **(fuerzas centrales)**, y forman un **par acción-reacción**.

Gravitación y cuerpos esféricamente simétricos



A priori la ley de la gravitación se cumple en la interacción entre dos *partículas.*

La interacción gravitacional entre dos cuerpos con distribuciones de masa *esféricamente simétricas (ya sean sólidas o huecas) es la misma que si toda* la masa estuviera concentrada en el centro.

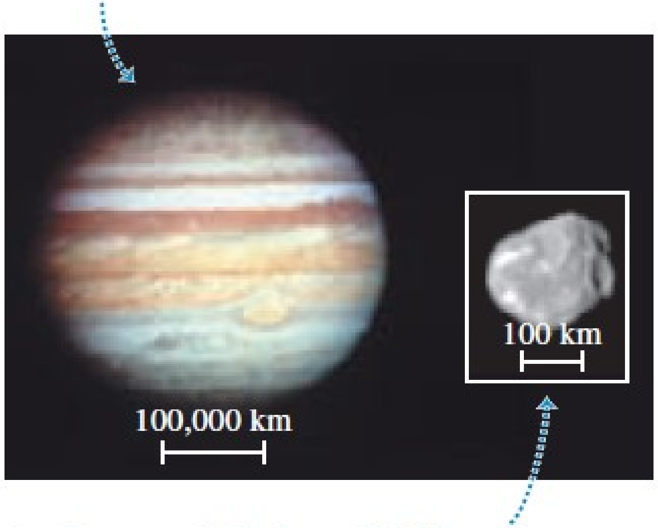
Si modelamos la Tierra como un cuerpo esféricamente simétrico de masa m_E, *la fuerza* que ejerce sobre una partícula o un cuerpo esféricamente simétrico con masa *m, a una* distancia *r entre los centros,* siempre y cuando el cuerpo se encuentre en el exterior de la Tierra.

$$F_g = \frac{G m_E m}{r^2}$$

Gravitación y cuerpos esféricamente simétricos

Dentro de la Tierra, la situación es diferente: si taladramos un agujero hasta el centro de la Tierra y medimos la fuerza gravitacional sobre un cuerpo a diferentes profundidades, veríamos que *disminuye hacia el centro, en lugar de aumentar* según $1/r^2$. *Conforme el cuerpo entra a la Tierra (o de otro cuerpo esférico), parte de* la masa de la Tierra queda del lado del cuerpo opuesto al centro y tira en la dirección contraria. En el centro exacto de la Tierra, la fuerza gravitacional sobre el cuerpo es cero.

La masa de Júpiter es muy grande (1.90×10^{27} kg), así que la atracción gravitacional mutua de sus partes ha hecho que el planeta adquiera una forma casi esférica.



Amaltea, una de las lunas de Júpiter, tiene una masa relativamente insignificante (7.17×10^{18} kg, alrededor de 3.8×10^{-9} la masa de Júpiter) y su atracción gravitacional mutua es débil, por lo que tiene una forma irregular.

Los cuerpos esféricamente simétricos son casos importantes porque las lunas, los planetas y las estrellas tienden a ser esféricos.

Puesto que todas las partículas de un cuerpo se atraen gravitacionalmente entre sí, tienden a moverse para reducir al mínimo la distancia que las separa.

El resultado es que el cuerpo tiende naturalmente a adoptar una forma esférica,

PREGUNTA RÁPIDA 1

Saturno tiene aproximadamente 100 veces la masa de la Tierra y está alejado del Sol casi 10 veces más que nuestro planeta. En comparación con la aceleración de la Tierra causada por la atracción gravitacional solar, ¿qué tan grande es la aceleración de Saturno debida a la gravitación solar?

i. 100 veces mayor;

ii. 10 veces mayor;

iii. es igual;

iv. 1/10 ;

v. . 1/100

Respuesta; v. 1/100. Si bien las fuerzas que experimentan ambos planetas son iguales, la aceleración es igual a dicha fuerza sobre la masa del planeta.

PESO

***Habíamos definido: Peso de un cuerpo como la fuerza de atracción gravitacional* que la Tierra ejerce sobre él**.

Ahora vamos a ampliar nuestra definición:

El peso de un cuerpo es la fuerza gravitacional total ejercida sobre éste por todos los demás cuerpos del Universo.

Si un cuerpo está cerca de la superficie terrestre, se pueden despreciar las demás fuerzas gravitacionales y considerar el peso tan solo como la atracción de la Tierra.

En la superficie de la *Luna, tomaremos el peso de un cuerpo como la atracción gravitacional* de la Luna, y así sucesivamente.

Si de nuevo modelamos la Tierra como un cuerpo esféricamente simétrico con radio R_E *y masa* m_E*, el* ***peso w de un cuerpo pequeño de masa m en la superficie terrestre*** (a una distancia R_E *del centro) es*

$$w = F_g = \frac{G m_E m}{R_E^2}$$

PESO y g

$$w = F_g = \frac{Gm_E m}{R_E^2}$$

$$g = \frac{Gm_E}{R_E^2}$$

Peso *w de un cuerpo es la fuerza* que provoca la aceleración *g en caída libre, de modo que por la segunda ley de Newton, w = mg.*

Podemos obtener el valor de la masa de la Tierra, usando
R_E = *6.380 km = 6,38 ×10⁶ m y g = 9,80 m/s², se obtiene:*

$$m_E = \frac{gR_E^2}{G} = \frac{(9{,}80)(6{,}38 \times 10^6)^2}{6{,}674 \times 10^{-11}} = 5{,}98 \times 10^{24}\ kg$$

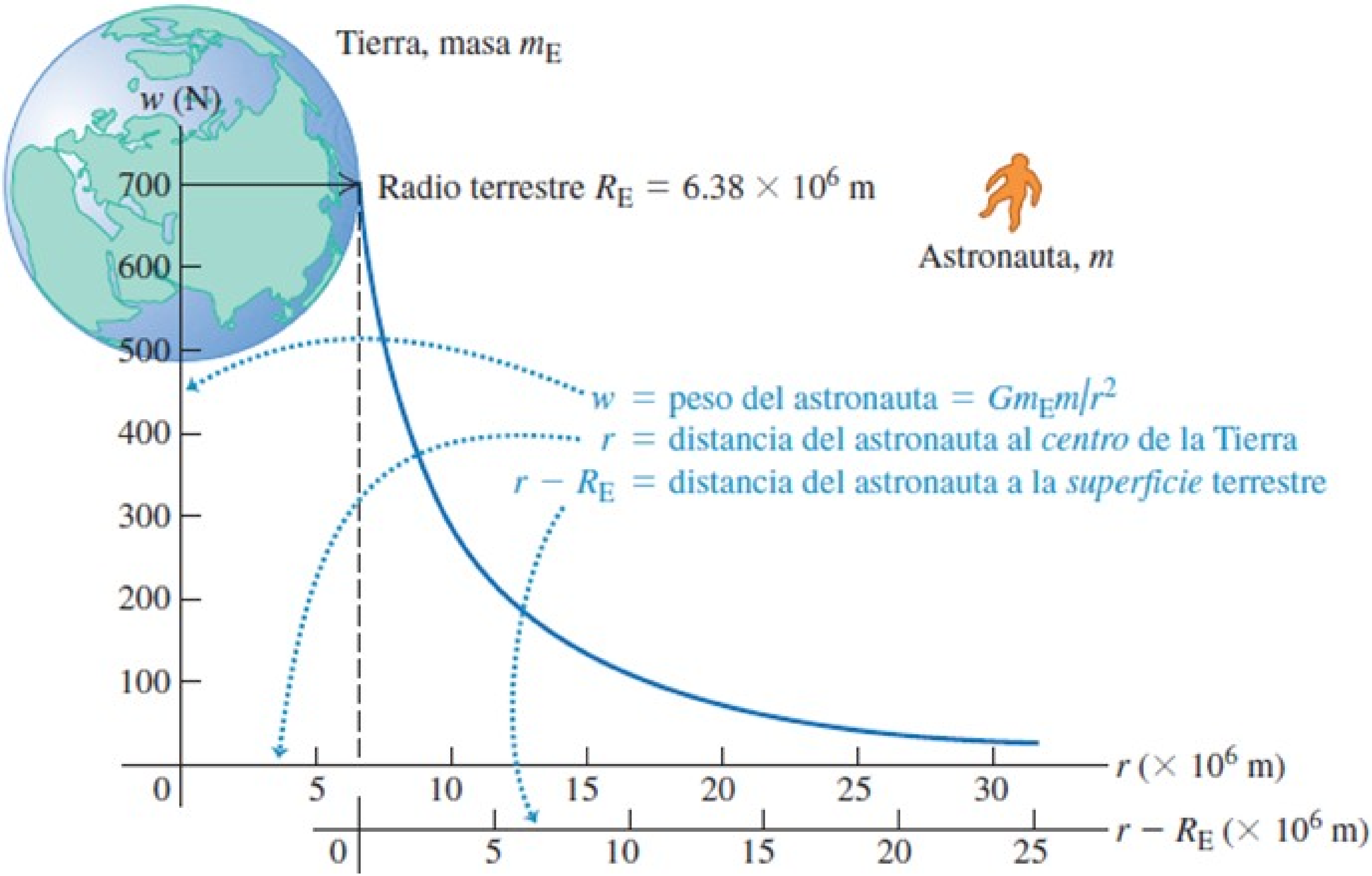
muy cerca del valor actualmente aceptado de $5{,}974 \times 10^{24}$ kg.
Una vez que Cavendish midió *G, calculó la masa terrestre precisamente así.*

En un punto arriba de la superficie terrestre a una distancia *r del centro de la Tierra* (una altura *h= r -* R_E *sobre la superficie), el peso de un cuerpo está dado por:*

$$w = F_g = \frac{Gm_E m}{r^2}$$

PESO

El peso de un cuerpo disminuye inversamente con el cuadrado de su distancia al centro de la Tierra. La figura muestra cómo varía el peso de un astronauta en función de su altura sobre la Tierra, si su peso es de 700 N en la superficie.



Valores de g

Tabla 13.1 Variaciones de g con la latitud y la elevación

Estación	Latitud norte	Elevación (m)	$g(m/s^2)$
Zona del Canal	09°	0	9.78243
Jamaica	18°	0	9.78591
Bermudas	32°	0	9.79806
Denver, CO	40°	1638	9.79609
Pittsburgh, PA	40.5°	235	9.80118
Cambridge, MA	42°	0	9.80398
Groenlandia	70°	0	9.82534

Valor normalizado: 9,80665 m/s^2

Polo: 9,832 m/s^2

Ecuador: 9,78 m/s^2

Montevideo: 9,7974 m/s^2

$$g(h) = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

	h = 0 m	h = 1 km	h= 10 km
g	9,8226	9,81949	9,79181
Error (%)		0,031	0,314

DENSIDAD DE LA TIERRA

Aun cuando la Tierra es una distribución de masa con simetría esférica aproximada, *no es uniforme volumétricamente.*

Si calculamos su densidad media, suponiendo una Tierra esférica:

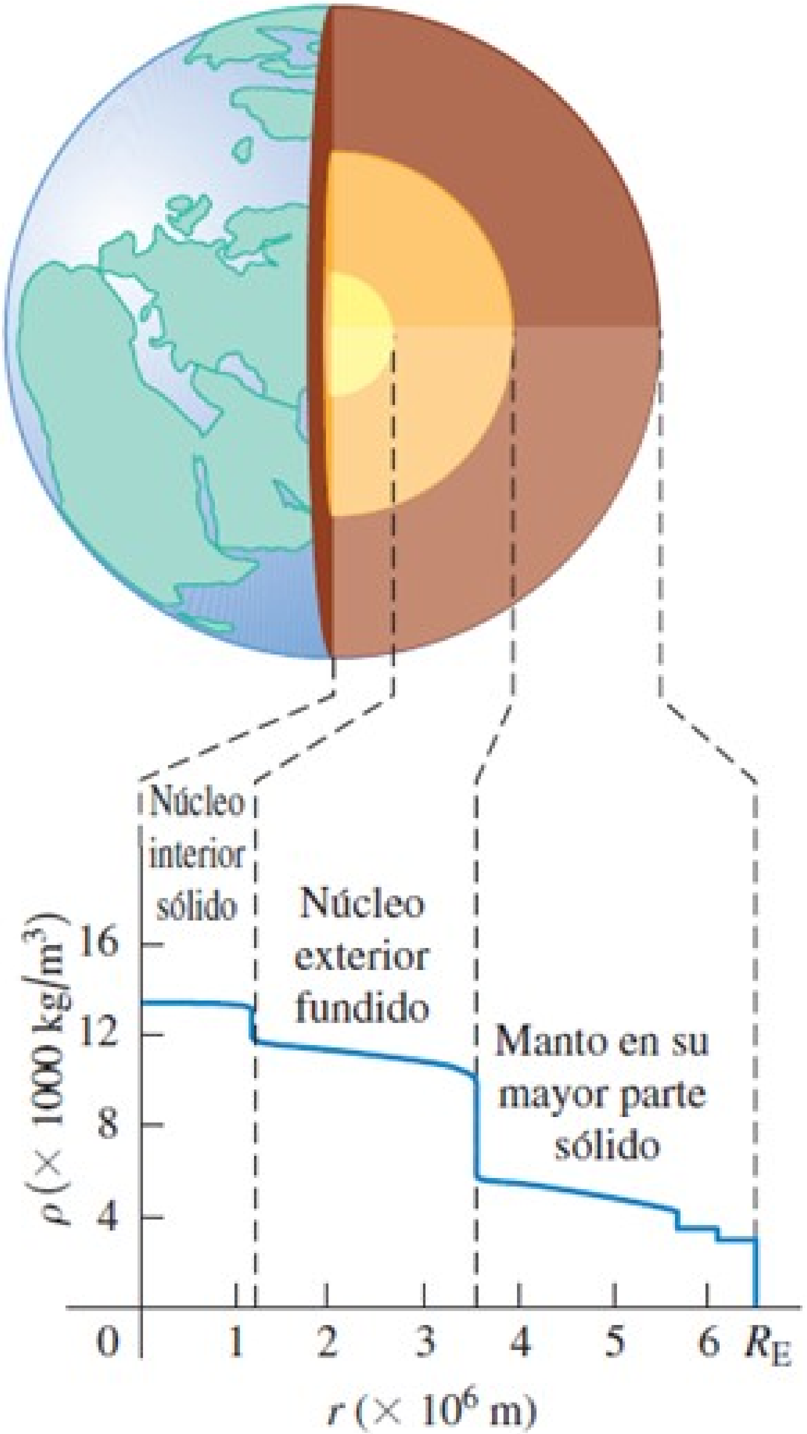
$$V_E = \frac{4}{3}\pi R_E^3 = \frac{4}{3}\pi(6{,}38 \times 10^6)^3 = 1{,}09 \times 10^{21}\ m^3$$

$$\rho_E = \frac{m_E}{V_E} = \frac{5{,}98 \times 10^{24}}{1{,}09 \times 10^{21}} = 5{,}48 \times\times 10^3\ \ kg/m^3$$

Si la Tierra fuera uniforme, cabría esperar que la densidad de las rocas individuales cerca de la superficie tuviera ese mismo valor.
De hecho, la densidad de las rocas superficiales es significativamente menor: de 2.000 kg/m^3 para rocas sedimentarias, a cerca de 3.300 kg/m^3 para el basalto (un tipo de roca volcánica).

Por lo tanto, **la Tierra *no puede ser uniforme***, y el **interior debe ser mucho más denso que la superficie** para que la densidad *media sea* de 5500 kg/m^3.

Según modelos geofísicos del interior de la Tierra, la densidad máxima en el centro es de aproximadamente 13,000 kg/m^3.



DENSIDAD DE LA TIERRA

La densidad de la Tierra disminuye al aumentar la distancia al centro.

Ejemplo: Gravedad en Marte

Un vehículo de descenso, que pesa en la Tierra 3.430 N, es enviado a Marte, cuyo radio es R_M = *3.40 ×10⁶ m y cuya masa es* m_M = *6,42×10²³* kg . Calcule su peso F_g *en la superficie marciana* y la aceleración g_M *debida a la gravedad de Marte.*

Masa del vehículo: $$m = \frac{w}{g} = \frac{3430}{9{,}8} = 350\ kg$$

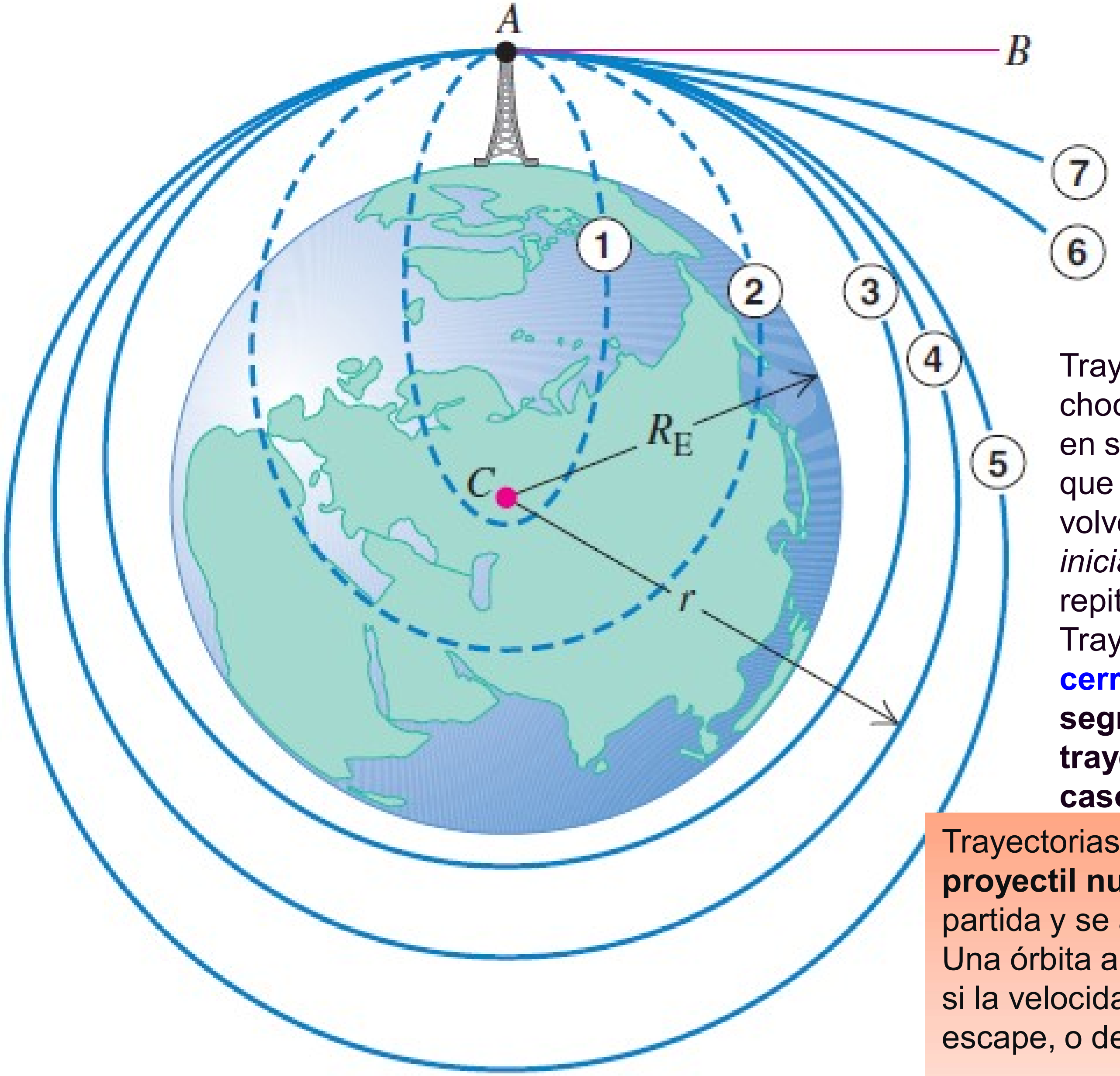
Peso F_g *en la superficie marciana :*

$$F_g = \frac{G m_M m}{R_M^2} = \frac{(6{,}67 \times 10^{-11})(6{,}42 \times 10^{23})(350)}{(3{,}40 \times 10^{6})^2} = 1{,}30 \times 10^3\ N$$

Aceleración g_M *debida a la gravedad de Marte:*

$$g_M = \frac{F_g}{m} = \frac{1{,}30 \times 10^3}{350} = 3{,}70\ m/s^2$$

Movimiento de satélites



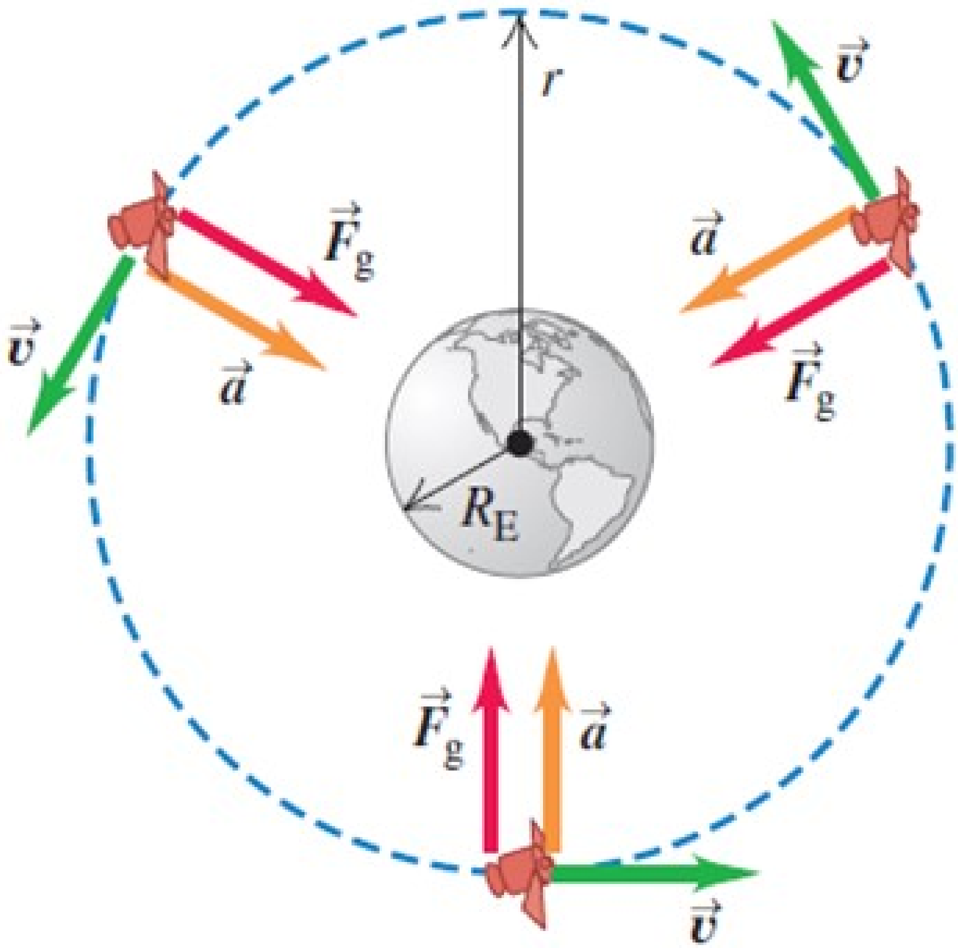
Un proyectil se lanza de *A* a *B*. Trayectorias 1 a 7 muestran el efecto de la rapidez inicial creciente.

Trayectorias 3 a 5, el proyectil no choca contra la Tierra y se convierte en su satélite. Si no hay una fuerza que frene al proyectil, su rapidez al volver al punto *A es la que tenía inicialmente, y el* movimiento se repite indefinidamente.

Trayectorias 1 a 5 **órbitas cerradas: son elipses o segmentos de elipses; la trayectoria 4 es un círculo, un caso especial de la elipse.**

Trayectorias 6 y 7 **órbitas abiertas; el proyectil nunca vuelve** a su punto de partida y se aleja cada vez más de la Tierra. Una órbita abierta tiene forma de hipérbola si la velocidad es mayor que la velocidad de escape, o de parábola si la velocidad es exactamente igual a la velocidad de escape

Satélites: órbitas circulares



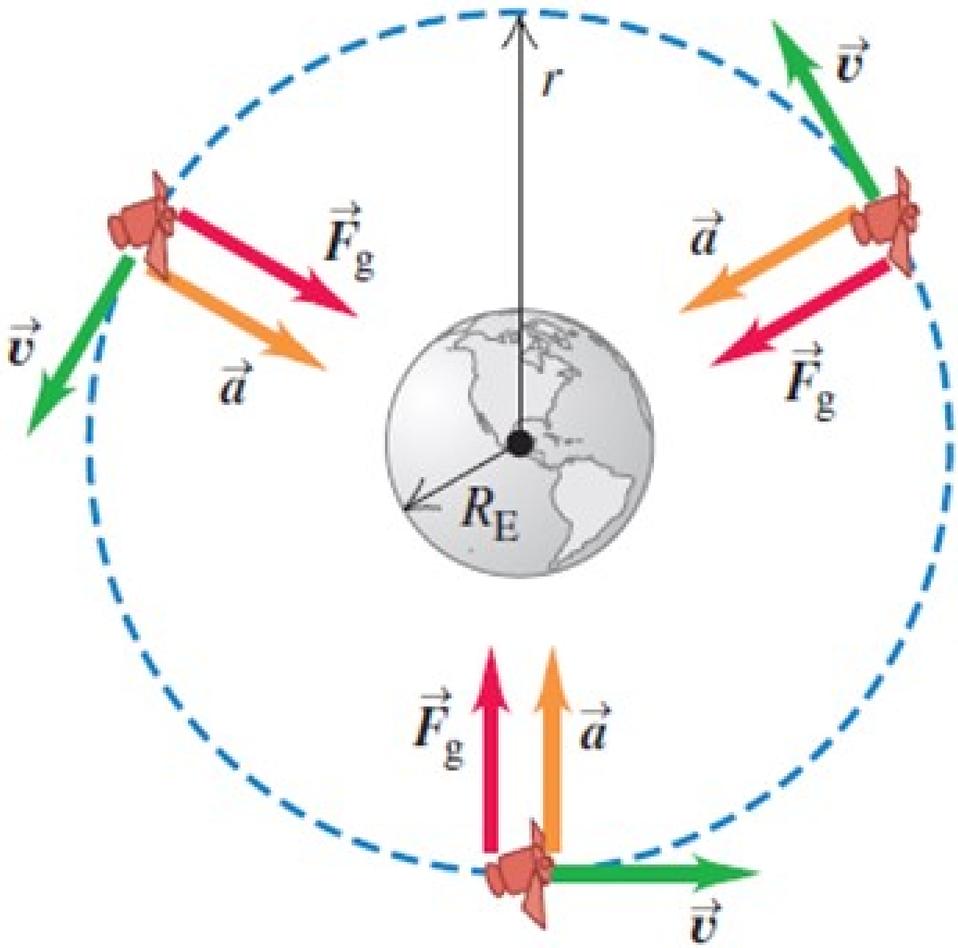
El satélite está en órbita circular: su aceleración $\vec{a}$ es siempre perpendicular a su velocidad $\vec{v}$, por ello, la rapidez v es constante.

Caso más sencillo y muy importantes: muchos satélites artificiales tienen órbitas casi circulares, y las órbitas de los planetas alrededor del Sol también son aproximadamente circulares.

La única fuerza que actúa sobre un satélite en órbita circular alrededor de la Tierra es la atracción gravitacional terrestre, dirigida hacia el centro de la Tierra y, por lo tanto, hacia el centro de la órbita.

Esto implica que el satélite está en **movimiento circular *uniforme*** *y su* rapidez es constante.

Satélites: órbitas circulares



El satélite está en órbita circular: su aceleración $\vec{a}$ es siempre perpendicular a su velocidad $\vec{v}$, por ello, la rapidez v es constante.

El satélite no cae *hacia la Tierra; más bien,* ***cae constantemente alrededor de la Tierra****.*

En una órbita circular, la rapidez es exactamente la necesaria **para mantener constante la distancia entre el satélite y el centro de la Tierra.**

Satélites: órbitas circulares

El radio de la órbita es *r, medido desde el centro de la Tierra; la aceleración del* satélite tiene magnitud $a_{rad} = v^2/r$ *y siempre está dirigida hacia el centro del círculo.*

Por la ley de la gravitación, la fuerza neta (la gravitacional) que actúa sobre el satélite de masa *m tiene magnitud* F_g *y tiene la misma dirección de la aceleración.*

Por la segunda ley de Newton:

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{m_E m}{r^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G m_E}{r}}$$

Satélites: órbitas circulares

El movimiento del satélite no depende de su masa.

Si pudiéramos partir un satélite a la mitad sin alterar su rapidez, cada mitad seguiría con el movimiento original.

Un astronauta a bordo de un transbordador espacial también es como un satélite de la Tierra, retenido por la atracción gravitacional en la misma órbita que la nave.

El astronauta tiene la misma velocidad y aceleración que la nave, así que nada lo empuja contra el piso o las paredes de la nave.

Se encuentra en un **estado de *ingravidez aparente***, *como en un elevador* en caída libre.

La ingravidez *verdadera solo se lograría si el astronauta estuviera infinitamente lejos* de cualquier otra masa, de modo que la fuerza gravitacional sobre él fuera cero.

Satélites: órbitas circulares

Podemos deducir una relación entre el radio *r de una órbita circular y el periodo T,* la duración de una revolución:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{Gm_E}{r}}} = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{Gm_E}}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{Gm_E}}}$$

Las órbitas más grandes corresponden a rapideces más bajas y a periodos más largos.

Como ejemplo, la Estación Espacial Internacional orbita la Tierra a 6.800 km del centro de nuestro planeta (400 km arriba de la superficie de la Tierra) con una rapidez orbital de 7,7 km/s y un periodo orbital de 93 minutos.

La Luna gira alrededor de la Tierra en una órbita mucho más grande de radio igual a 384.000 km, y por lo tanto tiene una rapidez orbital menor (1,0 km/s) y un periodo orbital mucho más prolongado (27,3 días).

Las leyes de Kepler y el movimiento de los planetas

Planeta viene de un vocablo griego que significa "vagabundo", y efectivamente, los planetas cambian continuamente su posición en el cielo en relación con el fondo estrellado.

Uno de los grandes logros intelectuales de los siglos XVI y XVII fue darse cuenta de que la Tierra es un planeta, que todos los planetas están en órbita alrededor del Sol y que los movimientos aparentes de los planetas vistos desde la Tierra pueden servir para determinar con precisión sus órbitas.

Los primeros dos descubrimientos fueron publicados por **Nicolás Copérnico** en Polonia en **1543.** La deducción de la naturaleza de las órbitas planetarias entre **1601 y 1619** corrió a cargo del astrónomo y matemático alemán **Johannes Kepler,** utilizando un voluminoso conjunto de datos precisos acerca de los movimientos planetarios aparentes compilado por su maestro, el astrónomo danés **Tycho Brahe**.
Por medio de ensayo y error, Kepler descubrió tres leyes empíricas que describían con exactitud los movimientos de los planetas:

Las leyes de Kepler y el movimiento de los planetas

1. **Cada planeta se mueve en una órbita elíptica, con el Sol en uno de los focos de la elipse.**

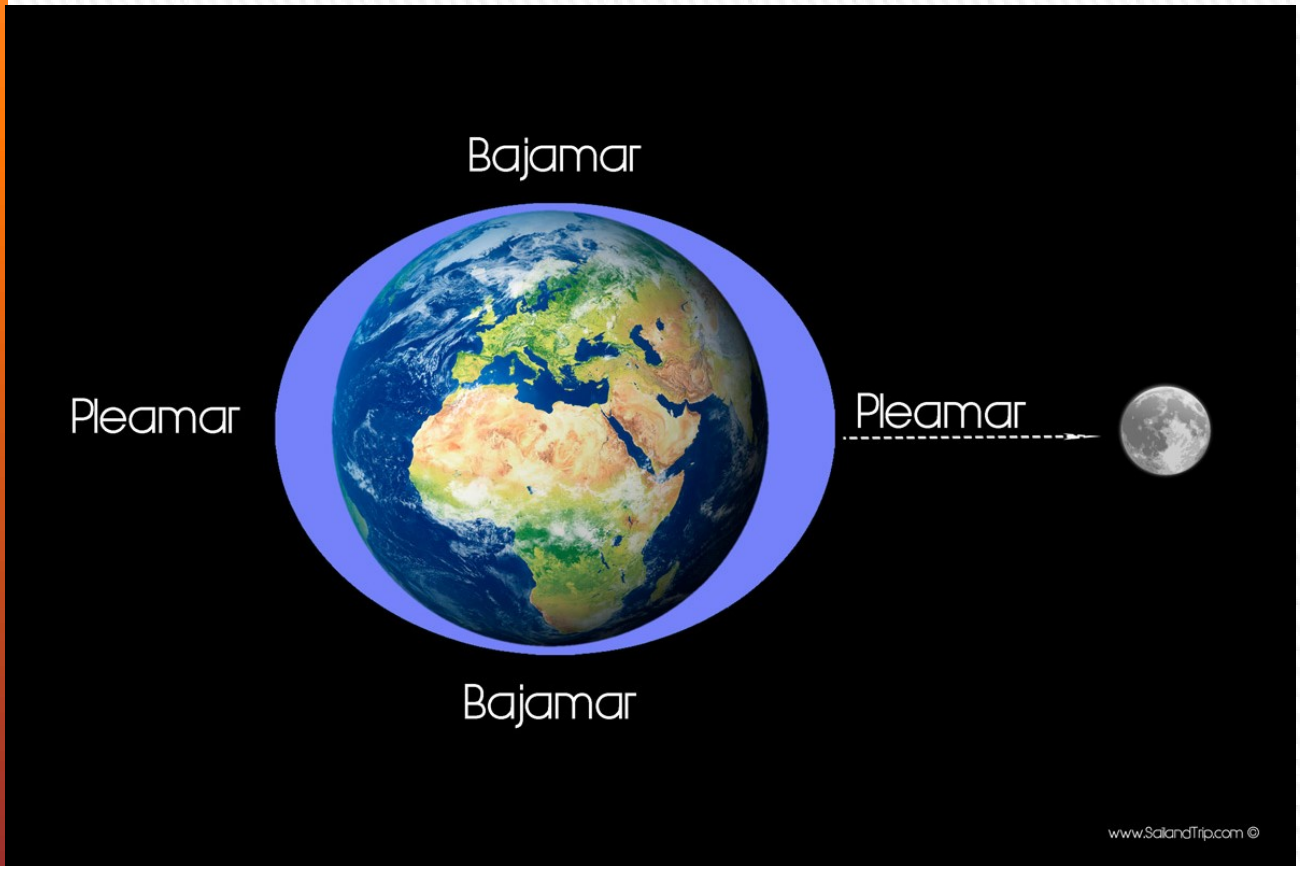
2. Una línea del Sol a un planeta dado barre áreas iguales en tiempos iguales.

3. Los periodos de los planetas son proporcionales a las longitudes del eje mayor de sus órbitas elevadas a la potencia .

Kepler no sabía *por qué los planetas se movían así.*
Tres generaciones después, cuando Newton dirigió su atención al movimiento planetario, descubrió que las leyes de Kepler pueden *deducirse; son consecuencia de las leyes de Newton del movimiento y* de la ley de la gravitación.

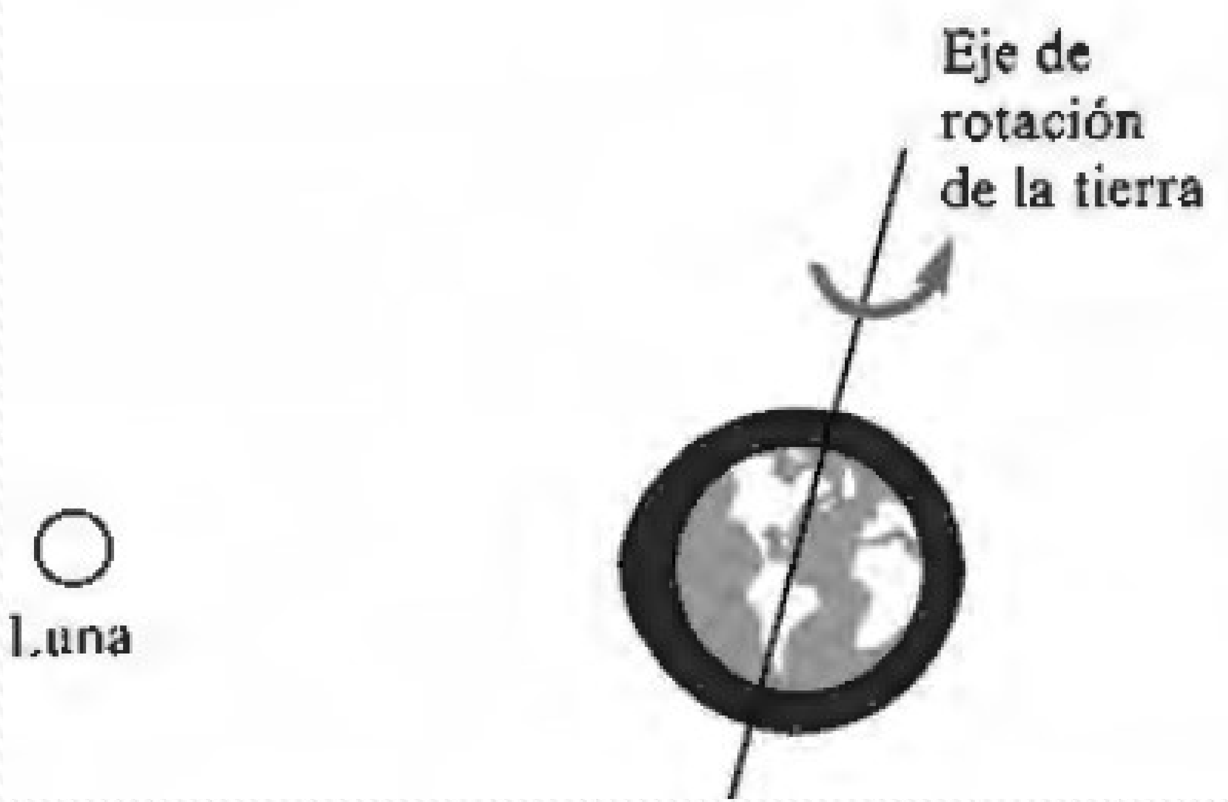
Mareas

La marea alta o **pleamar** es cuando el agua del mar **alcanza el máximo nivel nivel** dentro del ciclo de la marea, mientras que la **marea baja** o **bajamar** cuando el nivel del agua del ciclo de la marea alcanza su mínimo nivel.
Newton dio la primera explicación de los intervalos entre pleamares consecutivas, y evaluó su altura típica.
Su explicación hace intervenir una sutil interacción entre las fuerzas gravitatorias y el movimiento circular.



Mareas

Supongamos inicialmente que la Tierra y la Luna se hallan aisladas del Sol, y que están en reposo, sin contar la rotación diaria de la Tierra.
La fuerza gravitatoria ejercida por la Luna sobre el agua que cubre la mayor parte de la superficie terrestre la atrae hacia el lado donde se halla la Luna, produciendo una protuberancia.

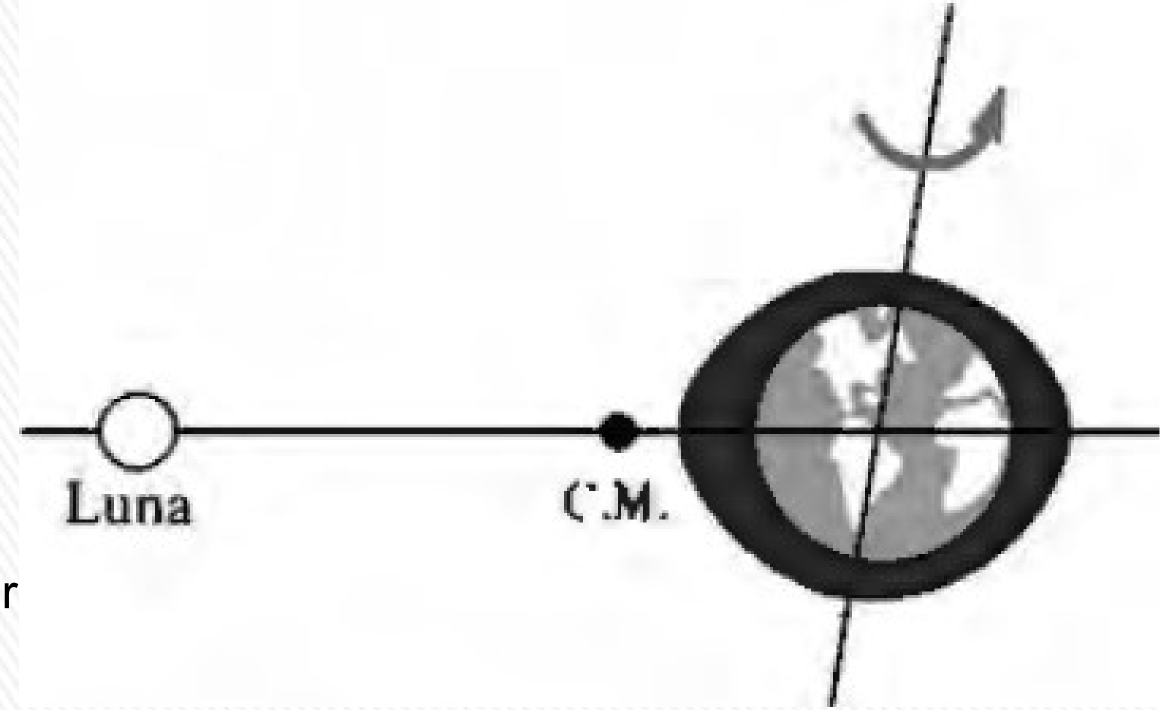


A medida que la Tierra gira, una región dada de la Tierra encontrará la protuberancia una vez al día, produciendo una pleamar, y una bajamar doce horas más tarde.
Sin embargo, hay aproximadamente *dos pleamares* y *dos bajamares al día.*

Mareas

Newton advirtió que ello ocurre porque tanto la Tierra como la Luna se hallan ambas en movimiento en trayectorias casi circulares alrededor de su centro de masas común bajo la influencia de su atracción gravitatoria.

Este efecto no es muy obvio, ya que la masa de la Tierra es unas 80 mayor que la de la Luna, y por consiguiente describe un círculo mucho menor.



El dibujo exagera la ubicación del C.M., ya que el mismo se encuentra en la Tierra, a un profundidad de 1.700 km bajo su superficie. (R Tierra = 6.370 km aprox.)

El agua más lejana al centro de masas tiene la máxima aceleración centrípeta, $\omega^2 r$, *pero en* aquel punto la atracción de la Luna es mínima.

Por tanto el peso efectivo del agua en dicho lado se reduce y tiene lugar en él, una segunda protuberancia.

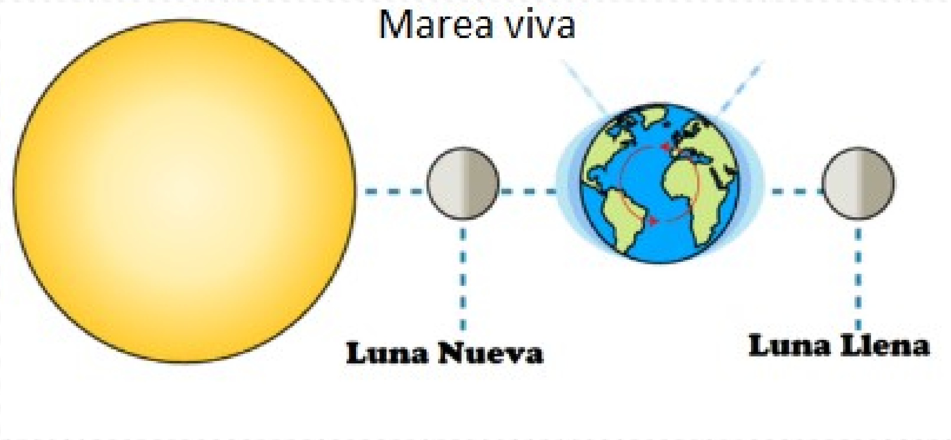
Este razonamiento sugiere que debería tener lugar una pleamar cada 12 horas.

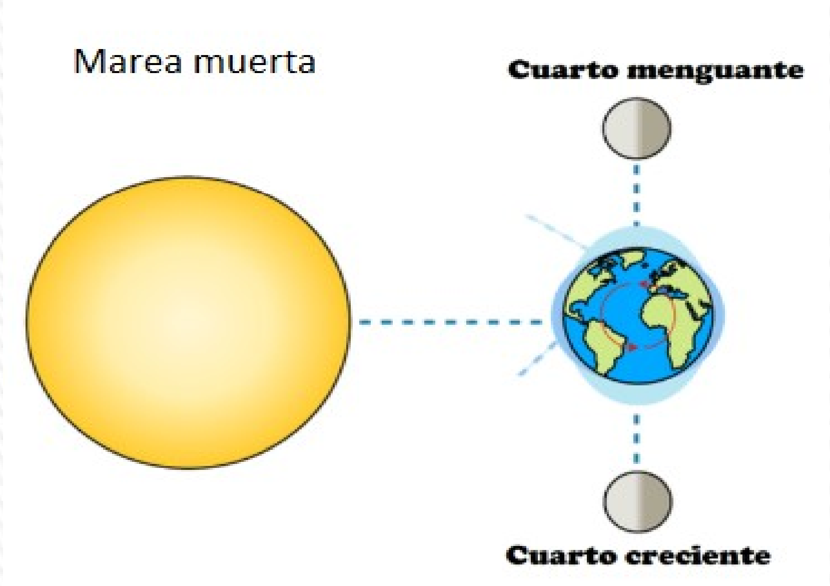
En realidad, tiene lugar cada 12 horas y 25 minutos ya que la posición de la Luna va cambiando a medida que la Tierra gira.

Mareas

La atracción gravitacional del Sol también interviene en las mareas, pero su contribución es menor al de la de la Luna (2,3 veces menor).

Cuando el Sol y la Luna se hallan en línea recta en luna llena o luna nueva, tienen lugar pleamares más acusadas que la media (**marea viva**).



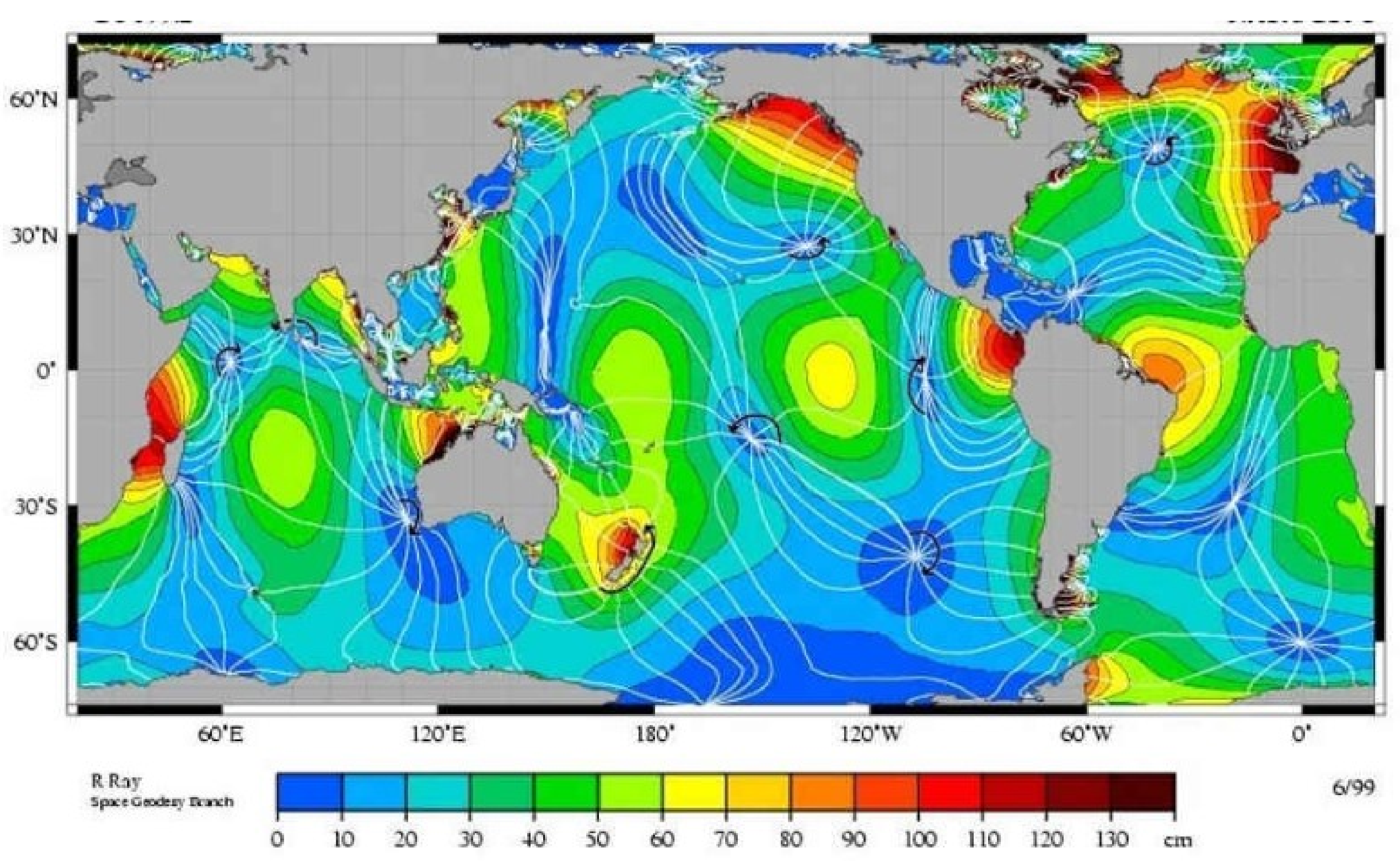


Cuando sus direcciones respectivas forman un ángulo recto (en cuarto creciente o cuarto menguante) las mareas son menores que la media (**marea muerta**).

Newton pudo desarrollar y predeci que el nivel del agua subiría y bajaría aproximadamente 0,5 m en una Tierra totalmente cubierta por el agua.
Ello es más o menos lo que se observa en alta mar.

Mareas

Sin embargo, cerca de los continentes, los efectos de las diversas profundidades y de las bahías en las que el agua tiende a resonar como el agua que oscila en una bañera, pueden dar lugar a mareas mucho más acusadas, o más bajas como ocurre en el Mar Mediterráneo que es de pocos centímetros.

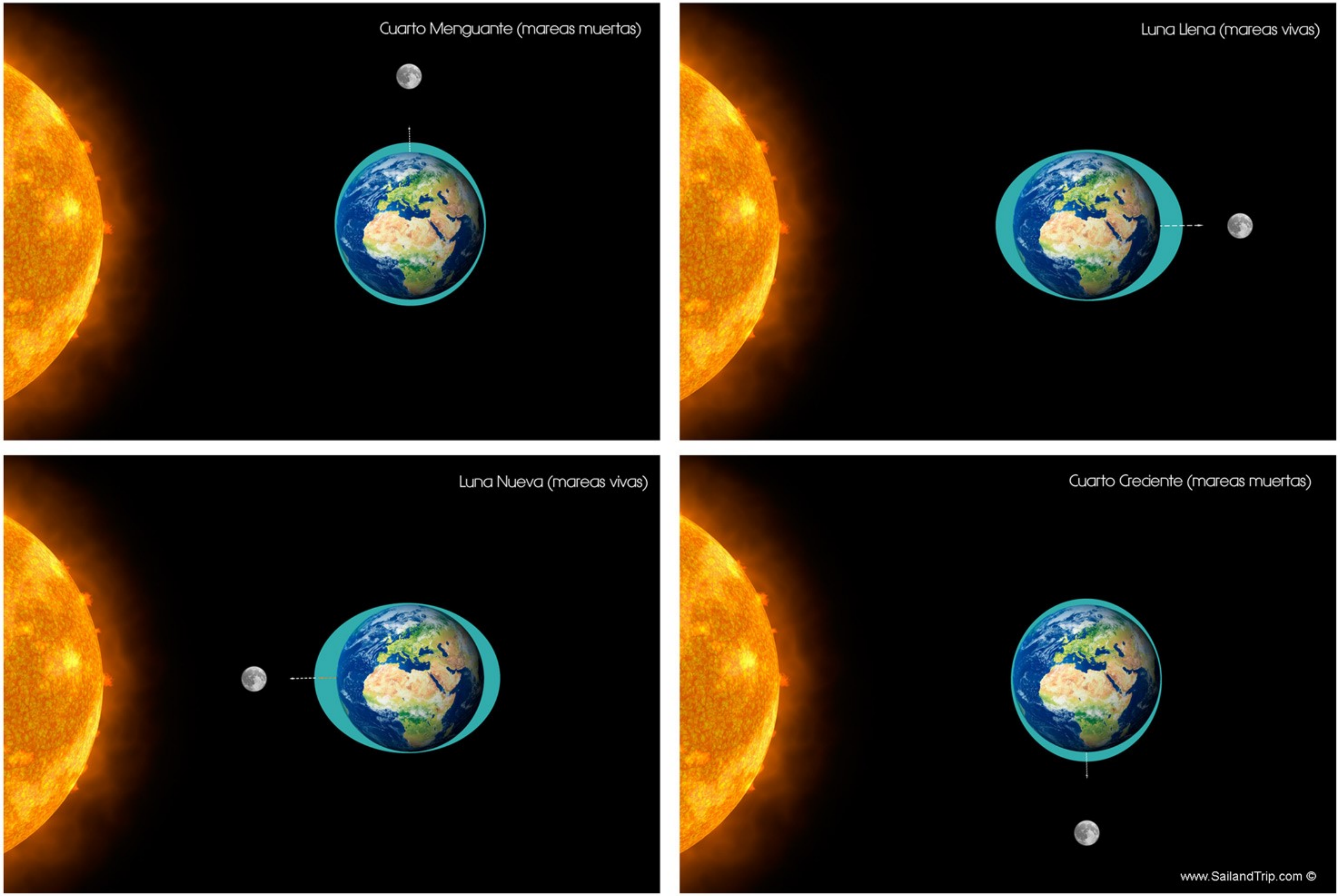


Mayores mareas del mundo

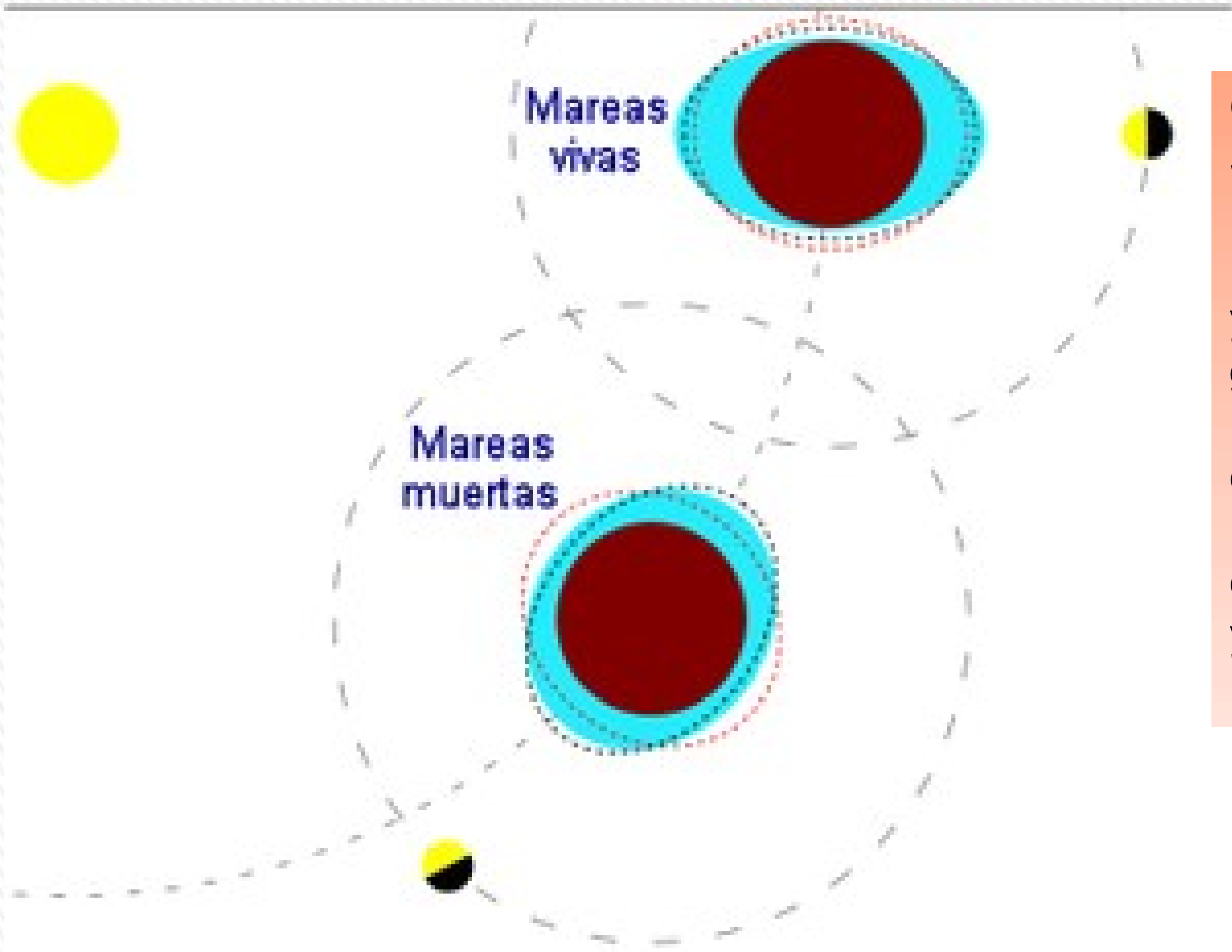
Bahía de Fundy en la costa atlántica de Canadá (17 m) .

Bahía de Mont Saint Michel, pequeña isla rocosa del estuario río Couesnon, situada en la región Normandía en el noroeste de Francia (15,5 m).

Mareas vivas y mareas muertas



Mareas



Cuando la Luna y el Sol están alineados, los elipsoides (en punteado) se refuerzan y las mareas son más grandes. Cuando la Luna está en cuadratura con el Sol, los elipsoides se cancelan parcialmente y las mareas son pequeñas.

Otros efectos que influyen sobre las mareas son el ángulo de inclinación de la Tierra, punto geográfico, efecto de continentes, excentricidades de las órbitas.