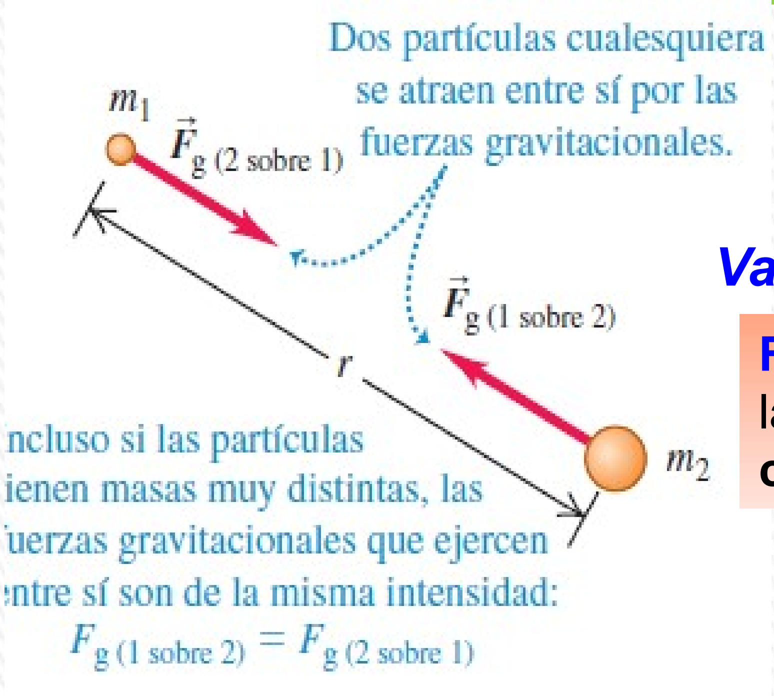
13- Gravitación y movimiento de satélites

El **Sputnik 1** (en ruso Спутник-1, que significa *satélite*) lanzado el 4/10/1957por la Unión Soviética fue el primer satélite artificial de la historia.[1] Tenía una masa de lanzamiento de 83,6 kg y un periodo de 96,2 minutos.

REPASO DE CLASE PASADA

La ley de Newton de la gravitación



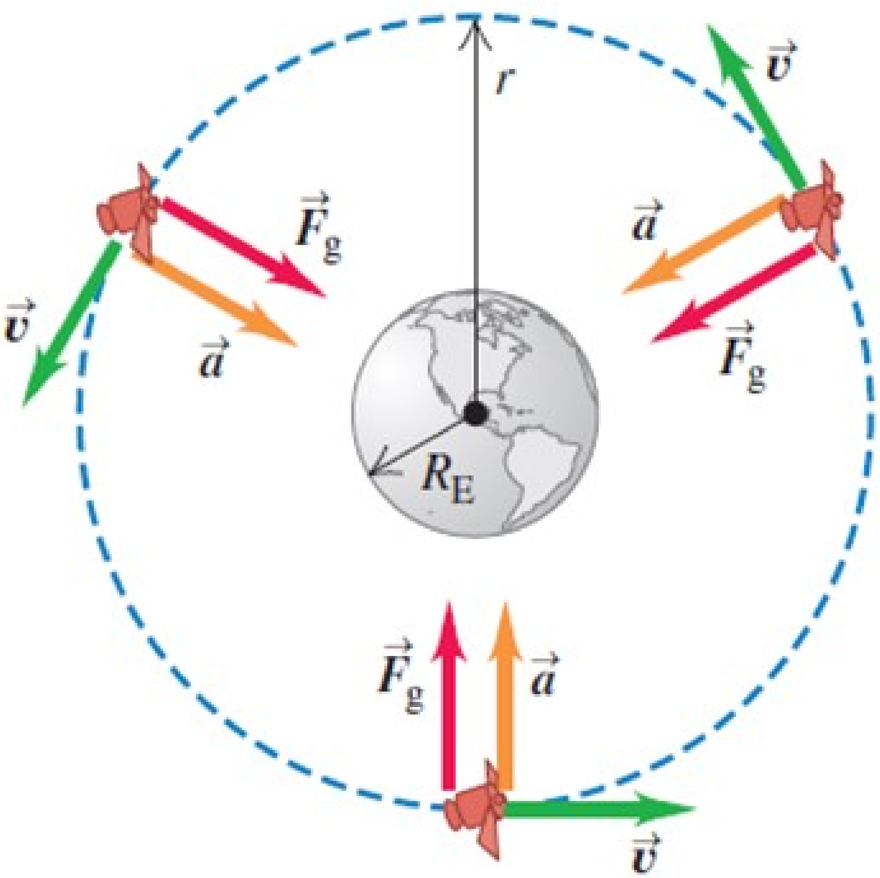
$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

Valor aceptado de $G = 6{,}674\times10^{-11}$ N.m^2/kg^2

Fuerzas gravitacionales actúan a lo largo de la línea que une las dos partículas **(fuerzas centrales)**, y forman un **par acción-reacción**.

REPASO DE CLASE PASADA

Movimiento de satélites



El satélite está en órbita circular: su aceleración $\vec{a}$ es siempre perpendicular a su velocidad $\vec{v}$, por ello, la rapidez v es constante.

Caso más sencillo y muy importante: **órbitas circulares,** muchos satélites artificiales tienen órbitas casi circulares, y las órbitas de los planetas alrededor del Sol también son aproximadamente circulares.

La única fuerza que actúa es la atracción gravitacional terrestre, dirigida hacia el centro de la órbita.

Esto implica que el satélite está en **movimiento circular *uniforme*** *y su* rapidez es constante.

$$v = \sqrt{\frac{Gm}{r}}$$

REPASO DE CLASE PASADA

Satélites: órbitas circulares

Relación entre el radio *r de una órbita circular y el periodo T,* la duración de una revolución:

$$T = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{Gm_E}}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$GmT^2 = 4\pi^2 r^3$$

Las leyes de Kepler y el movimiento de los planetas

1. **Cada planeta se mueve en una órbita elíptica, con el Sol en uno de los focos de la elipse.**

2. Una línea del Sol a un planeta dado barre áreas iguales en tiempos iguales.

3. Los periodos de los planetas son proporcionales a las longitudes del eje mayor de sus órbitas elevadas a la potencia 3/2.

$$T = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}} = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} r^{\frac{3}{2}}$$

Kepler no sabía *por qué los planetas se movían así.*
Tres generaciones después, cuando Newton dirigió su atención al movimiento planetario, descubrió que las leyes de Kepler pueden *deducirse;* ***son consecuencia de las leyes de Newton del movimiento y*** **de la ley de la gravitación**.

Ejemplo: Ejercicio 4.9

La Estación Espacial Internacional se encuentra orbitando a unos 400 km por encima de la superficie de la Tierra.

a) ¿Cuánto demora en dar una vuelta completa a la Tierra?

b) ¿Cuánto valdría la aceleración de la gravedad a esa altura?

c) ¿Por qué se usa la Estación Espacial para realizar experimentos sobre el efecto de la falta de gravedad en plantas y animales? ¿Es realmente tan pequeña la fuerza de gravedad a esa altura?

Masa de la Tierra: $5{,}972 \times 10^{24}$ kg

Radio medio de la Tierra: R_T= 6.341 km = $6{,}371 \times 10^{6}$ m

h = 400 km = $4{,}00 \times 10^{5}$ m

r = $R_T + h = 6{,}741 \times 10^{6}$ m

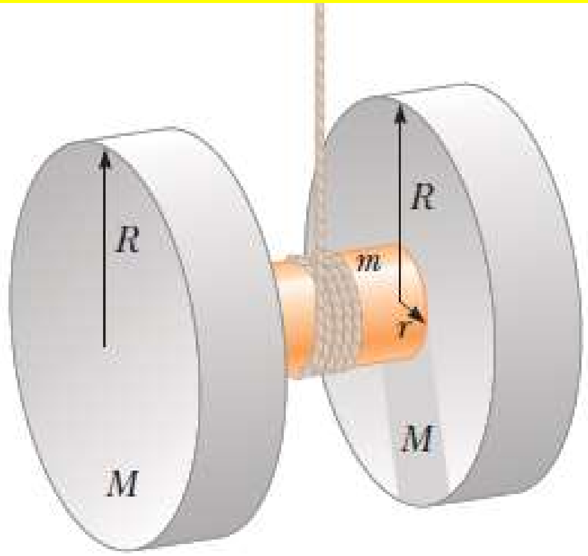
$$GM_T T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6{,}741 \times 10^6)^3}{(6{,}674 \times 10^{-11})(5{,}972 \times 10^{24})}} = 5.508\ s$$

$$g(h) = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} = \frac{GM_T}{r^2} = \frac{(6{,}674 \times 10^{-11})(5{,}972 \times 10^{24})}{(6{,}741 \times 10^6)^2} = 8{,}771\ m/s^2$$

Ejemplo: Ejercicio 4.12

Un yo-yo de gran tamaño se hace con dos discos sólidos idénticos cada uno de masa M = 2,00 kg y radio R = 10,0 cm. Los dos discos son ensamblados por un cilindro sólido de radio r = 4,00 cm y cuya masa vale m = 1,00 kg como se muestra en la figura. Tome el centro del cilindro como el eje del sistema, con los torques positivos dirigidos a la izquierda a lo largo de este eje. Todos los torques y variables angulares son calculados en relación con este eje. Una cuerda ligera se enrolla alrededor del cilindro y después se de**j**a caer el sistema a partir del reposo.



a) ¿Cuál es el momento de inercia del sistema? Dé una respuesta simbólica.

b) ¿Qué torque ejerce la gravedad sobre el sistema con respecto al eje dado?

c) Tome como negativa la coordenada en la dirección de la caída. Según lo representado en la figura, ¿el torque ejercido por la tensión es positivo o negativo? ¿La aceleración angular es positiva o negativa? ¿Qué hay de la aceleración de translación?

d) Escriba una ecuación para la aceleración angular α en términos de la aceleración de translación a y radio r.

e) Escriba la segunda ley del Newton para el sistema en términos de m, M, a, T y g.

f) Escriba la segunda ley del Newton para la rotación en términos de I, α T y r.

g) Elimine α de la segunda ley rotatoria con la expresión encontrada en la parte d) y encuentre una expresión simbólica para la aceleración a en términos de m, M, g, r y R.

h) ¿Cuál es el valor numérico para la aceleración del sistema?

i) ¿Cuál es la tensión en la cuerda?

j) ¿Cuánto tiempo toma al sistema caer 1,00 m a partir del reposo?

Ejemplo: Ejercicio 4.12

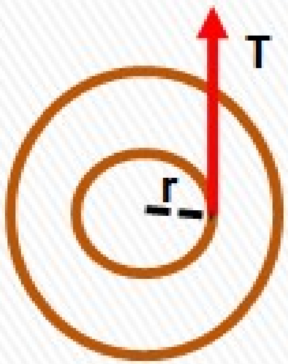
a) ¿Cuál es el momento de inercia del sistema? Dé una respuesta simbólica.

$$I = 2I_{\text{disk}} + I_{\text{cylinder}} = 2\left(MR^2/2\right) + mr^2/2 \qquad \text{or} \qquad \boxed{I = MR^2 + mr^2/2}$$

b) ¿Qué torque ejerce la gravedad sobre el sistema con respecto al eje dado?

Como el peso está aplicado en el centro de gravedad, y éste se encuentra en el eje de rotación, su brazo de palanca es nulo, por tanto: $\tau_{peso} = 0$

c) Tome como negativa la coordenada en la dirección de la caída. Según lo representado en la figura, ¿el torque ejercido por la tensión es positivo o negativo? ¿La aceleración angular es positiva o negativa? ¿Qué hay de la aceleración de translación?



Como la tensión tiende a hacer girar al yo-yo en sentido antihorario entonces el torque que realiza la tensión respecto al eje de giro es positivo.

Como $\tau = I.\alpha$ e $I>0$, entonces α es positiva.

Como el yo-yo desciende, entonces a es negativa.

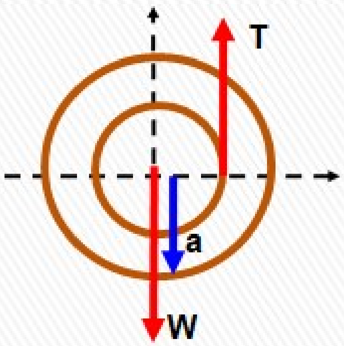
Ejemplo: Ejercicio 4.12

d) Escriba una ecuación para la aceleración angular α en términos de la aceleración de translación a y radio r.

La aceleración de traslación del yo yo corresponde a la aceleración tangencial del cilindro central y a su vez, la aceleración tangencial es igual a la aceleración angular por el radio.
Pero por la convención de signos usados en la que $a < 0$ y $\alpha > 0$ se tiene que:

$$\alpha = -a/r$$

e) Escriba la segunda ley del Newton para el sistema en términos de m, M, a, T y g



$$\sum F_y = m_{total}a \qquad T - W = -(2M+m)a$$

$$(2M+m)g - T - (2M+m)a$$

f) Escriba la segunda ley del Newton para la rotación en términos de I, α, T y r

$$I_O\alpha = \sum \tau_O \qquad \left(MR^2 + \frac{mr^2}{2}\right)\alpha = T.r$$

Ejemplo: Ejercicio 4.12

g) Elimine α de la segunda ley rotatoria con la expresión encontrada en la parte d) y encuentre una expresión simbólica para la aceleración a en términos de m, M, g, r y R.

α = a/r

$$(2M+m)g - T = (2M+m)a$$

$$\left(MR^2 + \frac{mr^2}{2}\right)\alpha = T.r$$

$$\left(MR^2 + \frac{mr^2}{2}\right)\frac{a}{r} = T.r \qquad T = \left(MR^2 + \frac{mr^2}{2}\right)\frac{a}{r^2}$$

$$(2M+m)g - \left(MR^2 + \frac{mr^2}{2}\right)\frac{a}{r^2} = (2M+m)a$$

$$(2M+m)g = (2M+m)a + \left(MR^2 + \frac{mr^2}{2}\right)\frac{a}{r^2}$$

$$(2M+m)g = \left(2M + \frac{3m}{2} + M\frac{R^2}{r^2}\right)a$$

$$a = \frac{2M+m}{2M + \frac{3m}{2} + M\frac{R^2}{r^2}}\,g$$

h) ¿Cuál es el valor numérico para la aceleración del sistema?

$$a = \frac{2M+m}{2M + \frac{3m}{2} + M\frac{R^2}{r^2}}\,g = \frac{2(2,00)+1,00}{2(2,00) + \frac{3(1,00)}{2} + (2,00)\frac{10,0^2}{4,00^2}}\,9,80 = 2,72\ m/s^2$$

Ejemplo: Ejercicio 4.12

i) ¿Cuál es la tensión en la cuerda?

$$(2M+m)g - T = (2M+m)a$$

$$T = (2M+m)(g-a)$$

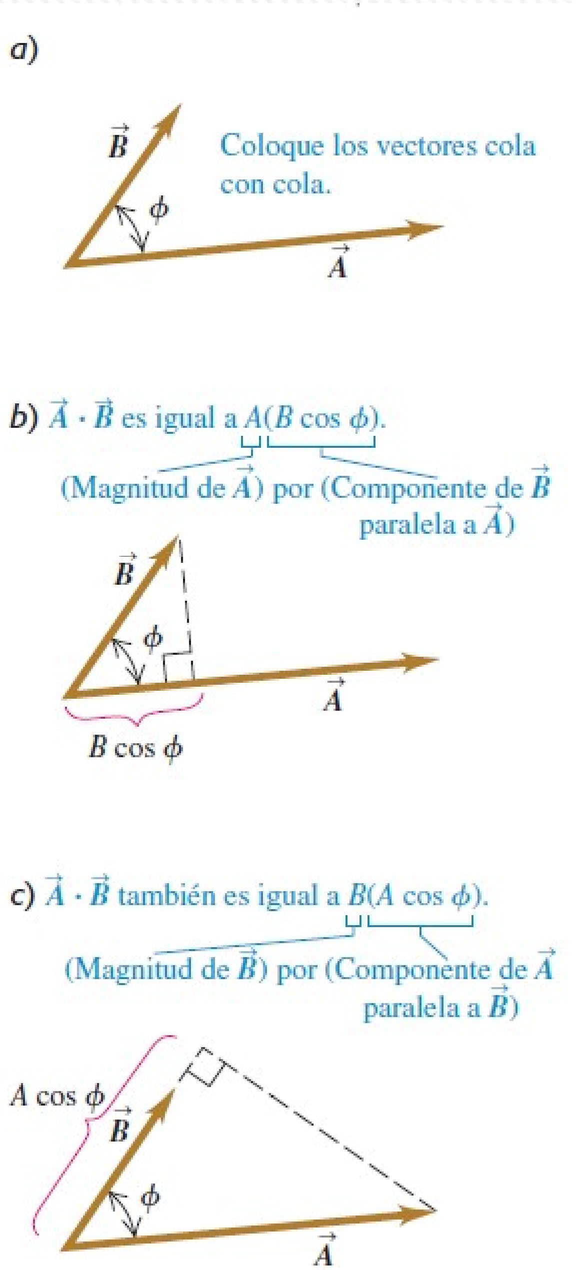
$$T = (2M+m)(g-a) = (2\times 2,00 + 1,00)\times(9,80 - 2,72) = 35,4\ N$$

j) ¿Cuánto tiempo toma al sistema caer 1,00 m a partir del reposo?

$$h = \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2(1,00)}{2,72}} = 0,857\ s$$

PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES



Definición:

$$\overline{\boldsymbol{A}}.\overline{\boldsymbol{B}} = |\overline{\boldsymbol{A}}||\overline{\boldsymbol{B}}| \cos \Phi = \Lambda B \cos \Phi$$

Es una cantidad escalar, no un vector, y puede ser positivo, negativo o cero.

A partir de la definición, se ve que el producto escalar es **conmutativo**:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

Obedece la **ley distributiva de la multiplicación**:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

Aplicando el producto escalar entre los versores:

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} = \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{k}\cdot\hat{k} = (1)(1)\cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{\imath}\cdot\hat{k} = \hat{\jmath}\cdot\hat{k} = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$$

Una forma alternativa de calcular el producto escalar a través de las componentes:

$$\begin{aligned}
\vec{A}\cdot\vec{B} &= (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k})\cdot(B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}) \\
&= A_x\hat{\imath}\cdot B_x\hat{\imath} + A_x\hat{\imath}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_x\hat{\imath}\cdot B_z\hat{k} \\
&\quad + A_y\hat{\jmath}\cdot B_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_y\hat{\jmath}\cdot B_z\hat{k} \\
&\quad + A_z\hat{k}\cdot B_x\hat{\imath} + A_z\hat{k}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\cdot B_z\hat{k} \\
&= A_xB_x\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} + A_xB_y\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + A_xB_z\hat{\imath}\cdot\hat{k} \\
&\quad + A_yB_x\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + A_yB_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + A_yB_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\
&\quad + A_zB_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + A_zB_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + A_zB_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$ (producto escalar (punto) en términos de sus componentes)

El producto escalar de dos vectores es la suma de los productos de sus respectivas componentes

PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

Ejemplo

Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se conocen por $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$.

a) Calcular el producto escalar entre ambos vectores.
b) Calcular el ángulo que forman.

Como: $\overline{\boldsymbol{A}}.\overline{\boldsymbol{B}} = AB\cos\theta$

$$\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})\cdot(-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})$$
$$= -2\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{i}}\cdot 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}\cdot 2\hat{\mathbf{j}}$$
$$= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) = -2 + 6 = \boxed{4}$$

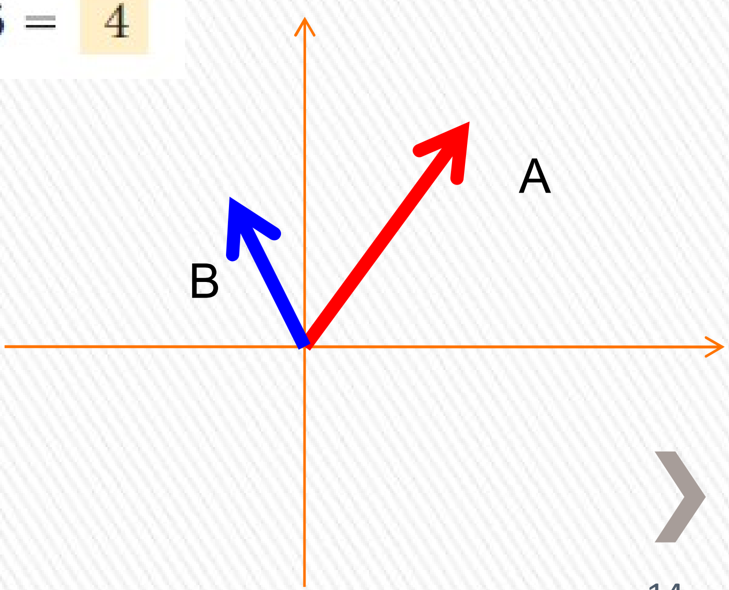
$$\cos\theta = \frac{\overline{\boldsymbol{A}}.\overline{\boldsymbol{B}}}{AB}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{65}} = \boxed{60.3°}$$



1er. Parcial 2022

Nombre:_________________________ C.I.:__________ Licenciatura:________________

Parcial Física I (Biociencias – Geociencias) 13/05/2022

***Algunos datos:** g = 9,80 m/s² (considerarlo como valor exacto). Desprecie la resistencia del aire.*

1.A- Ondas superficiales en aguas profundas- Podemos utilizar el análisis dimensional para determinar la velocidad v de las ondas superficiales en aguas profundas. Las cantidades en el problema son la longitud de onda λ, la densidad ρ del fluido, y la aceleración de la gravedad g, ya que las fuerzas son gravitatorias. La ecuación dimensional es:
$v = C.\ \lambda^{\alpha}\ \rho^{\beta}\ g^{\gamma}$ siendo C, una constante adimensionada.
Se asume que la profundidad del agua es tan grande en comparación con la longitud de onda como para que no afecte su movimiento y que las fuerzas viscosas pueden ser ignoradas. ¿Cuáles son los valores de α, β y γ?

a) α=2, β=0 y γ=1/2
b) α=1/2, β=-1 y γ=1/2
c) α=0, β=1/2 y γ=2
d) α= -1/2, β=2 y γ=0
e) α=3/2, β=2 y γ=1
f) α=1/2, β=0 y γ=1/2

1.B- Considere las siguientes aseveraciones:
i) A mayor densidad mayor es la velocidad de la onda.
ii) Por el análisis anterior puede concluirse que en petróleo crudo (un material más viscoso y denso) las ondas son más lentas.
iii) Que una expresión sea dimensionalmente correcta es una condición necesaria pero no suficiente para que la misma sea cierta.
iv) De acuerdo con la ecuación obtenida, si la longitud de onda se duplica, la velocidad de la onda también se duplica.

Son verdaderas las siguientes:
a) Sólo la ii) b) Sólo la iii) c) ii) y iii) d) ii) y iv) e) i), iii) y iv) f) i) y ii)

1er. Parcial 2022

2.A- Partiendo del reposo, un operador empieza a elevar un dron desde el suelo con su aceleración máxima y constante de 2,00 m/s² hasta alcanzar una altura de 30,0 m por encima del suelo. Al alcanzar esa altura, los motores del dron se apagan repentinamente con lo cual las hélices del dron cesan de rotar inmediatamente. Sin embargo 3,00 segundos después, el operador logra encender nuevamente los motores. ¿A qué altura por encima del suelo logra el operador encender los motores del dron?

a) 14,2 m b) 15,7 m c) 18,8 m d) 19,9 m e) 33,0 m f) 34,5 m

2.B- Considere las siguientes aseveraciones:

i) A partir del instante en que el dron despega del piso (t >0) hasta el instante que el operador prende nuevamente los motores, la velocidad del dron nunca es igual a cero.

ii) A partir del instante en que el dron despega del piso (t >0) hasta el instante que el operador prende los motores, la velocidad del dron es igual a cero en un único instante.

iii) La altura máxima alcanzada por el dron es mayor a 30,0 m.

iv) La altura máxima alcanzada por el dron es igual a 30,0 m.

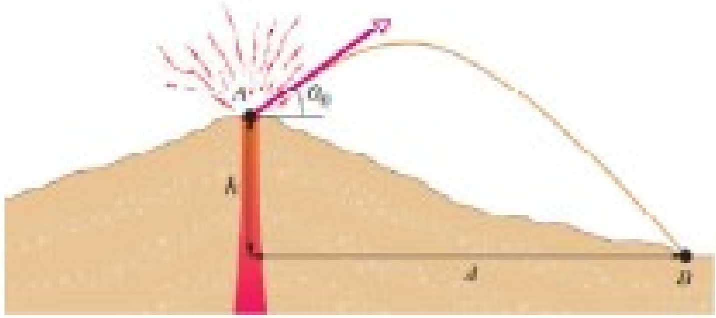
v) Como el operador logra encender el dron antes de tocar el piso, podemos estar completamente seguros que el dron no chocará contra el suelo si mantiene la aceleración hacia arriba de la parte anterior.

Son verdaderas las siguientes:

a) ii) y iii) b) i) y iii) c) i) y iv) d) ii) y iv) e) i), iii) y v) f) ii), iii) y v)

1er. Parcial 2022

3.A- Durante las erupciones volcánicas pueden ser proyectados por el volcán gruesos trozos de roca; estos proyectiles se llaman "bombas volcánicas". La figura muestra una sección transversal del Monte Fuji, en Japón. ¿Cuál es el tiempo de recorrido en el aire de una de estas bombas volcánicas si se sabe que el ángulo de lanzamiento es de θ_0 = 30,0º, la altura h = 3,20 km y el punto de impacto B está a una distancia d = 8,04 km?



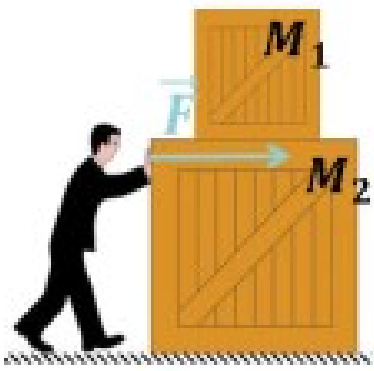
a) 50,3 s b) 47,6 s c) 44,9 s d) 43,7 s e) 40,0 s f) 38,5 s

3B- Con respecto a la situación anterior, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es la **falsa**?

a) Si se considerara la resistencia del aire el alcance horizontal máximo (distancia d) sería menor.
b) La rapidez máxima de la "bomba volcánica" se produce en el momento que impacta con el piso (punto B).
c) Al llegar a la altura máxima, se anula la componente vertical de la velocidad.
d) Cuando la "bomba volcánica" alcanza su altura máxima su velocidad es perpendicular a la aceleración.
e) La rapidez mínima de la "bomba volcánica" se alcanza cuando ésta alcanza su altura máxima.
f) Para una rapidez dada, y saliendo desde lo alto del volcán, el alcance horizontal máximo (distancia d), se daría si la "bomba volcánica" saliera con un ángulo θ_0 = 45,0º.

1er. Parcial 2022

4.A- Un dependiente en una tienda desplaza una pila de dos cajas, de masas M_1 = 8,00 kg y M_2 = 12,0 kg por el suelo (horizontal), de modo tal que la caja (1) permanece sobre la (2) sin movimiento relativo, es decir que se mueven juntas. Se sabe que el coeficiente de rozamiento cinético entre la caja (2) y el suelo es μ_K = 0,102. Suponiendo que el dependiente realiza una fuerza horizontal F = 45,0 N, determine la aceleración del sistema (en m/s^2) y el módulo de la fuerza de rozamiento entre las cajas (en N).



a) a = 1,25 y F_{ROZ} = 10,0   b) a = 3,25 y F_{ROZ} = 26,0   c) a = 1,25 y F_{ROZ} = 15,0

d) a = 2,75 y F_{ROZ} = 22,0   e) a = 3,25 y F_{ROZ} = 39,0   f) a = 1,25 y F_{ROZ} = 45,0

4B) Con respecto a la situación anterior, determine cuál de las siguientes aseveraciones es la **falsa**:

a) La fuerza de rozamiento puede en ocasiones, como la del problema, *provocar* el movimiento de un cuerpo.

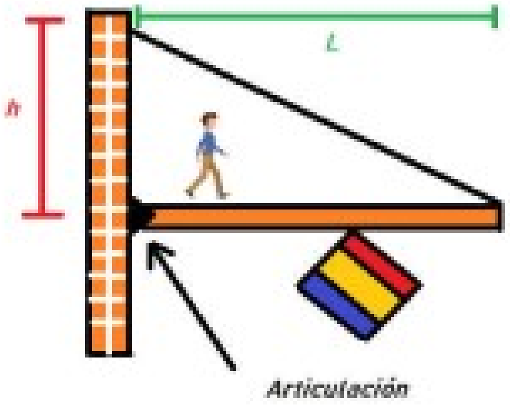
b) Si el hombre empuja con una fuerza de módulo suficientemente grande a la caja inferior, es posible que la caja superior se deslice sobre esta, moviéndose relativamente hacia atrás.

c) Para comenzar a mover las cajas, es posible que la fuerza aplicada por el hombre no fuese suficiente, y debiese hacer un esfuerzo extra para comenzar a deslizarlas.

d) En situaciones como la presente, de movimiento sobre una superficie horizontal, para cualquier objeto dado la fuerza normal es igual y opuesta a su peso.

e) La caja (2) interactúa con 4 sistemas, y podemos representar tales interacciones mediante 6 fuerzas en total.

1er. Parcial 2022



5.A- Una viga uniforme de masa M = 40,0 kg y longitud L = 4,00 m tiene colgado un cartel de masa despreciable como se muestra en la figura. La viga está conectada al muro a una altura h = 3,00 m por medio de un cable inextensible también de masa despreciable y en el extremo izquierdo de la viga existe una articulación que genera una reacción R sobre la viga.
Una persona de masa m = 60,0 kg se desplaza sobre la viga intentando arreglar el cartel. Si la tensión máxima que soporta el cable es de 950 N ¿cuál es la distancia máxima a la que la persona se puede alejar de la articulación para arreglar el cartel?

a) 3,55 m   b) 3,16 m   c) 2,91 m   d) 2,54 m   e) 2,12 m   f) 1,50 m

5.B- Considere las siguientes aseveraciones:

i) Si la masa de la viga fuera menor, la persona podría desplazarse una distancia mayor respecto a la articulación.
ii) Si la persona no estuviera sobre la viga la tensión sobre el cable aumentaría.
iii) El torque neto sobre la viga puede ser o no cero, según qué punto se tome como origen para calcularlos.
iv) Si la masa de la persona aumenta al doble la distancia recorrida por la persona se reduce a la mitad.
v) La componente horizontal de la fuerza que ejerce el cable sobre la viga se equilibra con la componente horizontal de la fuerza de reacción que realiza la articulación sobre la viga.

Son verdaderas las siguientes:
a) ii) y iii)   b) i) y iii)   c) i), iv) y v)   d) ii) y iv)   e) i), iii) y v)   f) ii), iii) y v)