15- Trabajo, energía y potencia

- Concepto de trabajo mecánico.
- Trabajo realizado por una fuerza constante.
- Producto escalar.
- Energía cinética.
- Teorema trabajo-energía.
- Potencia.
- La carrera de animales y leyes de escala.

TRABAJO

En física, el trabajo tiene un significado diferente del que se utiliza comúnmente.

Se realiza trabajo sólo si un objeto se desplaza de un punto a otro mientras se le aplica una fuerza.

Si se duplica cualquiera de los dos, ya sea la fuerza o el desplazamiento, el trabajo se duplica.

Realizar trabajo implica aplicar una fuerza a un objeto mientras se mueve una distancia determinada.

Simbolizaremos al trabajo con la letra W (proviene del inglés work).

El trabajo es una cantidad escalar.

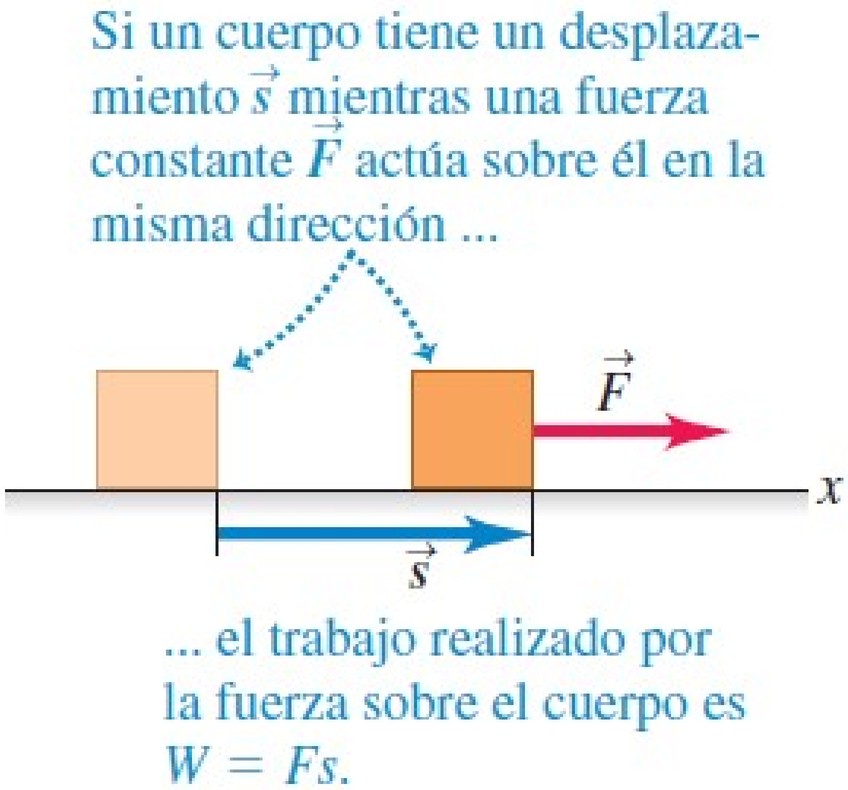
No trabajaremos con la forma más general de trabajo, sino que nos restringiremos a las situaciones más simples.

TRABAJO

El caso más simple de trabajo: es el realizado por una fuerza constante que actúa en la misma dirección del desplazamiento.

Si la fuerza es constante y el movimiento es en línea recta en la dirección de la fuerza, el trabajo realizado sobre un objeto por una fuerza aplicada se define como el producto de la fuerza y la distancia a lo largo de la cual se mueve el objeto:

Trabajo= fuerza × distancia
W= Fs



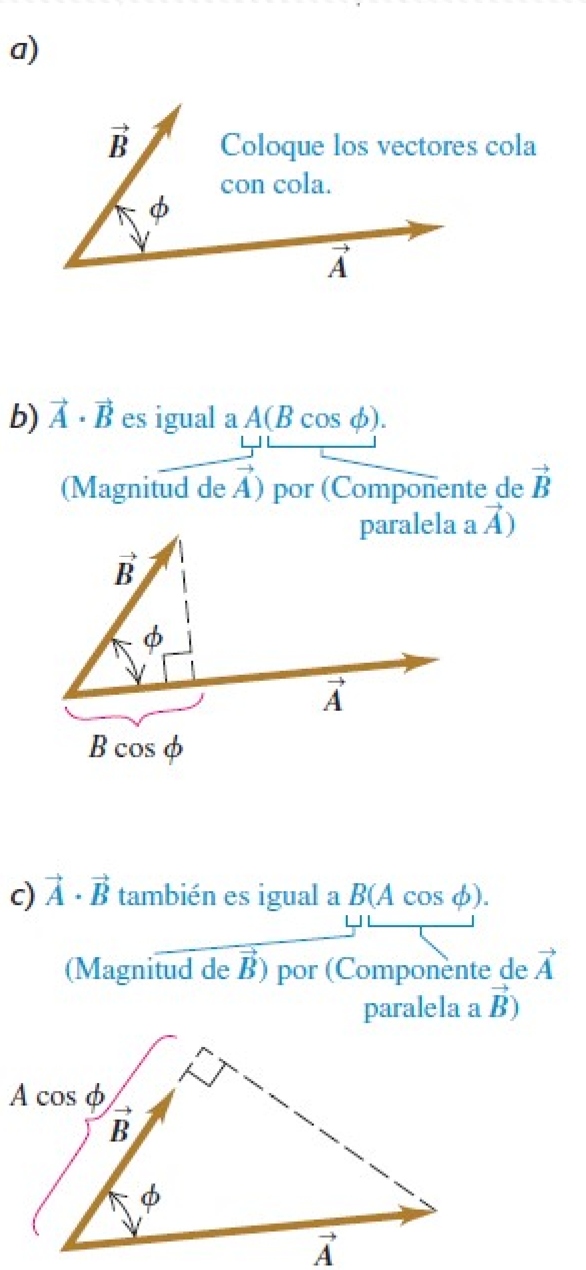
TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE

Al levantar la pesa se realiza trabajo…

Aunque gaste energía cuando empuja la pared, si la pared no se mueve, no se realiza ningún trabajo sobre la pared

Vamos a introducir a continuación una nueva operación entre vectores: el **producto escalar.**

PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES



Definición:

$$\bar{A}.\bar{B} = |\bar{A}||\bar{B}|\cos\Phi = AB\cos\Phi$$

Es una cantidad escalar, no un vector, y puede ser positivo, negativo o cero.

A partir de la definición, se ve que el producto escalar es **conmutativo**:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

Obedece la **ley distributiva de la multiplicación**:

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\vec{C}$$

PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

Aplicando el producto escalar entre los versores:

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} = \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{k}\cdot\hat{k} = (1)(1)\cos 0° = 1$$

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{\imath}\cdot\hat{k} = \hat{\jmath}\cdot\hat{k} = (1)(1)\cos 90° = 0$$

Una forma alternativa de calcular el producto escalar a través de las componentes:

$$\begin{aligned}
\vec{A}\cdot\vec{B} &= (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k})\cdot(B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}) \\
&= A_x\hat{\imath}\cdot B_x\hat{\imath} + A_x\hat{\imath}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_x\hat{\imath}\cdot B_z\hat{k} \\
&\quad + A_y\hat{\jmath}\cdot B_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_y\hat{\jmath}\cdot B_z\hat{k} \\
&\quad + A_z\hat{k}\cdot B_x\hat{\imath} + A_z\hat{k}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\cdot B_z\hat{k} \\
&= A_xB_x\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} + A_xB_y\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + A_xB_z\hat{\imath}\cdot\hat{k} \\
&\quad + A_yB_x\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + A_yB_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + A_yB_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\
&\quad + A_zB_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + A_zB_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + A_zB_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$ (producto escalar (punto) en términos de sus componentes)

El producto escalar de dos vectores es la suma de los productos de sus respectivas componentes

PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

Ejemplo

Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se conocen por $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$.

a) Calcular el producto escalar entre ambos vectores.
b) Calcular el ángulo que forman.

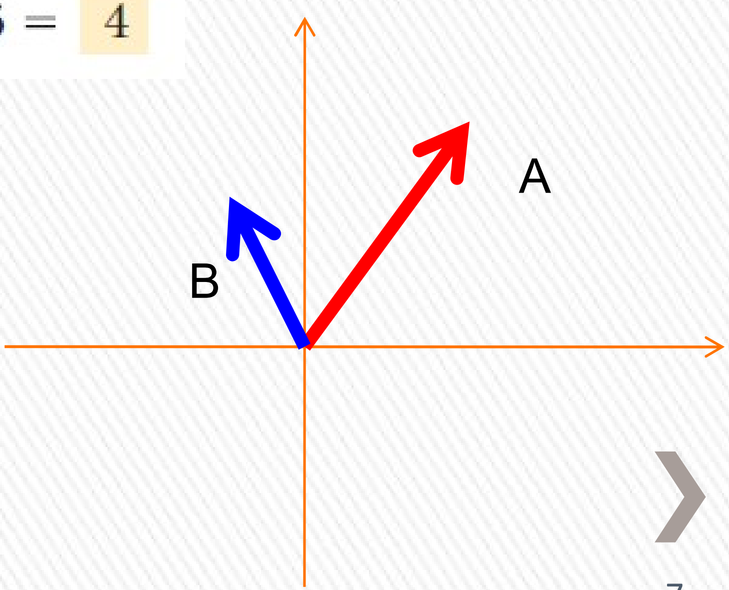
$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} &= (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})\cdot(-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})\\ &= -2\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{i}}\cdot 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}\cdot 2\hat{\mathbf{j}}\\ &= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) = -2 + 6 = \boxed{4}\end{aligned}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

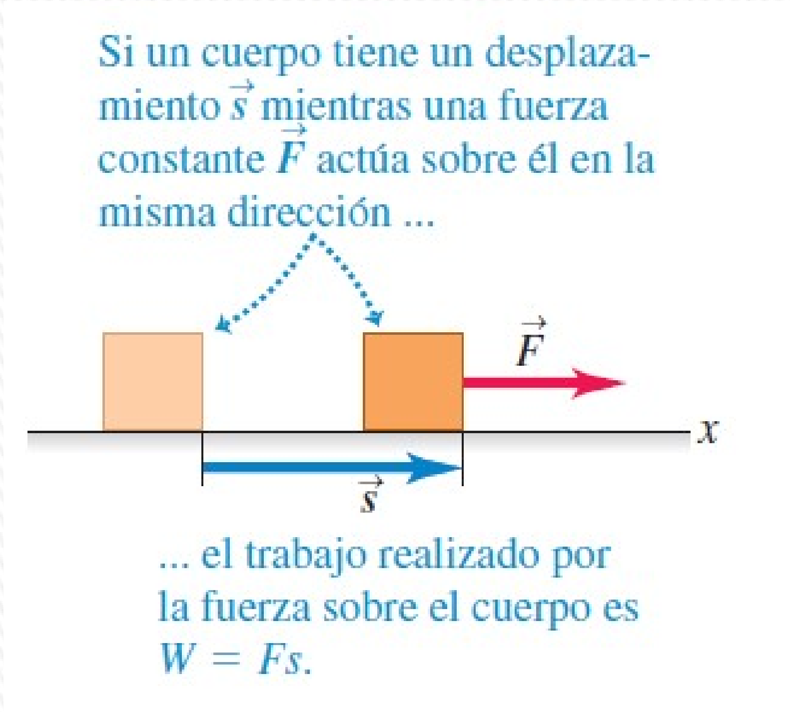
$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{65}} = \boxed{60.3^\circ}$$



TRABAJO

Antes de dar una definición general de trabajo, veremos algunos casos particulares de trabajo que resultan sencillos.

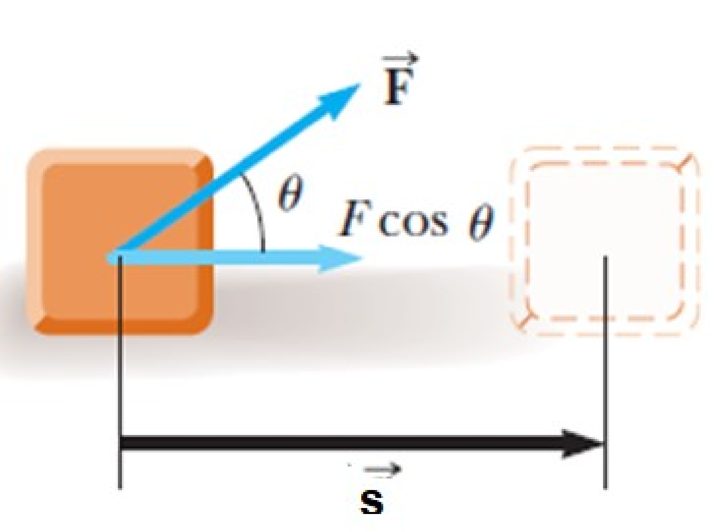
El más sencillo: trabajo realizado por una fuerza constante que actúa en la misma dirección del desplazamiento.



TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE

Cuando una fuerza **F** constante actúa sobre una partícula que experimenta un desplazamiento rectilíneo **s** el trabajo (W) realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de **F** por **s**:

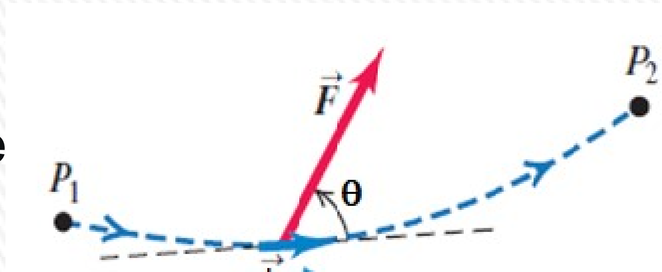
$$W = \overline{F}.\overline{s} = Fs\cos\theta$$



El trabajo es una cantidad escalar, y puede ser positivo, negativo o nulo según el ángulo θ que formen.
Observar que es una cantidad escalar a pesar que **F** y **s** son vectores..

Unidad de trabajo en SI:
1 joule = 1 newton-metro (1 J = 1 N.m).

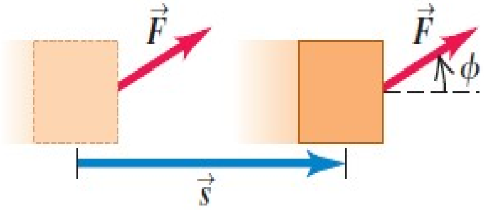
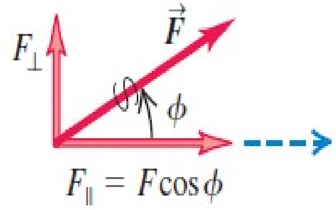
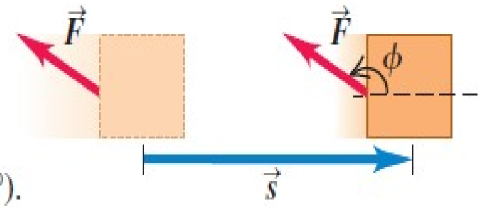
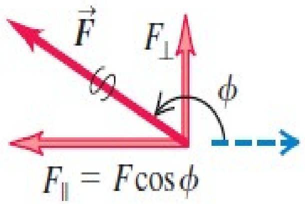
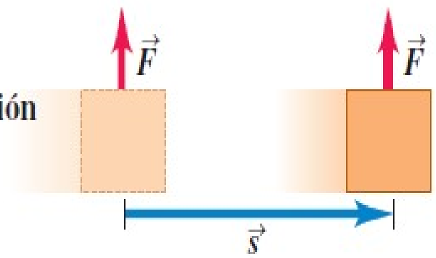
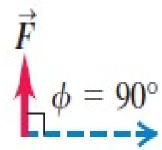
Definición general de trabajo: el diferencial de trabajo de una fuerza que varía de dirección y magnitud, con un desplazamiento a lo largo de una trayectoria curva es: $dW = \overline{F}.d\overline{s}$



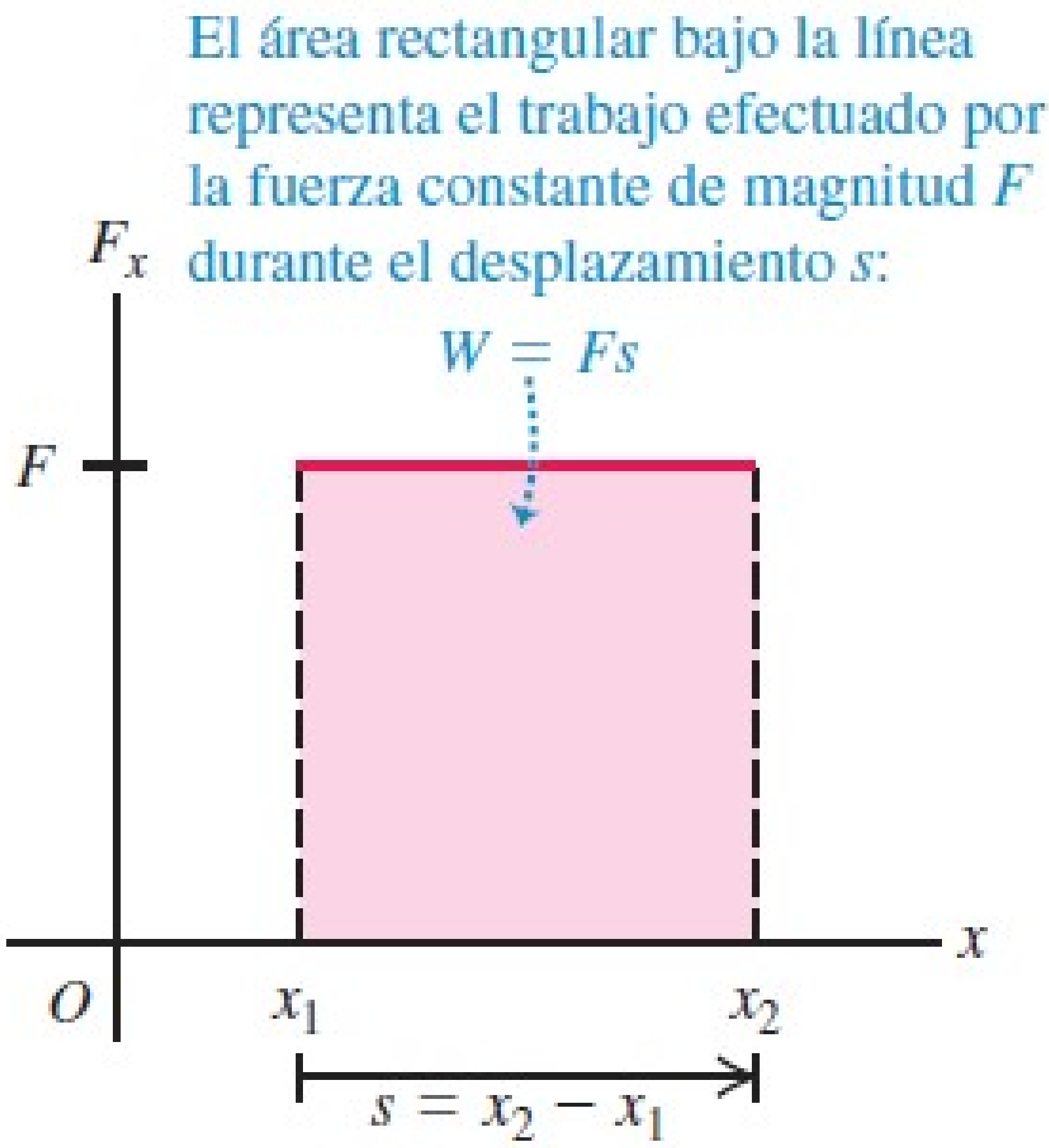
Para calcular el trabajo total W se debe integrar dW a lo largo de la trayectoria .

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE

El trabajo puede ser positivo, negativo o nulo…

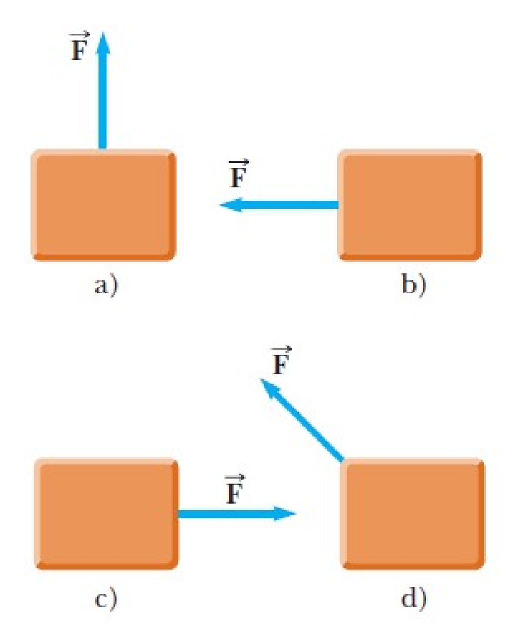
Dirección de la fuerza (o de la componente de la fuerza)	Situación	Diagrama de fuerzas
La fuerza $\vec{F}$ tiene una componente en la dirección del desplazamiento: $W = F_{\parallel}s = (F\cos\phi)s$ El trabajo es *positivo*.		
La fuerza $\vec{F}$ tiene una componente opuesta a la dirección del desplazamiento: $W = F_{\parallel}s = (F\cos\phi)s$ El trabajo es *negativo* (porque $F\cos\phi$ es negativo para $90° < \phi < 180°$).		
La fuerza (o componente $F_{\perp}$ de la fuerza) es perpendicular a la dirección del desplazamiento: La fuerza (o componente de la fuerza) *no* realiza trabajo sobre el objeto.		

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE



En una gráfica de fuerza como una función de la posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.

PREGUNTA RÁPIDA



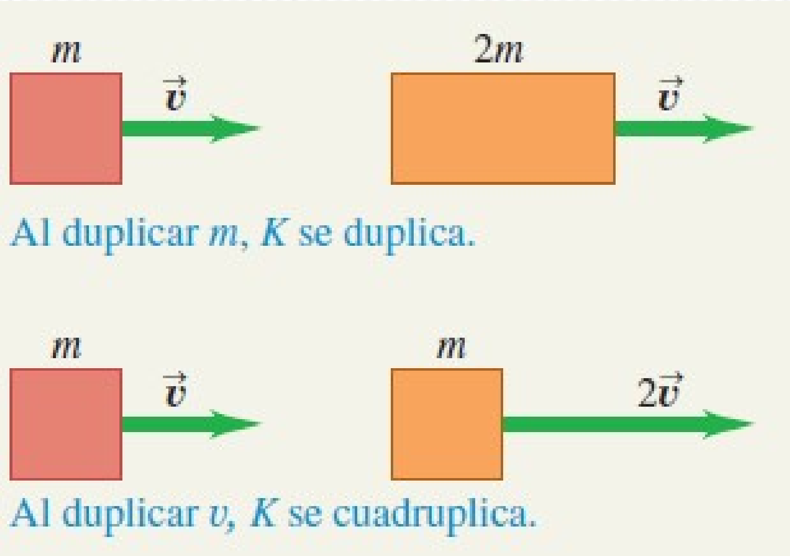
La figura muestra cuatro situaciones en las que una fuerza se aplica a un objeto. En los cuatro casos, **la fuerza tiene la misma magnitud** y el **desplazamiento del objeto es hacia la derecha** y de la misma magnitud.

Clasifique las situaciones en orden del trabajo invertido por la fuerza sobre el objeto, **del más positivo al más negativo**.

Como: $W = F\Delta s \cos\theta$ y F y Δs valen lo mismo para todos los casos, tenemos que primará el que tenga mayor valor de $\cos\theta$. Por tanto el orden es:

c) a) d) y b)

ENERGÍA CINÉTICA



Energía cinética de una partícula de masa m y velocidad v se define como:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

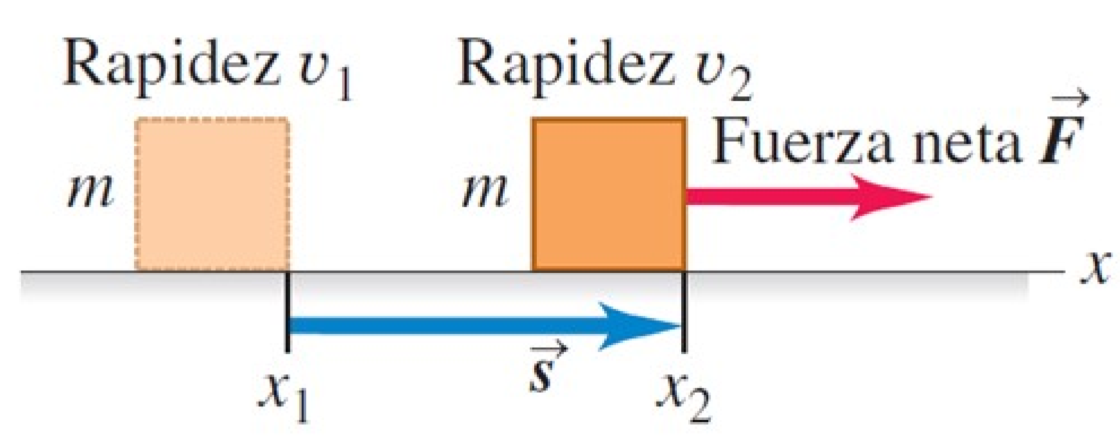
La ***energía cinética K de una partícula*** es igual a la cantidad de trabajo necesario para acelerarla desde el reposo hasta la rapidez *v.*

Es una cantidad escalar siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las de trabajo.

Para un cuerpo rígido que sólo se traslada, la energía cinética tiene la misma expresión, ya que todo el rígido tiene la misma velocidad para todos sus puntos

TEOREMA TRABAJO Y ENERGÍA

Movimiento unidimensional, fuerza constante.



Si la fuerza es constante, la aceleración también lo es. De cinemática sabemos que: .

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$$

$$a_x s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

Por la 2da. Ley de Newton:

$$a_x = \frac{F}{m}$$

$$F.s = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

Pero: F.s= W.

$$m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = K_2 - K_1$$

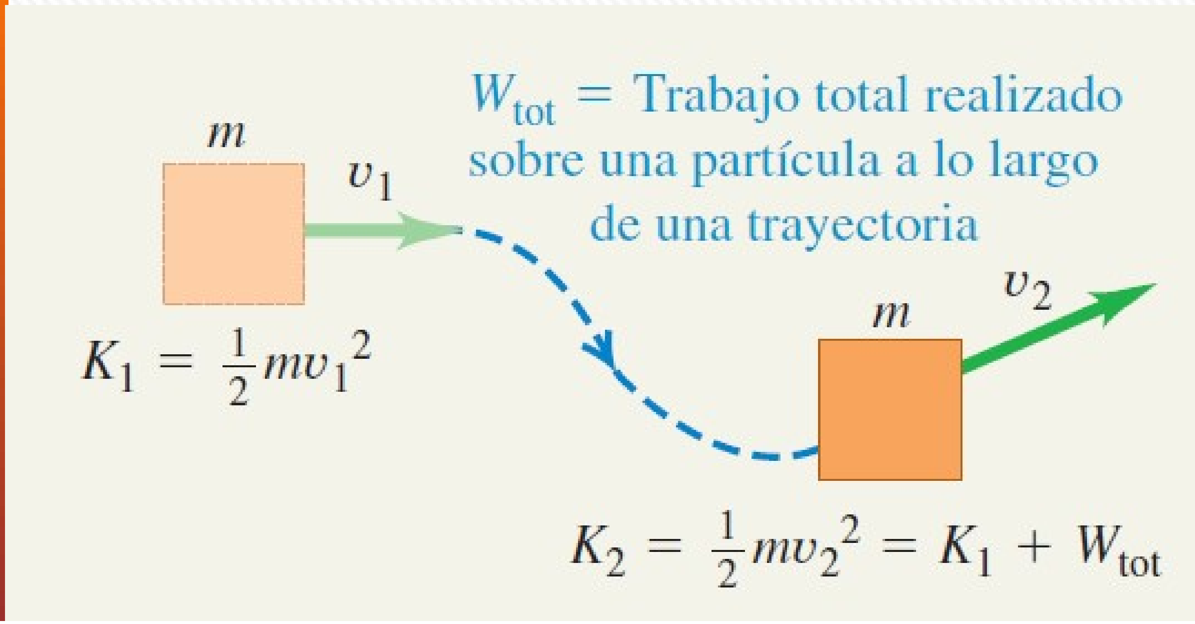
$$W = K_2 - K_1 = \Delta K$$

TEOREMA TRABAJO Y ENERGÍA

Cuando actúan fuerzas sobre una partícula mientras esta experimenta un desplazamiento, la energía cinética de la partícula cambia en una cantidad igual al trabajo total realizado sobre ella por todas las fuerzas.

Esta relación, llamada teorema trabajo-energía, es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias de la partícula tanto rectas como curvas.

Restricciones: solo aplicable a cuerpos que se modelan como partículas y solo podemos usarlo en un marco de referencia inercial

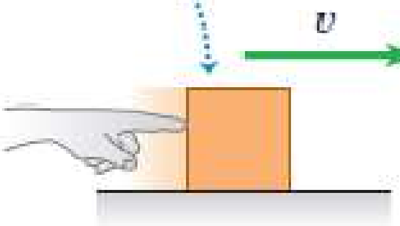


$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

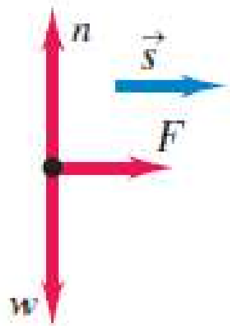
TEOREMA TRABAJO Y ENERGÍA

a)

Un bloque que se desliza hacia la derecha sobre una superficie sin fricción.

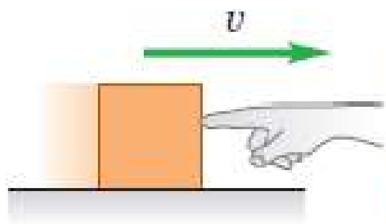


Si usted empuja a la derecha sobre el bloque en movimiento, la fuerza neta sobre el bloque es hacia la derecha.

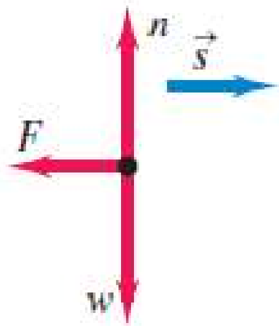


- El trabajo total efectuado sobre el bloque durante un desplazamiento $\vec{s}$ es positivo: $W_{tot} > 0$.
- El bloque aumenta de rapidez.

b)



Si usted empuja a la izquierda sobre el bloque en movimiento, la fuerza neta sobre el bloque es hacia la izquierda.



- El trabajo total efectuado sobre el bloque durante un desplazamiento $\vec{s}$ es negativo: $W_{tot} < 0$.
- El bloque se frena.

Carrera de animales y leyes de escala

Cuando un animal corre, sus patas van golpeando el suelo y se ponen en reposo momentáneamente, mientras que el resto del cuerpo del animal continúa moviéndose.

Cuando la pata se levanta, adquiere un movimiento acelerado por medio de un grupo de músculos par alcanzar el cuerpo. Cuando la pata rebasa el cuerpo es retardada por un grupo de músculos antagónicos que la llevan al reposo sobre el suelo otra vez.

Un grupo de músculos realiza el trabajo al variar la energía cinética desde 0 a ½mv^2, mientras que el otro ejercuta un trabajo al hacerlo de ½mv^2 a 0, siendo m la masa de la pata.

El trabajo $W = F_m.d$ lo realiza el conjunto de músculos que ejercen la fuerza F_m, mientras contraen una distancia d.

Por el terorema trabajo-energía podemos escribir:

$$F_m d = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v^2 = \frac{2F_m . d}{m}$$

Obtenemos el cuadrado de la rapidez del animal en función de la fuerza F_m ejercida por los músculos, la distancia d que se contraen y la masa m de su pata.

Vamos a aplicar las leyes de escala para ver cómo varía la celeridad con el tamaño.

Consideremos ahora un animal semejante:

$$v'^2 = \frac{2F'_m . d'}{m'}$$

Carrera de animales y leyes de escala

Si el animal más grande tiene un factor de escala *k*, es decir que $d' = k.d$, entonces por lo visto anteriormente se cumplirá que: $F'_m = k^2 F_m$ y $m' = k^3 m$

$$v'^2 = \frac{2F'_m . d'}{m'} = \frac{2(k^2 F_m)kd}{k^3 m} = \frac{2F_m d}{m} = v^2$$

Esto significa que la rapidez del animal más grande es la misma que la del animal pequeño.

Si bien este resultado se cumple para animales semejantes, es aproximadamente válido para animales comprendidos entre el conejo y el caballo.

De acuerdo a la ecuación anterior, un animal especialmente rápido debe tener unas patas de pequeña masa y unos músculos de la pata extragrandes, lo que se logra poniendo los músculos de la pata dentro del cuerpo, de modo que no se muevan con las patas.

La mayoría de los animales preparados para la carrera como los caballos pura sangre, ciervos y galgos, tienen patas extremadamente delgadas.

La ventaja de la rodadura!!!

El principal esfuerzo para el animal al correr está en el trabajo requerido para acelerar y desacelerar continuamente las patas,. La enerme ventaja de la rueda es que permite la locomoción sin necesidad de mover y parar continuamente

POTENCIA

La rapidez con la cual se transfiere energía, o en la que se realiza el trabajo se llama **potencia.**

Potencia media P_{med} *es la cantidad de trabajo ΔW realizada en un tiempo Δt dividida entre ese tiempo.*

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar.

Su unidad en el SI es el **watt** (en honor a James Watt)

1 watt = 1 joule/segundo (1 W = 1 J/s).

Algunas veces es útil rescribir la ecuación anterior sustituyendo $W = F\,\Delta x$ *y notando que* $\Delta x/\Delta t = v$ es la rapidez media del objeto durante el tiempo Δt :

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\,\Delta x}{\Delta t} = F v_{med}$$

En esta ecuaión la fuerza *F es la componente de la fuerza en la dirección de la velocidad* media.

POTENCIA

Una definición más general, conocida como **potencia instantánea**, rescrita a continuación con un poco de cálculo; como el límite de la potencia media cuando *Δt se acerca a cero:*

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} P_{med} = \frac{dW}{dt}$$

.

$$P = Fv$$

en esta ecuación la fuerza *F y la velocidad v deben ser paralelas, pero pueden cambiar* con el tiempo.

La unidad de potencia en el sistema tradicional de Estados Unidos es el caballo de fuerza (hp, del inglés *horse power), donde*

$$1\ hp = \frac{550\ pies.libra}{segundo} = 746\ W$$

En la generación de energía eléctrica, se acostumbra a utilizar el kilowatt-hora como una medida de la energía. Un kilowatt-hora (kWh) es la energía que se transfiere en 1 hora con la relación constante de 1 kW = 1000 J/s. Por lo tanto:

1 KWH= $3{,}60 \times 10^6$ J