# 9- Trabajo, energía y potencia

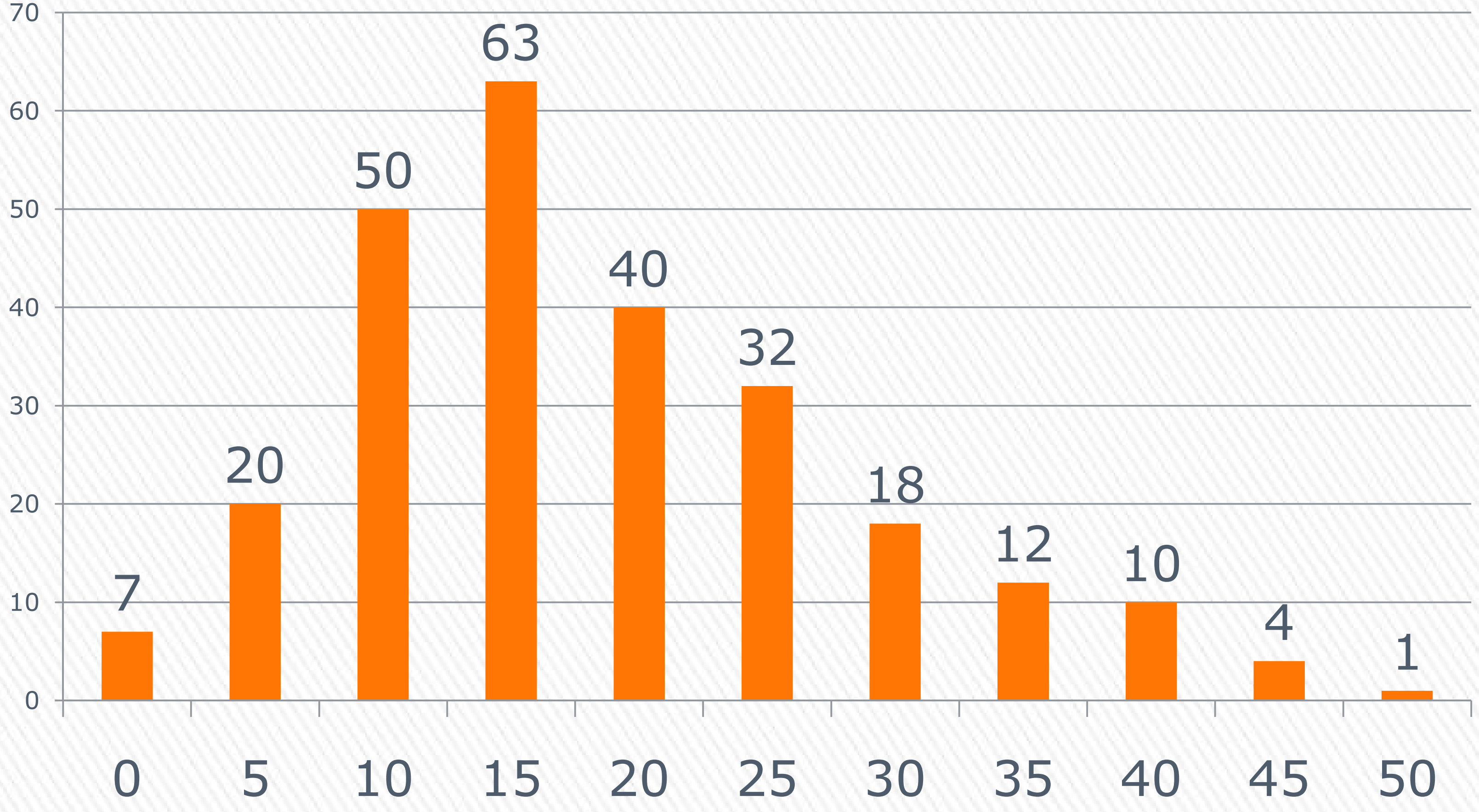
- Concepto de trabajo mecánico.
- Trabajo realizado por una fuerza constante.
- Producto escalar.
- Energía cinética.
- Teorema trabajo-energía.
- Potencia.

# Primer parcial 2023

**Participantes: 257**

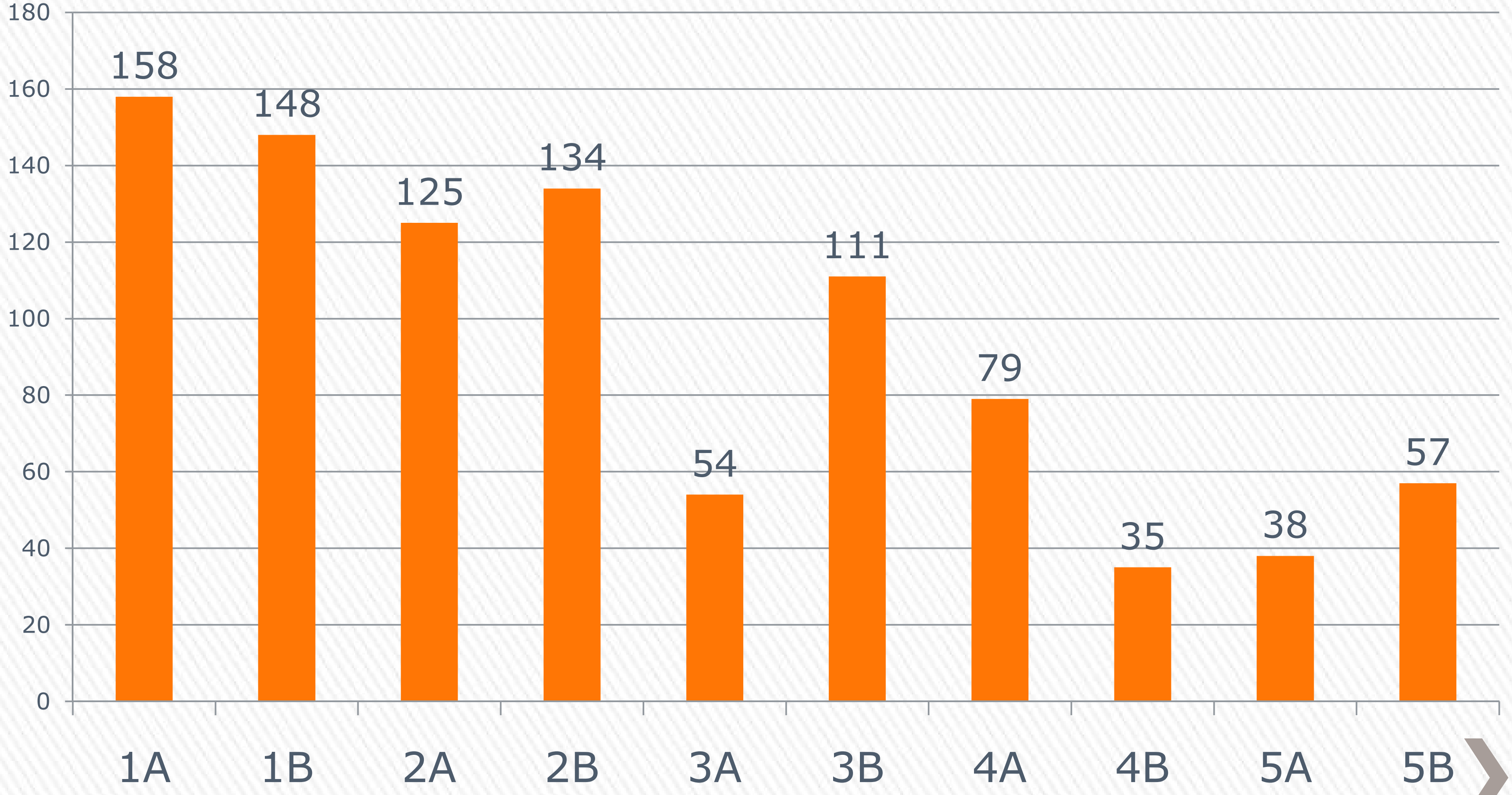
**Promedio: 18,42.**

**En 2022: 15,15 y en 2021: 13,03.**



# Primer parcial 2023

Cantidad de preguntas bien contestadas



# Cuestiones que pretendemos responder hoy:

1. Producto escalar.
2. Trabajo mecánico.
3. Energía cinética.
4. Teorema trabajo-energía.
5. Potencia.
6. Fuerza conservativas y no conservativas.
7. Energía potencial gravitatoria.
8. Energía potencial elástica.
9. Conservación de la energía mecánica.
10. Ley de la conservación de la energía.

# TRABAJO

En física, el trabajo tiene un significado diferente: **se realiza trabajo sólo si un objeto se desplaza de un punto a otro mientras se le aplica una fuerza.**

Simbolo del trabajo: letra W (proviene del inglés work).

No trabajaremos con la forma más general de trabajo, sino que nos restringiremos a las **situaciones más simples: trabajo realizado por una fuerza constante.**

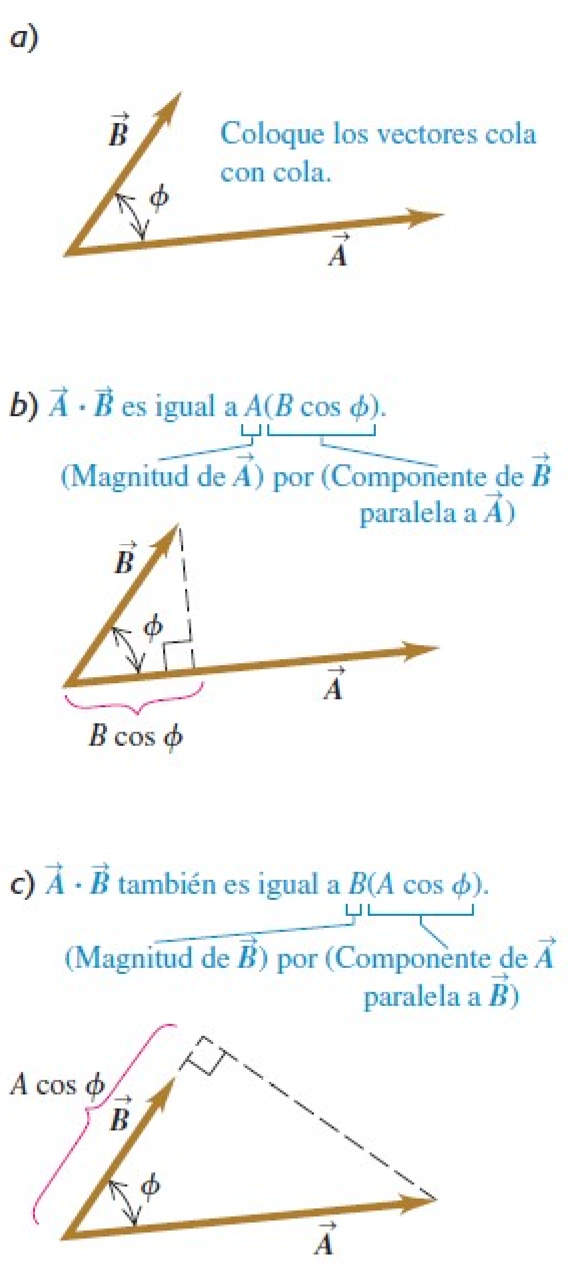
# TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE

**Al levantar la pesa se realiza trabajo…**

**Aunque gaste energía cuando empuja la pared, si la pared no se mueve, no se realiza ningún trabajo sobre la pared**

Vamos a introducir a continuación una nueva operación entre vectores: el **producto escalar.**

# PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES




## Definición:

$$\bar{A}.\bar{B} = |\bar{A}||\bar{B}|\cos\Phi = AB\cos\Phi$$

Es una cantidad escalar, no un vector, y puede ser positivo, negativo o cero.

A partir de la definición, se ve que el producto escalar es **conmutativo**:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

Obedece la **ley distributiva de la multiplicación**:

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\vec{C}$$

# PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

Aplicando el producto escalar entre los versores:

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} = \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{k}\cdot\hat{k} = (1)(1)\cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{\imath}\cdot\hat{k} = \hat{\jmath}\cdot\hat{k} = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$$

Una forma alternativa de calcular el producto escalar a través de las componentes:

$$\begin{aligned}
\vec{A}\cdot\vec{B} &= (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k})\cdot(B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}) \\
&= A_x\hat{\imath}\cdot B_x\hat{\imath} + A_x\hat{\imath}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_x\hat{\imath}\cdot B_z\hat{k} \\
&\quad + A_y\hat{\jmath}\cdot B_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_y\hat{\jmath}\cdot B_z\hat{k} \\
&\quad + A_z\hat{k}\cdot B_x\hat{\imath} + A_z\hat{k}\cdot B_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\cdot B_z\hat{k} \\
&= A_xB_x\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} + A_xB_y\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + A_xB_z\hat{\imath}\cdot\hat{k} \\
&\quad + A_yB_x\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + A_yB_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + A_yB_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\
&\quad + A_zB_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + A_zB_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + A_zB_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$ (producto escalar (punto) en términos de sus componentes)

*El producto escalar de dos vectores es la suma de los productos de sus respectivas componentes*

# PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

## Ejemplo

Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se conocen por $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$.

a) Calcular el producto escalar entre ambos vectores.
b) Calcular el ángulo que forman.

Como: $\overline{\boldsymbol{A}}.\overline{\boldsymbol{B}} = AB\cos\theta$

$$\cos\theta = \frac{\overline{\boldsymbol{A}}.\overline{\boldsymbol{B}}}{AB}$$

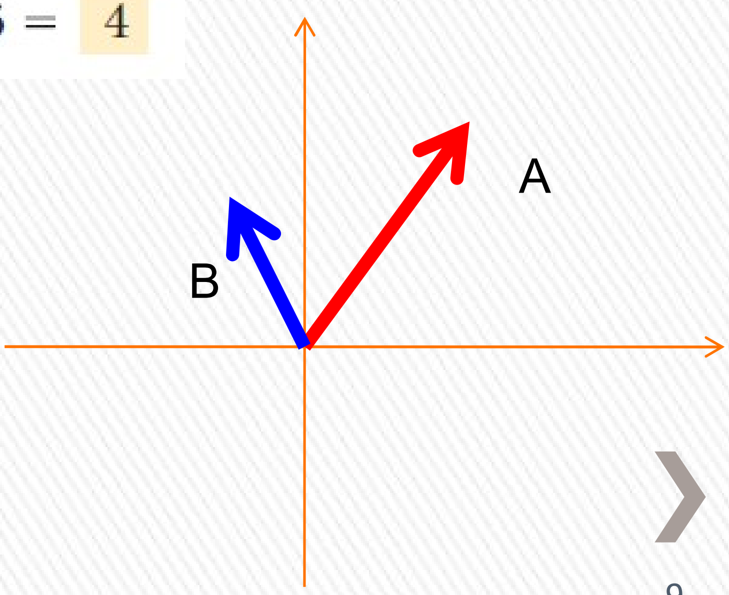
$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} &= (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})\cdot(-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})\\ &= -2\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{i}}\cdot 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}\cdot 2\hat{\mathbf{j}}\\ &= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) = -2 + 6 = \boxed{4}\end{aligned}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

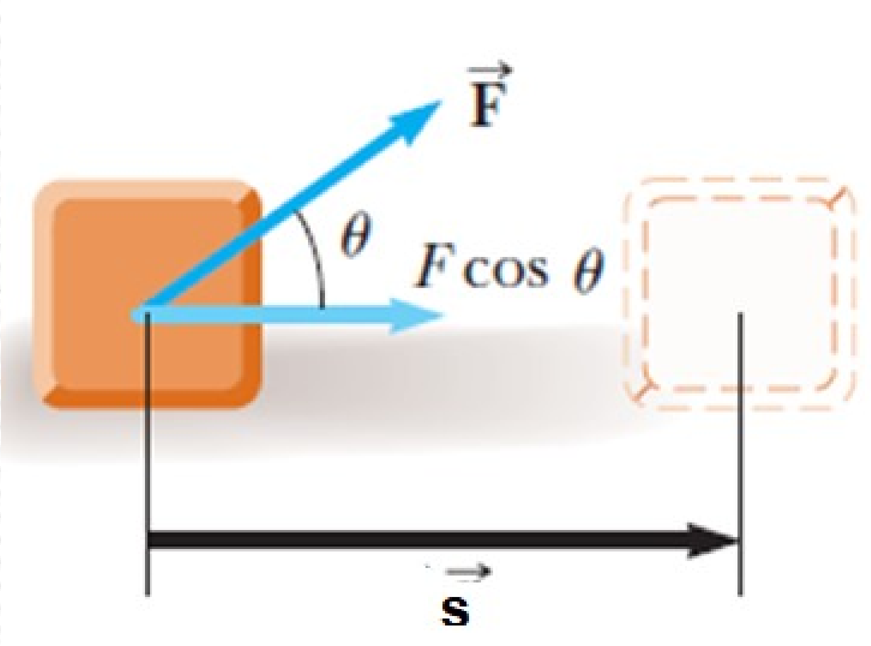
$$\cos\theta = \frac{\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{65}} = \boxed{60.3^\circ}$$



# TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE

Cuando una fuerza **F** constante actúa sobre una partícula que experimenta un desplazamiento rectilíneo **s** el trabajo (W) realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de **F** por **s:**




$$W = \bar{F} . \bar{s} = Fs\cos\theta$$

El trabajo es una cantidad escalar, y puede ser positivo, negativo o nulo según el ángulo θ que formen.
Observar que es una cantidad escalar a pesar que **F** y **s** son vectores.

Unidad de trabajo en SI: 1 joule = 1 newton-metro (1 J = 1 N.m).

# TRABAJO DE UNA FUERZA CUALQUIERA

Se puede generalizar la definición de trabajo para incluir una fuerza que varía de dirección y magnitud, con un desplazamiento a lo largo de una trayectoria curva.

**Definición general de trabajo:** el diferencial de trabajo de una fuerza que varía de dirección y magnitud, con un desplazamiento a lo largo de una trayectoria curva es:

$$dW = \overline{F}.d\overline{s}$$

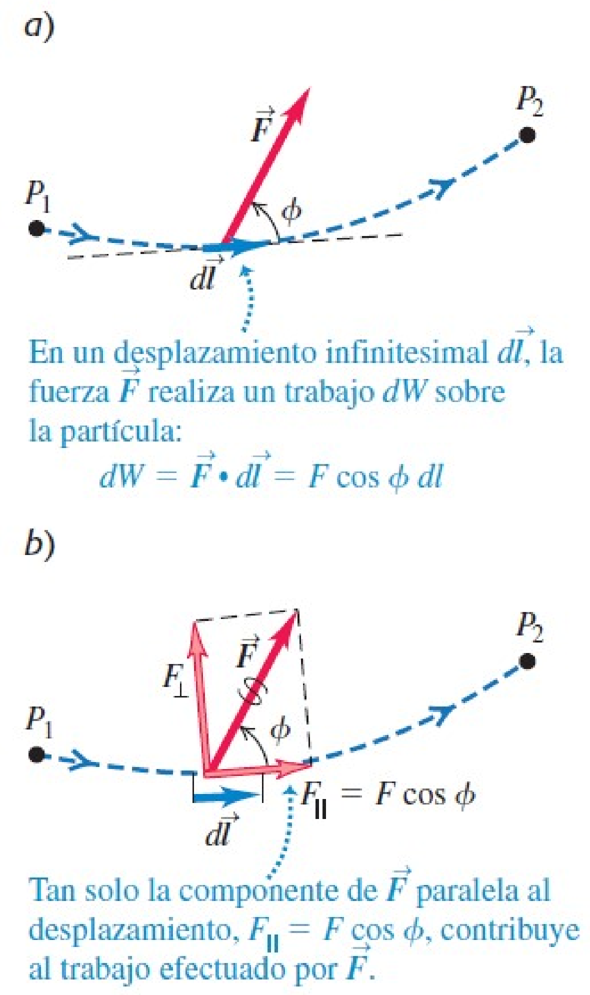
$$dW = F\cos\phi\, dl = F_{\|}\, dl = \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

Para calcular el trabajo total W se debe integrar dW a lo largo de la trayectoria .

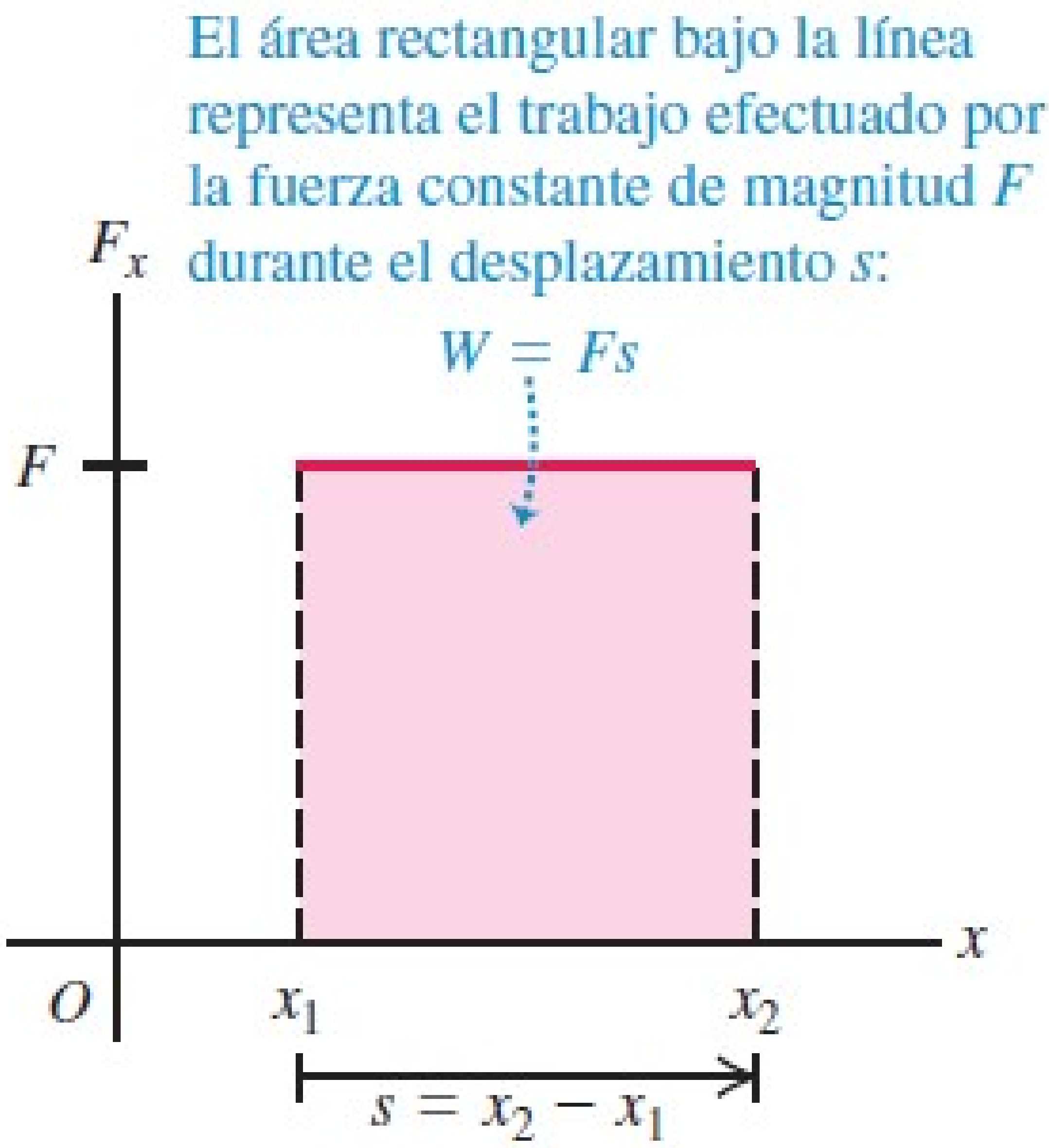
$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\phi\, dl = \int_{P_1}^{P_2} F_{\|}\, dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

Esta integral se conoce como *integral de línea.*

Una partícula sigue una trayectoria curva de $P_1$ a $P_2$ bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$ que varía en magnitud y dirección.

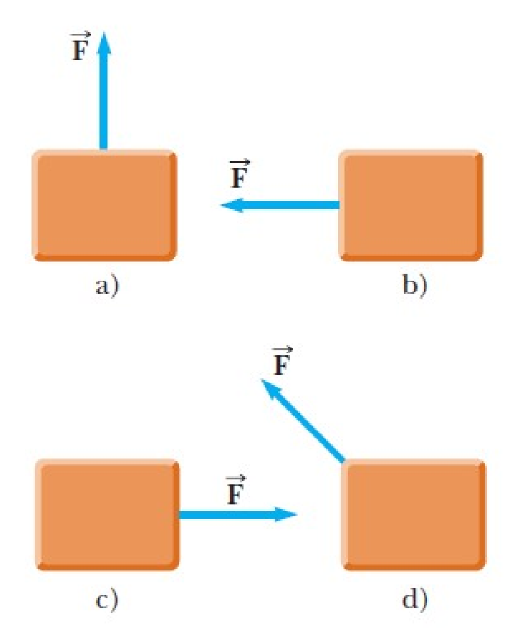


# TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE




*En una gráfica de fuerza como una función de la posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.*

# PREGUNTA RÁPIDA



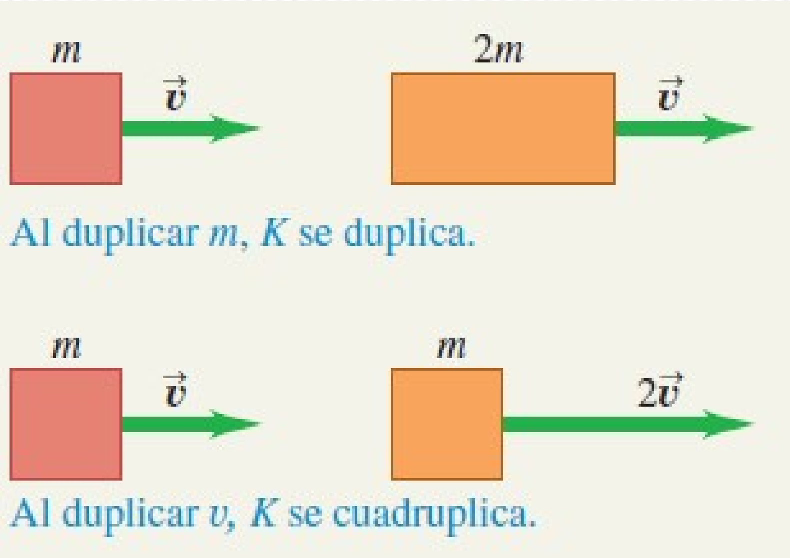

La figura muestra cuatro situaciones en las que una fuerza se aplica a un objeto. En los cuatro casos, **la fuerza tiene la misma magnitud** y el **desplazamiento del objeto es hacia la derecha** y de la misma magnitud.

Clasifique las situaciones en orden del trabajo invertido por la fuerza sobre el objeto, **del más positivo al más negativo**.

Como: $W = F\Delta s \cos\theta$ y F y $\Delta s$ valen lo mismo para todos los casos, tenemos que primará el que tenga mayor valor de $\cos\theta$. Por tanto el orden es:

c) a) d) y b)

# ENERGÍA CINÉTICA




**Energía cinética de una partícula** de masa m y velocidad v se define como:

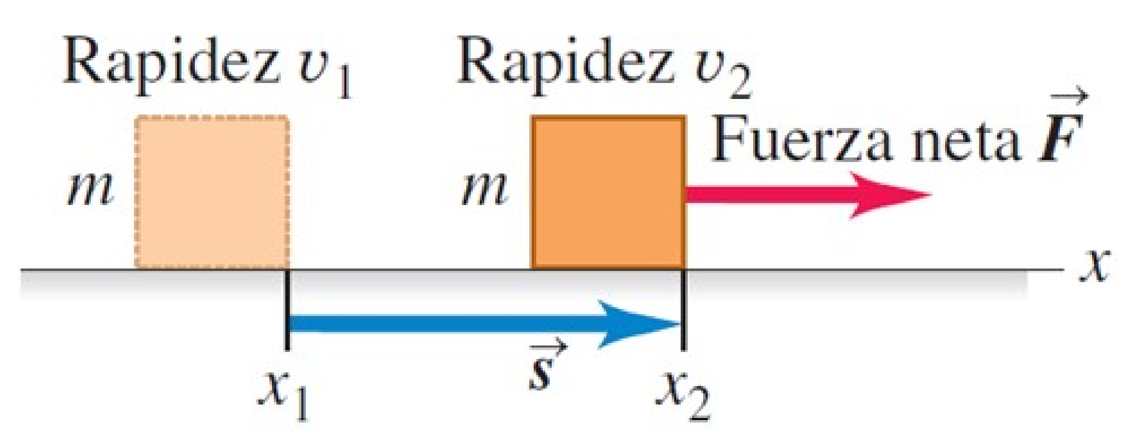
$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

La **energía cinética *K de una partícula*** es igual a la cantidad de trabajo necesario para acelerarla desde el reposo hasta la rapidez *v.*
Es una cantidad escalar siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las de trabajo.

Para un cuerpo rígido que sólo se traslada, la energía cinética tiene la misma expresión, ya que todo el rígido tiene la misma velocidad para todos sus puntos

# TEOREMA TRABAJO Y ENERGÍA

## Movimiento unidimensional, fuerza constante.




Si la fuerza es constante, la aceleración también lo es. De cinemática sabemos que:

$$v_F^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2as$$

$$as = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

Por la 2da. Ley de Newton: $a = \dfrac{F}{m}$

$$\frac{F}{m}s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \qquad Fs = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

$$m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = K_2 - K_1$$

Pero: F.s= W.

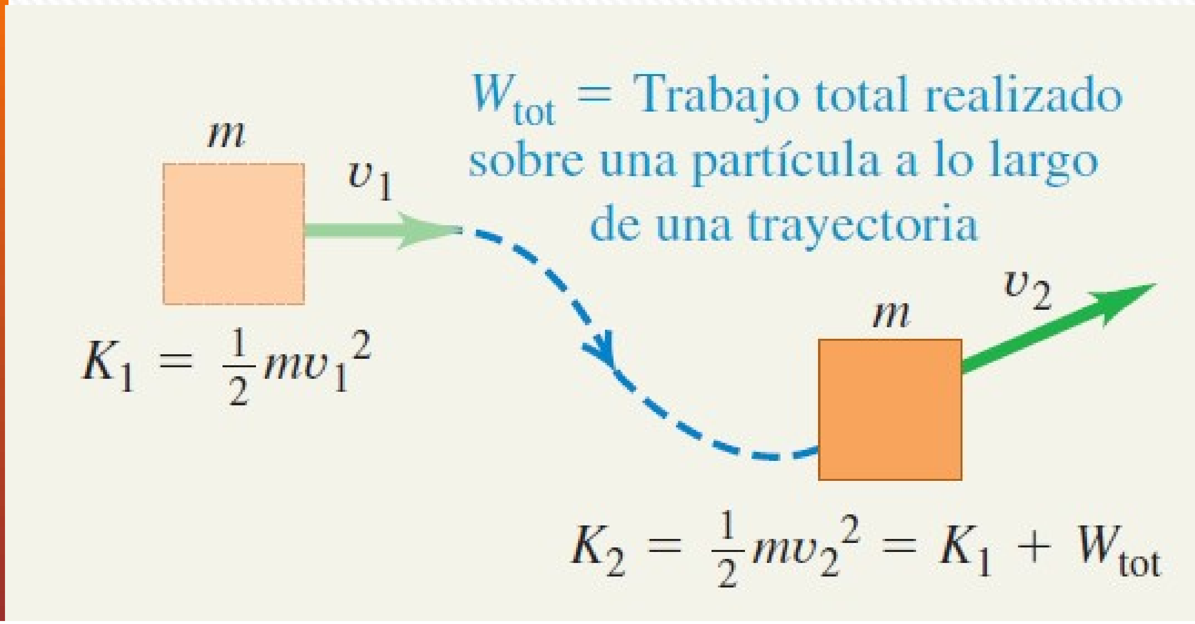
$$W = K_2 - K_1 = \Delta K$$

# TEOREMA TRABAJO Y ENERGÍA

**Cuando sobre una partícula se realiza trabajo mecánico (W) el mismo es igual a la variación de la energía cinética (ΔK) que experimenta.**

Si bien lo demostramos para un caso de una dimensión y para una fuerza constante, esta relación, es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias de la partícula tanto rectas como curvas.

**Restricciones:** solo aplicable a cuerpos que se modelan como partículas y solo podemos usarlo en un marco de referencia inercial




$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

# POTENCIA

La rapidez con la cual se transfiere energía, o en la que se realiza el trabajo se llama **potencia.**

**Potencia media $P_{med}$** *es la cantidad de trabajo ΔW realizada en un tiempo Δt dividida entre ese tiempo.*

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar.

Su unidad en el SI es el **watt** (en honor a James Watt)

**1 watt = 1 joule/segundo (1 W = 1 J/s).**

Algunas veces es útil rescribir la ecuación anterior sustituyendo *W* = *F Δx* *y notando que Δx/ Δt =v* es la rapidez media del objeto durante el tiempo *Δt :*

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\,\Delta x}{\Delta t} = F v_{med}$$

En esta ecuación la fuerza *F es la componente de la fuerza en la dirección de la velocidad* media.

# POTENCIA

Una definición más general, conocida como **potencia instantánea**, rescrita a continuación con un poco de cálculo; como el límite de la potencia media cuando *Δt se acerca a cero:*

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} P_{med} = \frac{dW}{dt}$$

.

$$P = Fv$$

en esta ecuación la fuerza *F y la velocidad v deben ser paralelas, pero pueden cambiar* con el tiempo.

Una expresión general de la potencia instantanea es la siguiente:

$$P = \overline{F}.\overline{v}$$

La unidad de potencia en el sistema tradicional de Estados Unidos es el caballo de fuerza (hp, del inglés *horse power), donde*

$$1\ hp = \frac{550\ pies.libra}{segundo} = 746\ W$$

En la generación de energía eléctrica, se acostumbra a utilizar el kilowatt-hora como una medida de la energía. Un kilowatt-hora (kWh) es la energía que se transiere en 1 hora con la relación constante de 1 kW = 1000 J/s. Por lo tanto:

**1 KWH= $3{,}60 \times 10^{6}$ J**

# FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

Clasificamos a las fuerzas en dos tipos: **fuerza conservativas,** como el peso (fuerza gravitatoria), y **fuerza no conservativas** (fricción o disipativas).

En general una **fuerza no conservativa es disipadora, lo que significa que tiende a dispersar** aleatoriamente la energía de los cuerpos sobre los que actúa. La dispersión de energía con frecuencia toma la forma de calor o sonido.

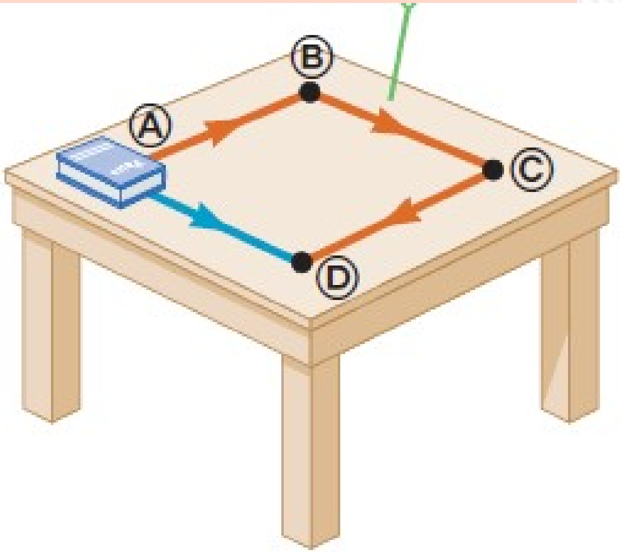
La fricción cinética y la fuerza de resistencia del aire son buenos ejemplos.

Fuerzas propulsoras, semejantes a la fuerza ejercida por un motor de reacción en un avión o por la hélice en un navío, también son no conservativas.

Una fuerza es conservativa si el trabajo realizado al mover un objeto entre dos puntos es el mismo sin importar qué trayectoria se considere.

**Esta igualdad no se cumple para fuerzas no conservativas.**

Por ejemplo, desplazar un libro directamente desde el punto A hasta el punto D en la figura se necesita una cierta cantidad de trabajo contra la fricción, pero deslizar el libro a lo largo de los otros tres lados del cuadrado, desde A hasta B , de B hasta C y, por último, de C hasta D , necesita tres veces más trabajo.



# FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

El teorema trabajo-energía, se puede reescribir en términos del trabajo invertido por fuerzas conservativas *Wc y el trabajo gastado por fuerzas no conservativas Wnc ya que el trabajo neto* es precisamente la suma de éstas dos:

$$\mathbf{Wc + Wnc = \Delta K}$$

Las fuerzas conservativas poseen otra propiedad útil.
El trabajo que realizan se puede expresar a través de una variación de algo que se conoce como **energía potencial**, una cantidad que depende sólo de los puntos inicial y final de una curva, no de la trayectoria que sigue.

La energía potencial es una propiedad de un **sistema, y no de un solo objeto,** ya que se debe, por ejemplo a una posición física en el espacio relativa a un centro de fuerza, como la de un libro y la Tierra.

# ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Para resolver problemas que involucran la gravitación podemos usar el teorema trabajo-energía, pero se requiere el cálculo del trabajo realizado por la gravedad (es decir la fuerza peso).

Para una trayectoria cualquiera, por ejemplo, para una pelota que recorre un arco parabólico, el determinar el trabajo gravitacional realizado sobre la pelota requiere técnicas de cálculo.
Por suerte, para campos conservativos existe una alternativa simple: la energía potencial.

El **peso** (fuerza gravitatoria) es una **fuerza conservativa** y, para toda fuerza conservativa, se puede encontrar una expresión especial conocida como una **función de energía potencial gravitatoria**.

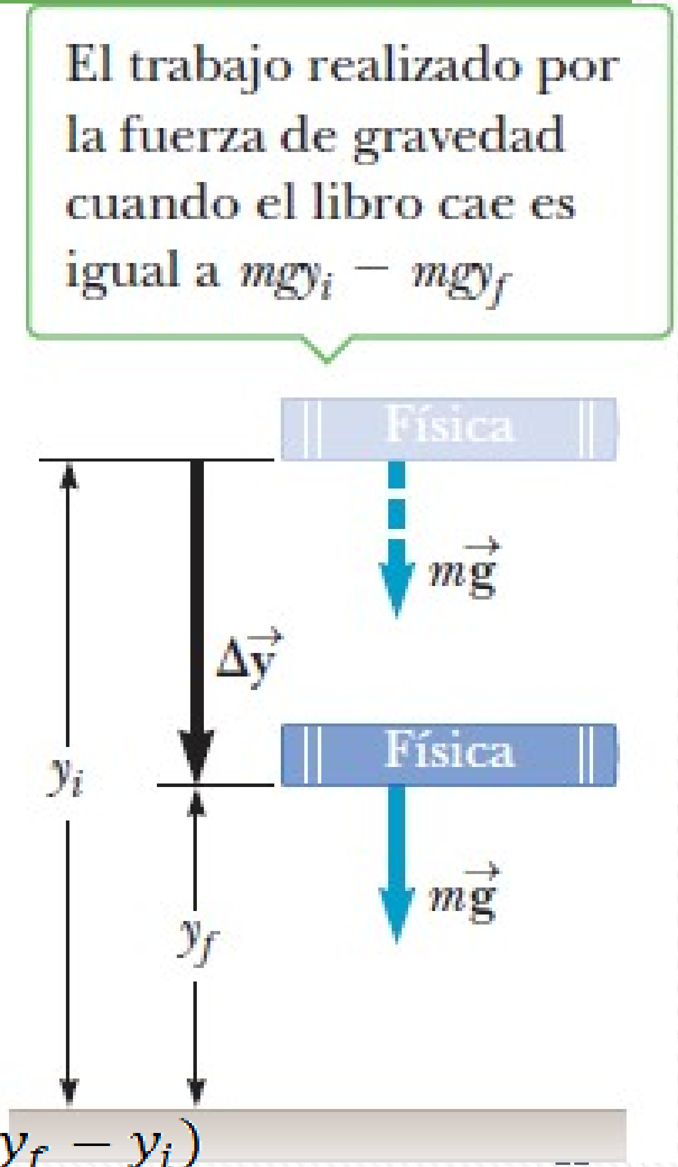
Al evaluar esa función en dos puntos cualesquiera en una trayectoria del objeto en movimiento y encontrando la diferencia nos dará como resultado el negativo del trabajo realizado por esa fuerza entre los dos puntos.

# Trabajo gravitacional y energía potencial gravitatoria

Un libro de masa *m cae desde una altura* $y_i$ *hasta una altura* $y_f$, donde la coordenada *y positiva representa las posiciones por encima de la superficie del* suelo.
Si despreciamos la fuerza de fricción del aire, la única fuerza que actúa sobre el libro es la de gravedad.

¿Cuánto trabajo se realizó?

Las magnitudes de la fuerza es *mg y la del desplazamiento es* $\Delta y = y_i - y_f$ *(un número positivo), mientras los dos vectores* ***F*** y ***Δy*** están apuntando hacia abajo, de manera que el ángulo entre ellos es cero.
Aplicamos la definición de trabajo:




$$W_g = Fs\cos\theta = mg(y_i - y_f)\cos 0 = -mg(y_f - y_i)$$

# Trabajo gravitacional y energía potencial gravitatoria

$$W_g = Fs\cos\theta = mg(y_i - y_f)\cos 0 = -mg(y_f - y_i)$$

Esta ecuación del trabajo gravitacional $W_g$ se cumple para cualquier objeto, independientemente de su trayectoria en el espacio, ya que la fuerza gravitacional es conservativa. *$W_g$ aparecerá como el trabajo realizado por la gravedad en el teorema* trabajo-energía.

Por definición, haremos la conexión entre trabajo gravitacional y energía potencial gravitacional.

La **energía potencial gravitacional ($U_g$)** de un **sistema que consiste en la Tierra y un objeto de masa *m cerca de la superficie terrestre se define*** *como:*

$$U_g \equiv mg\,y$$

donde *g es la aceleración de la gravedad e y es la posición vertical de la masa relativa* a la superficie de la Tierra (o algún otro punto de referencia).

**Unidad SI: joule (J)**

# Trabajo gravitacional y energía potencial gravitatoria

$$U_g \equiv mg\,y$$

En esta definición, *y = 0 corresponde a la superficie de la Tierra, lo que no es estrictamente* necesario ya que sólo importa la *diferencia en la energía potencial.*

Por esto, la energía potencial gravitacional asociada con un objeto ubicado cerca de la superficie terrestre es el peso del objeto *mg por su posición vertical y sobre de la Tierra.*

De esta *definición, tenemos la correspondencia entre trabajo gravitacional y energía potencial* gravitacional:

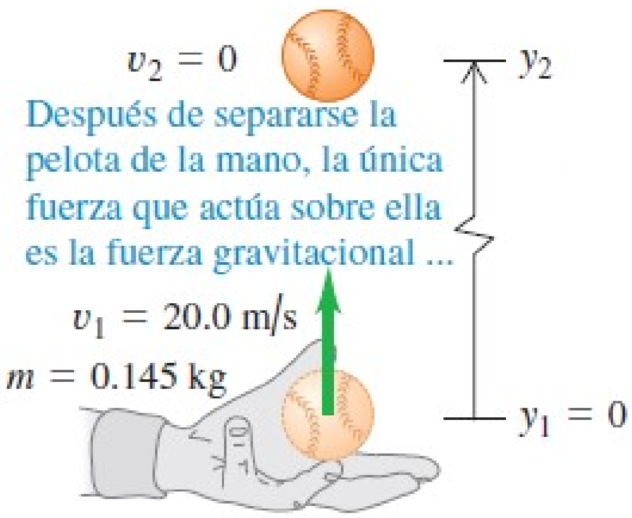
$$W_g = -(U_{gf} - U_{gi}) = -(mgy_f - mgy_i) = -\Delta U_g$$

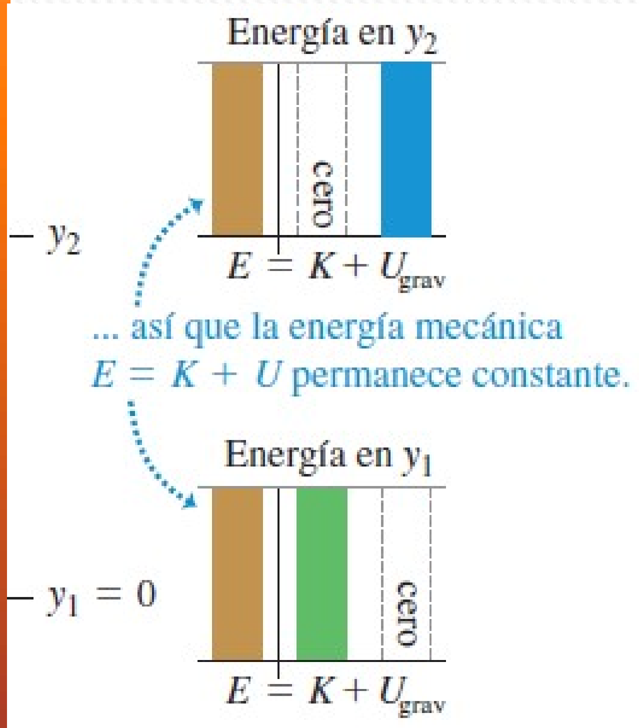
**El trabajo que realiza el peso es igual a menos la variación de la energía potencial gravitatoria**

**Niveles de referencia para la energía potencial gravitacional**

En la solución de problemas que involucran a la $U_g$, es importante optar por un punto de referencia en la cual la energía sea igual a cero.

*La elección es* completamente arbitraria ya que la cantidad importante es la *variación de cambio de energía* potencial, y ésta será independiente de la elección del punto de referencia. Pero una vez que se decide por esta posición, debe permanecer fija para un problema determinado.




# Ejemplo

Se lanza una pelota con masa de 0,145 kg hacia arriba, dándole una velocidad inicial de magnitud igual a 20,0 m/s.
Determine qué altura alcanza, despreciando la resistencia del aire.

$W = \Delta K$ (por teorema trabajo-energía)
La única fuerza que realiza trabajo es el peso:
$W_g = \Delta K$ y $W_g = - \Delta U_g$

$\Delta U_g + \Delta K = 0$ $U_{g1} + K_1 = U_{gr} + K_2$

Elijo que en $y_1$=0 por tanto $U_{g1}$ =0
La altura máxima se alcanza cuando la velocidad se anula, por tanto $K_2$=0

$K_1 = U_{g2}$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = m g y_2$$

$$y_2 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(20.0 \text{ m/s})^2}{2(9.80 \text{ m/s}^2)} = 20.4 \text{ m}$$

# ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Energía potencial que no es de naturaleza gravitacional: la de un resorte.
El trabajo es efectuado por la fuerza que deforma el elemento y ese trabajo se almacena en dicho elemento hasta que se deja de deformar.
Proceso de **almacenar energía en un cuerpo deformable como** ***energía potencial elástica*** ($U_{el}$).

***Un cuerpo es elástico si recupera su forma y tamaño originales después de deformarse.***
**Experimentalmente se obtiene que para mantener un resorte ideal estirado una distancia** ***x, se debe ejercer una fuerza*** $F = kx$, **(ley de Hooke)** donde $k$ es la ***constante de fuerza*** **del resorte,** unidad: N/m
Esto significa que la fuerza ejercida por el resorte, $F_r = - kx$

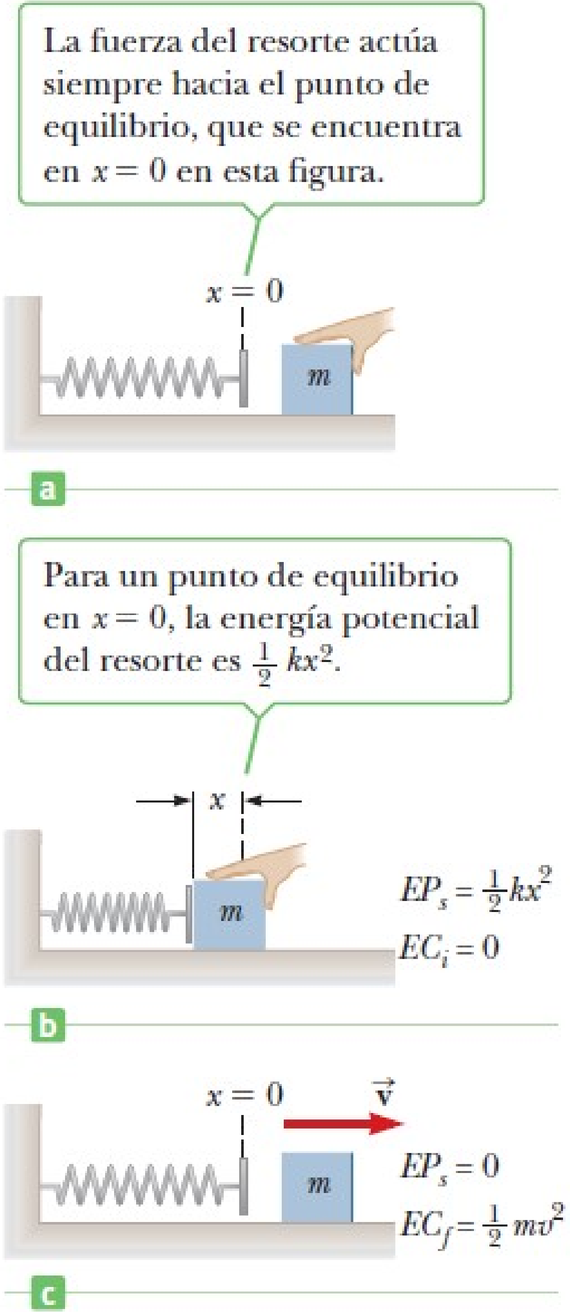
A la fuerza $F_r$ se la conoce como ***fuerza de restitución*** *debido a que el resorte siempre ejerce una fuerza en* una dirección opuesta al desplazamiento de su extremo, tendiente a restituir todo lo que está unido al resorte a su posición original. Para valores positivos de *x, la fuerza es negativa,* apuntando de regreso hacia la posición de equilibrio en *x = 0, y para x negativa, la fuerza* es positiva, una vez más apuntado hacia *x = 0.*

# ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

La energía almacenada se origina a causa del trabajo realizado al comprimir o estirar el resorte

**Modelo de resorte ideal:** , masa despreciable y perfectamente elástico con una constante k.

Trabajo realizado por el resorte cuando se comprime por una fuerza aplicada desde el equilibrio hasta un desplazamiento *x* .
Consideremos un resorte horizontal y una masa *m en la posición de equilibrio.*
***Siempre la fuerza* del resorte apunta en el sentido opuesto al movimiento, por lo tanto el trabajo será negativo.**



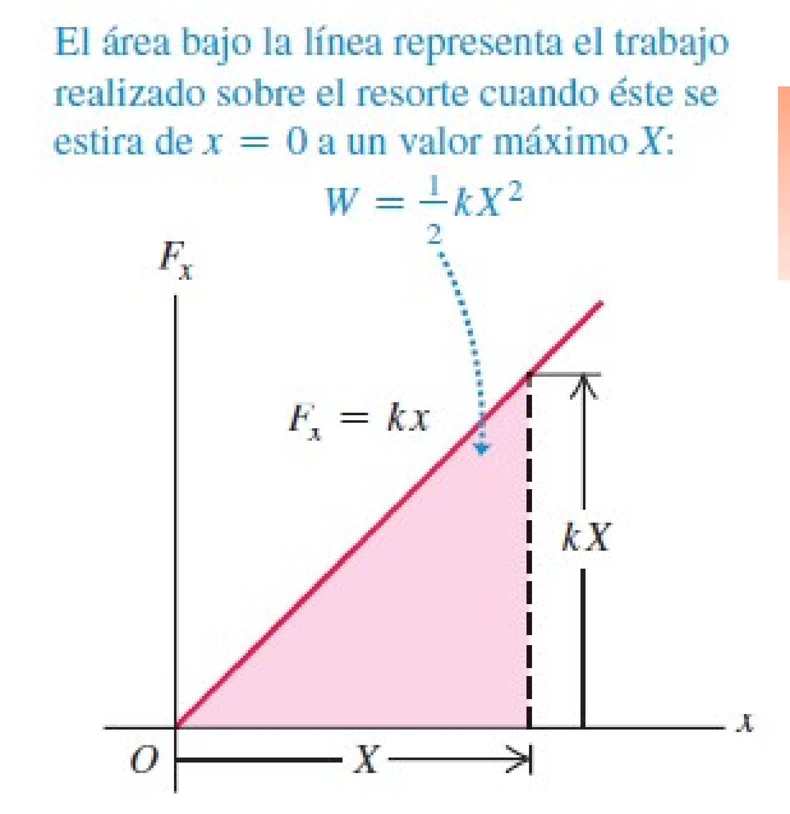
# ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Tenemos que considerar que la fuerza es variable: varía linealmente con x: -kx. Para calcular el trabajo calculamos la fuerza media:

$$F_{med} = \frac{F_o + F_f}{2} = \frac{0 - kx}{2} = -\frac{kx}{2}$$

Por lo que el trabajo realizado por el resorte

$$W_r = F_{med}\, x = -\frac{kx^2}{2}$$




El mismo resultado obtenemos si lo calculamos como el área bajo la recta que representa la fuerza en función de la posición.

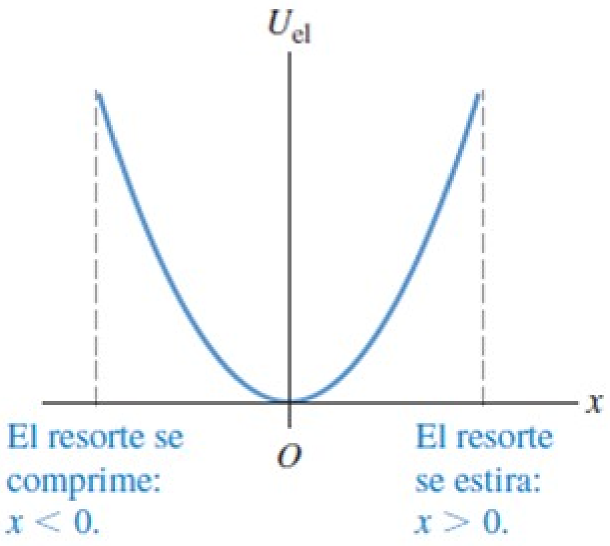
En general, cuando se estira o se comprime el resorte desde $x_i$ *hasta* $x_f$, *el trabajo realizado* por el resorte es:

$$W_r = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

# ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Podemos expresar el trabajo del resorte en términos de una cantidad dada al principio y al final del desplazamiento **(energía potencial elástica).**

$$U_{el} = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \text{(energía potencial elástica)}$$




Expresamos entonces el **trabajo *$W_r$* *efectuado por el resorte sobre el objeto*** por la fuerza elástica en términos del **cambio en la energía potencial elástica:**

$$W_r = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right) = -U_{elf} + U_{eli} = -\Delta U_{el}$$

*$U_{el}$ siempre es positiva.*

*Para que sea correcto x = 0 debe estar en la posición donde el resorte no está estirado ni* comprimido.

# ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

**CUIDADO!!! Energía potencial gravitacional contra energía potencial elástica**

Una diferencia importante entre la energía potencial gravitacional $U_{gr}$= *mgy y la energía potencial elástica* $U_{el}$ = ½ $kx^2$ es que *no tenemos la libertad de elegir x = 0 donde queramos.*

***Para que sea correcto x = 0 debe estar en la posición donde el resorte no está estirado ni*** **comprimido.**

En esa posición, tanto su energía potencial elástica como la fuerza que ejerce son iguales a cero.

El teorema trabajo-energía establece que $W_{tot} = K_f - K_i$, *sin importar qué tipo de* fuerzas actúan sobre el cuerpo.

Sea el punto inicial 1 y el final 2.

Si la fuerza elástica es la *única que realiza trabajo* sobre el cuerpo, entonces,

$$W_{tot} = W_{el} = U_{el,1} - U_{el,2}$$

$$K_1 + U_{el,1} = K_2 + U_{el,2} \quad \text{(si solo la fuerza elástica realiza trabajo)}$$

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}kx_2^2 \quad \text{(si solo la fuerza elástica realiza trabajo)}$$

# Conservación de energía mecánica

Es uno de los **principios de conservación** de la Física.
La energía cinética *K de un objeto que cae sólo bajo la influencia de la gravedad* cambia de manera constante, al igual que la energía potencial gravitacional $U_g$.
*Por lo tanto* estas cantidades no se conservan.
No obstante, ya que todas las fuerzas no conservativas se suponen ausentes, y si además la única fuerza que actúa es el peso, se llega al siguiente resultado:
Como $W_{nc} = 0$, $W_{neto} = W_g$

$$W_g = \Delta K \qquad -\Delta U_g = \Delta K$$

$$\Delta K + \Delta U_g = 0 \qquad K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$$

**la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitacional permanece constante todo el tiempo y, por lo tanto, es una cantidad que se conserva.**
**Indicamos la energía mecánica total mediante** $E = K + U_g$ ***y señala que la energía mecánica total se conserva.***
**Podemos incluir la energía potencial elástica, de modo que la energía macánica total es:** $E = K + U_g + U_{el}$

# Conservación de energía mecánica

**En cualquier sistema aislado de objetos que interactúan sólo a través de fuerzas conservativas, la energía mecánica total *E = K + U del sistema, permanece igual en* todo momento.**

*En* general, debe haber términos de la energía cinética para cada objeto en el sistema y términos de energía potencial gravitacional y/o elástica para cada par de objetos.
Se deben sumar términos adicionales cuando otras fuerzas conservativas están presentes (como la elástica) u otras fuerzas que realicen trabajo ($W_{otras}$).
Entonces podemos escribir:

$$K_1 + U_{grav,1} + U_{el,1} + W_{otras} = K_2 + U_{grav,2} + U_{el,2} \quad \text{(válida en general)}$$

$W_{otras}$ contempla por ejemplo al que realizan las fuerzas no conservativas.

# Situaciones con energía potencial gravitacional y elástica

**Teorema trabajo-energía**: $W = \Delta K$

Si sólo actúan fuerzas gravitatorias y elásticas:

$W = W_g + W_{el}$ pero: $W_g = -\Delta U_g$ y $W_{el} = -\Delta u_{el}$

$(-\Delta U_g) + (-\Delta U_{el}) = \Delta K$ o lo que es lo mismo:

$\Delta K + \Delta U_g + \Delta U_{el} = 0$ análogamente: $K_1 + U_{gr} + U_{el1} = K_2 + U_{g2} + U_{el2}$

*$K + U_g + U_{el}$ se llama E, la* ***energía*** **mecánica total del sistema**

$$K + U = E$$

El "sistema" se compone del cuerpo de masa *m, la Tierra con la que interactúa a través* de la fuerza gravitacional, y el resorte cuya constante de fuerza es *k.*

Una ecuación *más general de la relación entre energía cinética,* energías potenciales y trabajo realizado por otras fuerzas:

$$K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2 \quad \textit{(válida en general)}$$

$$W_{otras} = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = -\Delta E \quad \textit{(válida en general)}$$

**El trabajo realizado por todas las fuerzas distintas de la elástica o la gravitacional es igual al cambio de energía mecánica total**

***E = K + U del sistema, donde U = $U_g$ + $U_{el}$ es la suma de la energía potencial gravitacional más la energía*** **potencial elástica.**

# LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Las fuerzas no conservativas no pueden representarse en términos de energía potencial; pero se pueden describir sus efectos en términos de lo que se denomina **energía interna .**

Cuando un automóvil con frenos bloqueados se derrapa hasta detenerse, se calientan los neumáticos y el camino. La energía asociada a este cambio en el estado de los materiales se denomina **energía interna.**

**Cuando se eleva la temperatura de un cuerpo, aumenta su energía interna; si se reduce su temperatura, disminuye su energía interna.**

Un bloque se desliza por una superficie áspera, la fricción realiza trabajo *negativo* sobre el bloque, y el cambio de la energía interna del bloque y de la superficie es *positivo* (ambos se calientan).

Experimentos meticulosos han demostrado que el aumento en la energía interna es *exactamente igual al valor absoluto del trabajo efectuado por* la fricción.

$$\Delta U_{int} = -W_{otras} \qquad K_1 + U_1 - \Delta U_{int} = K_2 + U_2$$

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} = 0$$ **Ley de conservación de la energía**

**En todo proceso las energías cinética, potencial e interna de un sistema pueden cambiar; pero la *suma de todos esos cambios siempre es cero*.**

Si en la energía incluimos la energía interna, la ecuación anterior indica que: ***la energía nunca se crea ni se destruye, solo cambia de forma.***

# Ejercicio 5.3

Una masa de 2,00 kg en el extremo de un resorte se estira 0,300 m desde su posición de equilibrio y se suelta desde el reposo. La constante del resorte es k=65,0 N/m

a) ¿Cuál es la energía potencial inicial del resorte?

b) ¿Cuál es la velocidad máxima que alcanzará la masa?

c) Hallar la velocidad cuando el desplazamiento es 0,200 m

Datos: m= 2,00 kg   $x_0$= 0,300 m   k= 65,0 N/m   $x_1$= 0,200 m

a) Energía potencial elástica: $U_{el,0} = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}(65{,}0)(0{,}300)^2 =$ 2,925 J

**$U_{el,0}$= 2,92 J**

b) Inicialmente: $U_{el,0}$= 2,92 J y $K_0$= 0

Velocidad máxima cuando se el resorte vuelve a su longitud natural

$U_{el,F}$= 0   y la energía cinética tiene su valor máximo, como la energía total se conserva: $U_{el,0} + K_0 = U_{el,F} + K_F$   $U_{el,0} = \frac{1}{2}mv_{máx}^2$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2U_{el,0}}{m}} = \sqrt{\frac{2(2{,}925)}{2{,}00}} =$$ 1,710 m/s

**$v_{máx}$= 1,71 m/s**

c) Aplico la conservación de la energía mecánica (E= $U_{el,0}$ )

$$E = K_1 + U_{el,0} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \qquad \frac{1}{2}mv_1^2 = E - \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - \frac{1}{2}kx_1^2\right)} = \sqrt{\frac{2}{2{,}00}\left(2{,}295 - \frac{1}{2}(65{,}0)(0{,}200)^2\right)}$$ =0,9974 m/s

**$v_1$= 0,997 m/s**