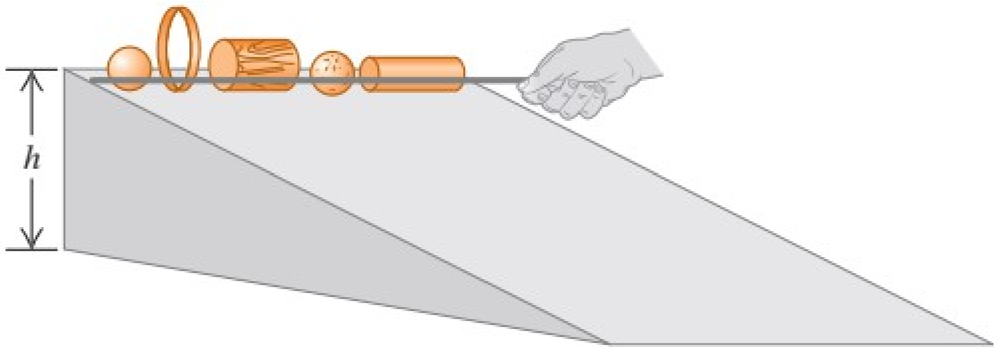
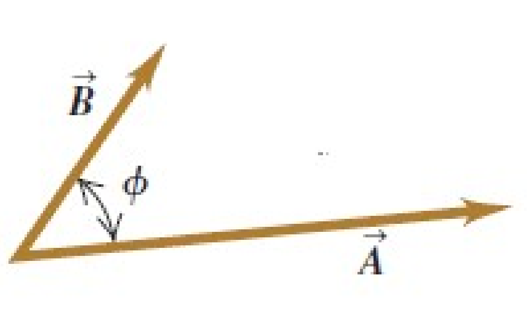
15- Trabajo, energía y potencia



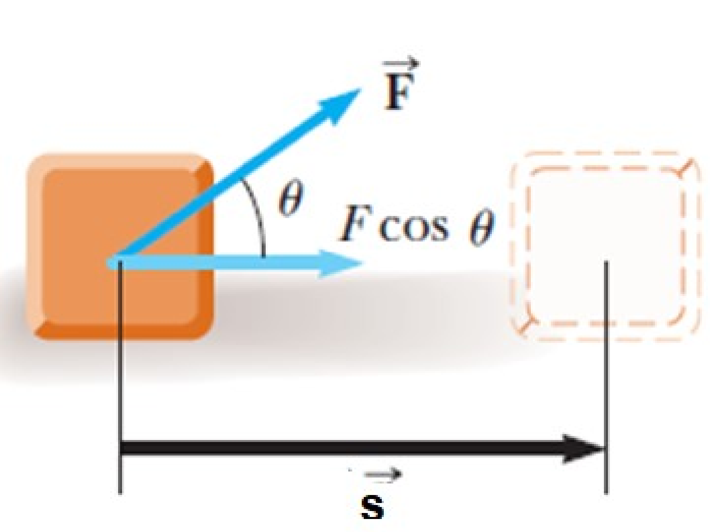
Repaso de clase pasada

Producto escalar:

$$\overline{A}.\overline{B} = |\overline{A}||\overline{B}|\cos\Phi = AB\cos\Phi$$



TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE



Cuando una fuerza **F** constante actúa sobre una partícula que experimenta un desplazamiento rectilíneo **s** el **trabajo (W)** realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de **F** por **s:**

$$W = \overline{F}.\overline{s} = Fs\cos\theta$$

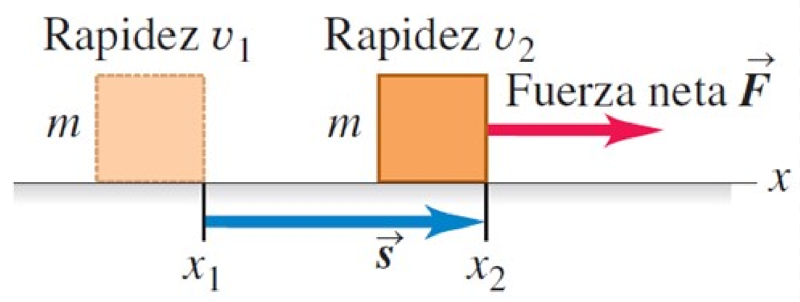
El trabajo es una cantidad escalar, y puede ser positivo, negativo o nulo según el ángulo θ que formen.
Unidad de trabajo en SI: 1 joule = 1 newton-metro (1 J = 1 N.m).
En una gráfica de fuerza como función de la posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.

Repaso de clase pasada

Energía cinética de una partícula de masa m y velocidad v se define como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Es una cantidad escalar siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las de trabajo.
Para un cuerpo rígido que sólo se traslada, la energía cinética tiene la misma expresión, ya que todo el rígido tiene la misma velocidad para todos sus puntos



TEOREMA TRABAJO Y ENERGÍA:

$$W = K_2 - K_1 = \Delta K$$

Cuando actúan fuerzas sobre una partícula mientras experimenta un desplazamiento, la energía cinética de la partícula cambia en una cantidad igual al trabajo total realizado sobre ella por todas las fuerzas.
Si bien lo demostramos para un caso de una dimensión y para una fuerza constante, esta relación, es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias de la partícula tanto rectas como curvas.

Repaso de clase pasada

POTENCIA: rapidez con la cual se transfiere energía, o en la que se realiza el trabajo.

Potencia media P_{med} *es la cantidad de trabajo ΔW realizada en un tiempo Δt dividida entre ese tiempo*

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar.

Su unidad en el SI : **1 watt = 1 joule/segundo (1 W = 1 J/s).**

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\,\Delta x}{\Delta t} = F\,v_{med}$$

Potencia instantánea: el límite de la potencia media cuando *Δt se acerca a cero:*

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} P_{med} = \frac{dW}{dt}$$

$$P = \overline{F}.\overline{v}$$

Existen dos tipos generales de fuerzas: **fuerza conservativas,** como el peso (fuerza gravitatoria), y **fuerza no conservativas** (fricción o disipativas).

Repaso de clase pasada

Una fuerza es **conservativa** si el trabajo realizado al mover un objeto entre dos puntos es el mismo sin importar qué trayectoria se considere. Ejemplos: peso y fuerza elástica del resorte

Por lo general, una **fuerza no conservativa** **es disipadora, lo que significa que tiende a dispersar** aleatoriamente la energía de los cuerpos sobre los que actúa

La dispersión de energía con frecuencia toma la forma de calor o sonido, **la fricción cinética y la fuerza de resistencia del aire son ejemplos.** Fuerzas propulsoras también son no conservativas.

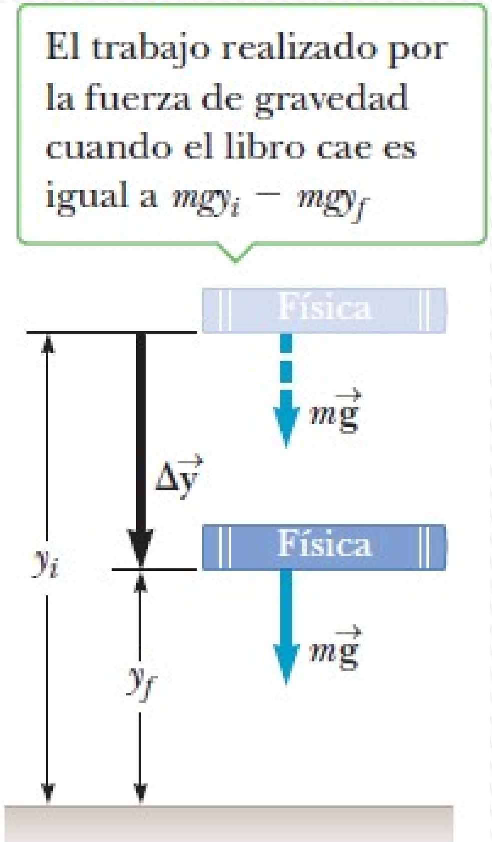
Las fuerzas conservativas poseen otra propiedad útil: el trabajo que realizan se puede expresar a través de una variación de algo que se conoce como **energía potencial**, una cantidad que depende sólo de los puntos inicial y final de una curva, no de la trayectoria que sigue.

El teorema trabajo-energía, se puede reescribir en términos del trabajo invertido por fuerzas conservativas *Wc y el trabajo gastado por fuerzas no conservativas Wnc ya que el trabajo neto* es precisamente la suma de éstas dos: $W_c + W_{nc} = \Delta K$

Repaso de clase pasada

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

El **peso** (fuerza gravitatoria) es una **fuerza conservativa** y por tanto se puede encontrar una expresión especial conocida como una **función de energía potencial gravitatoria** , que me permite calcular su trabajo..



Trabajo realizado por el peso:

$$W_g = Fs\cos\theta = mg(y_i - y_f)\cos 0 = -mg(y_f - y_i)$$

Defino la **energía potencial gravitacional (U$_g$)** de un sistema que consiste en la Tierra y un objeto de masa *m* *cerca de la superficie terrestre como:* **$U_g \equiv mg\,y$**

g es la aceleración de la gravedad e y es la posición vertical de la masa relativa a la supericie de la Tierra (o algún otro punto de referencia). **Unidad SI: joule (J)**

$$W_g = -\Delta U_g = -(U_{gf} - U_{gi}) = -(mgy_f - mgy_i)$$

Si la única fuerza que realiza trabajo es el peso, entonces:
$W = W_g = -\Delta U_g$

Como: $W = \Delta K$ entonces: Como: $-\Delta U_g = \Delta K$ **$\Delta U_g + \Delta K = 0$**

$$U_{g1} + K_1 = U_{g2} + K_2$$

Repaso de clase pasada

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Por ejemplo la de un resorte.

El trabajo es efectuado por la fuerza que deforma el elemento y ese trabajo se almacena en dicho elemento hasta que se deja de deformar.

Proceso de **almacenar energía en un cuerpo deformable como** ***energía potencial elástica*** ***(U_{el}).***

Un cuerpo es ***elástico si recupera su forma y tamaño originales después de deformarse.***

Ley de Hooke ***$F = kx$, k constante de fuerza*** **del resorte** (N/m)

Fuerza ejercida por el resorte, $F_r = -kx$

Resorte ideal: masa despreciable y perfectamente elástico con una constante k.

Energía almacenada se origina a causa del trabajo realizado al comprimir o estirar el resorte

Trabajo realizado por un resorte, es negativo porque la ***fuerza*** **del resorte apunta en el sentido opuesto al movimiento, y vale:**

$$W_r = F_{med}\, x = -\frac{kx^2}{2}$$

Puedo expresar el trabajo del resorte en términos de una cantidad dada al principio y al final del desplazamiento **(energía potencial elástica).**

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

Repaso de clase pasada

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Expresamos entonces el **trabajo W_r** ***efectuado por el resorte sobre el objeto*** por la fuerza elástica en términos del **cambio en la energía potencial elástica:**

$$W_r = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right) = -U_{elf} + U_{eli} = -\Delta U_{el}$$

Para que sea correcto x = 0 debe estar en la posición donde el resorte no está estirado ni comprimido.

Energía mecánica (E): suma de la energía cinética más las energías potenciales: **E = K + U**

En nuestro caso: $E = K + U_g + U_{el}$

Si sólo hay fuerzas conservativas, entonces: $W = W_C = \Delta K$

$W = W_C = W_g + W_R = -\Delta U_g - \Delta U_{el} = \Delta K$

$\Delta U_g + \Delta U_{el} + \Delta K = 0$ ó $U_{g1} + U_{el1} + K_1 = U_{g2} + U_{el2} + K_2$

La energía mecánica (suma de la energía cinética y las energías potenciales) permanece constante todo el tiempo y, por tanto, es una cantidad que se conserva.

Repaso de clase pasada

Conservación de energía mecánica

En cualquier sistema aislado de objetos que interactúan sólo a través de fuerzas conservativas, la energía mecánica total *E = K + U del sistema, permanece igual en* todo momento.

En general, debe haber términos de la energía cinética para cada objeto en el sistema y términos de energía potencial gravitacional y/o elástica para cada par de objetos.
Se deben sumar términos adicionales cuando otras fuerzas conservativas están presentes (como la elástica) u otras fuerzas que realicen trabajo (W_{otras}).
Entonces podemos escribir:

$$K_1 + U_{grav,1} + U_{el,1} + W_{otras} = K_2 + U_{grav,2} + U_{el,2} \quad \text{(válida en general)}$$

W_{otras} contempla por ejemplo al que realizan las fuerzas no conservativas.

$$K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2 \quad \textit{(válida en general)}$$

Ejercicio 5.3

Una masa de 2,00 kg en el extremo de un resorte se estira 0,300 m desde su posición de equilibrio y se suelta desde el reposo. La constante del resorte es k=65,0 N/m

a) ¿Cuál es la energía potencial inicial del resorte?

b) ¿Cuál es la velocidad máxima que alcanzará la masa?

c) Hallar la velocidad cuando el desplazamiento es 0,200 m

Datos: m= 2,00 kg x_0= 0,300 m k= 65,0 N/m x_1= 0,200 m

a) Energía potencial elástica: $U_{el,0} = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}(65{,}0)(0{,}300)^2 =$ 2,925 J

$U_{el,0}$= 2,92 J

b) Inicialmente: $U_{el,0}$= 2,92 J y K_0= 0

Velocidad máxima cuando se el resorte vuelve a su longitud natural

$U_{el,F}$= 0 y la energía cinética tiene su valor máximo, como la energía total se conserva: $U_{el,0} + K_0 = U_{el,F} + K_F$ $U_{el,0} = \frac{1}{2}mv_{máx}^2$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2U_{el,0}}{m}} = \sqrt{\frac{2(2{,}925)}{2{,}00}} =$$ 1,710 m/s

$v_{máx}$= 1,71 m/s

c) Aplico la conservación de la energía mecánica (E= $U_{el,0}$)

$$E = K_1 + U_{el,0} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \qquad \frac{1}{2}mv_1^2 = E - \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - \frac{1}{2}kx_1^2\right)} = \sqrt{\frac{2}{2{,}00}\left(2{,}295 - \frac{1}{2}(65{,}0)(0{,}200)^2\right)}$$ =0,9974 m/s

v_1= 0,997 m/s

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Las fuerzas no conservativas no pueden representarse en términos de energía potencial; pero se pueden describir sus efectos en términos de energías distintas de la cinética y la potencial.

Cuando un automóvil con frenos bloqueados se derrapa hasta detenerse, se calientan los neumáticos y el camino. La energía asociada a este cambio en el estado de los materiales se denomina **energía interna**.

Cuando se eleva la temperatura de un cuerpo, aumenta su energía interna; si se reduce su temperatura, disminuye su energía interna.

Un bloque se desliza por una superficie áspera, la fricción realiza trabajo *negativo* sobre el bloque, y el cambio de la energía interna del bloque y de la superficie es *positivo* (ambos se calientan).
Experimentos meticulosos han demostrado que el aumento en la energía interna es *exactamente igual al valor absoluto del trabajo efectuado por* la fricción.

$$\Delta U_{int} = - W_{otras}$$

$$K_1 + U_1 - \Delta U_{int} = K_2 + U_2$$

$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} = 0$ Ley de conservación de la energía

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

En un proceso determinado, las energías cinética, potencial e interna de un sistema pueden cambiar; pero la *suma de todos esos cambios siempre es cero*.

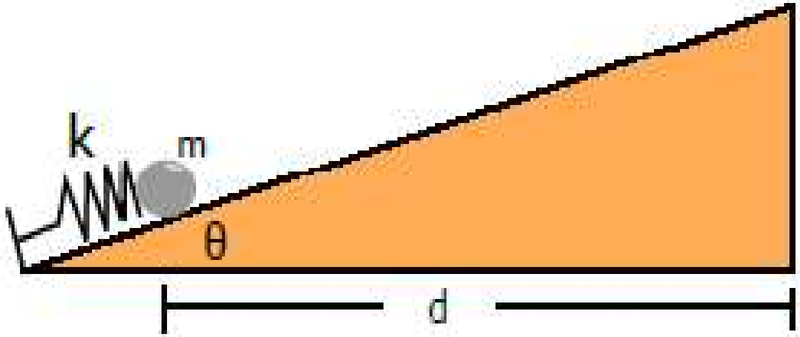
Si ampliamos nuestra definición de energía para incluir la energía interna, la ecuación anterior indica que: ***la energía nunca se crea ni se destruye, solo cambia de forma*.**

No se ha observado aún una excepción a esta regla.

La relación entre la energía interna, los cambios de temperatura, el calor y el trabajo son temas de estudio del campo de la física llamado *termodinámica*.

Ejercicio 5.14

Segundo Parcial 2021- El mecanismo para lanzar la pelota en una mesa de pinball consiste de un resorte que se comprime y empuja a la pelota al soltarlo. Se quiere hallar la constante del resorte k mínima para que la pelota llegue al final de la mesa. Suponga que no hay fricción entre la superficie y la pelota, La mesa está inclinada un ángulo **θ =*12,0°*** con respecto a la horizontal, .



y la masa de la pelota es ***m = 5,00 g*** que parte a una distancia ***d = 0,500*** m del final de la mesa cuando el resorte se comprime x = 2,00 cm de su posición de reposo. Exprese el resultado en N/m.

Se verifica: $E_1 + W_{otras} = E_2$

En este caso $W_{otras} = 0$ (no hay fuerza de rozamiento que realice trabajo)

Si busco el k mínimo, debe llegar con velocidad nula, por tanto en el punto final sólo habrá energía potencial gravitatoria

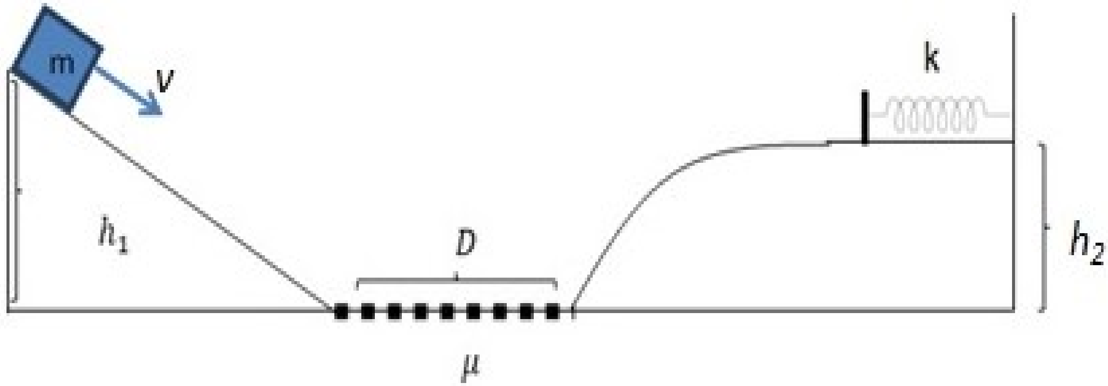
$$E_1 = U_{e1} = \frac{1}{2}kx^2 \qquad E_2 = U_{g2} = mgh_2 = mgd\tan\theta$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgd\tan\theta \qquad k = \frac{2mgd\tan\theta}{x^2} = \frac{2(0{,}00500)(9{,}80)(0{,}500)\tan 12{,}0°}{(0{,}0200)^2} =$$

***k* = 26,0 N/m**

Ejercicio 5.13

Examen agosto 2021- Un bloque de masa ***m = 2,00 kg*** se desliza inicialmente por una rampa sin rozamiento, a una altura ***h_1 = 1,50 m***, a una velocidad ***v= 4,00 m/s*** . Después de recorrer la rampa, atraviesa una zona horizontal, de longitud ***D = 1,00 m*** con un coeficiente de



rozamiento de ***μ = 0,800*** y luego sube otra rampa, llegando a una altura final de ***h_2 = 1,20 m***. Tras subir esta rampa, recorre ahora una pista horizontal sin rozamiento, en cuyo final se encuentra un resorte de constante ***k = 860 N/m***.
¿Cuánto comprimirá al resorte el bloque antes de detenerse?

Se verifica: $E_1 + W_{otras} = E_2$

$$E_1 = K_1 + U_{g1} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_1$$

$$E_2 = U_{e2} + U_{g2} = \frac{1}{2}kx^2 + mgh_2$$

$$W_{otras} = W_{rozamiento} = -F_{roz}D = -\mu mgD$$

Ejercicio 5.13

$$W_{otras} = W_{rozamiento} = -F_{roz}D = -\mu mgD$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh_1 - \mu mgD = \frac{1}{2}kx^2 + mgh_2$$

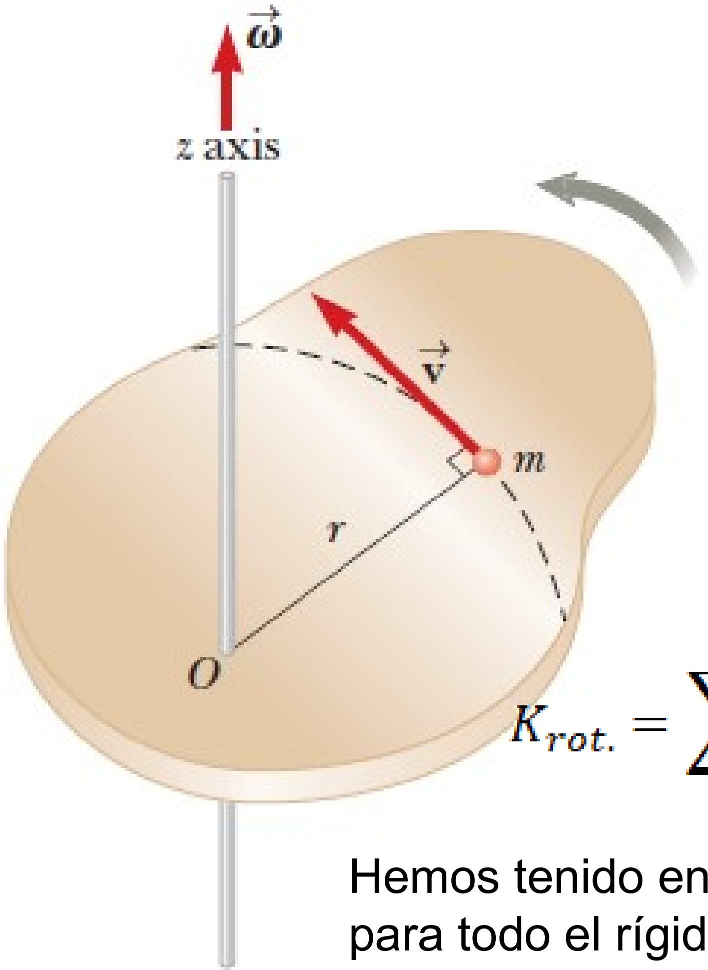
$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_1 - \mu mgD - mgh_2 = m\left[\frac{v^2}{2} + g(h_1 - h_2 - \mu D)\right]$$

$$x = \sqrt{\frac{2}{k}m\left[\frac{v^2}{2} + g(h_1 - h_2 - \mu D)\right]} = \sqrt{\frac{2}{860}(2{,}00)\left[\frac{4{,}00^2}{2} + 9{,}80(1{,}50 - 1{,}20 - 0{,}800(1{,}00))\right]}$$

***x* = 0,120 m = 12,0 cm**

ENERGÍA CINÉTICA DE ROTACIÓN

La energía cinética de una partícula de masa *m* que se mueve con una rapidez *v* valíe *½mv²*. *Veremos que* ***un objeto que rota*** **con una rapidez angular ω sobre un cierto eje tiene una energía cinética de rotación dada por** ***½Iω²*****.**



Sea un objeto en forma de una placa rígida delgada que rota alrededor de un eje perpendicular a su plano y fijo.

La placa consiste en muchas partículas pequeñas, cada una de masa *m.*

Todas estas partículas rotan en trayectorias circulares alrededor del eje.

Si *r es la distancia de una de las partículas al* eje de rotación, la rapidez de esa partícula es *v=rω.*

Como la energía cinética total de rotación de la placa es la suma de todas las energías cinéticas asociadas a sus partículas, tenemos.

$$K_{rot.} = \sum \left(\frac{1}{2} m v^2\right) = \sum \left(\frac{1}{2} m r^2 \omega^2\right) = \frac{1}{2}\left(\sum m r^2\right)\omega^2$$

Hemos tenido en cuenta que v = ω.r y que ω es el mismo para todo el rígido

ENERGÍA CINÉTICA DE ROTACIÓN

$$K_{rot.} = \sum\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \sum\left(\frac{1}{2}mr^2\omega^2\right) = \frac{1}{2}\left(\sum mr^2\right)\omega^2$$

ω^2 se puede factorizar porque es la misma para cada partícula.
La cantidad entre paréntesis a la derecha es el momento de inercia de la placa en el límite, cuando las partículas llegan a ser muy pequeñas, así que:

$$K_{rot.} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Donde: $I = \sum mr^2$

es el momento de inercia de la placa respecto al eje de rotación.

En general, cuando tenemos un rígido que gira alrededor de un eje fijo, la energía cinética asociada a ese movimiento de rotación está dada por la expresión:

$$K_{rot.} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

donde I es el momento de inercia del cuerpo con respecto al eje de rotación y ω es la velocidad angular

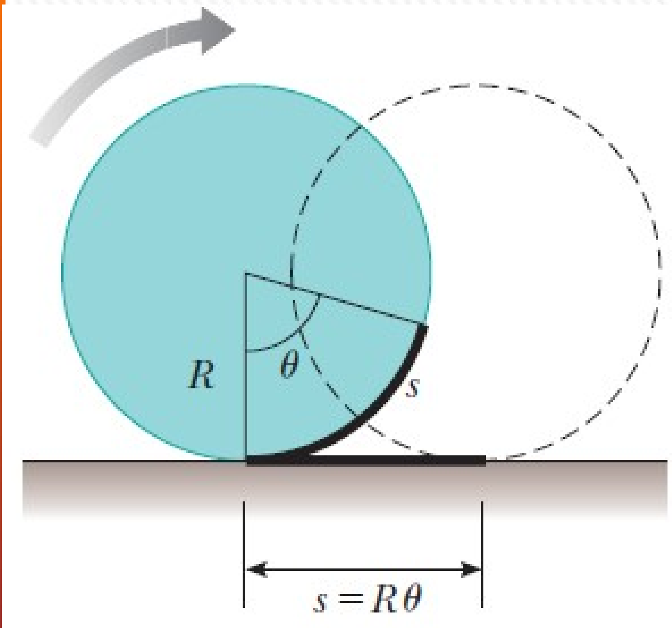
RODADURA (RODAR SIN DESLIZAR)

Es un caso de movimiento de un rígido en el que tiene traslación y rotación combinadas: **rodar sin resbalar (o rodar sin deslizar)**, como el movimiento de una rueda.

El cuerpo rodante (o rueda) es simétrico: su centro de masa (o de gravedad) está en su centro geométrico y consideramos **el movimiento en un marco de referencia inercial**, en el cual la superficie sobre la que la rueda se desplaza está en reposo.

El punto del cuerpo rodante que toca la superficie debe estar instantáneamente *en reposo para que no resbale.*

Si el radio de la rueda es *R y su rapidez angular alrededor del centro de masa es ω, la magnitud de la velocidad del centro de masas* es *Rω.*



$$v_{cm} = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

$$a_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

Estas son las condiciones de rodar sin deslizar:

$v_{cm} = R.\omega$

$a_{cm} = R.\alpha$

ENERGÍA CINÉTICA DE UN CUERPO QUE RUEDA SIN DESLIZARSE

Para un cuerpo que rueda sin deslizar, se puede probar que su energía cinética total es igual a :

$$K = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

Donde ***M*** *es la* ***masa del cuerpo****,* $\boldsymbol{v_{cm}}$ *es la* ***rapidez*** **del centro de masa,** $\boldsymbol{I_{cm}}$ *es el* ***momento de inercia*** **con respecto al eje que pasa por el centro de masa**, y **ω** es la **rapidez angular**.

El primer sumando representa la **energía cinética de traslación**, mientras que el segundo representa la **energía cinética de rotación**.

Esta relación se cumple bajo las siguientes dos condiciones:

1. El eje que pasa por el centro de masa debe ser un eje de simetría.

2. El eje no debe cambiar de dirección.

TRABAJO Y ENERGÍA EN ROTACIONES

Un sistema como una bola de boliche rodando hacia abajo de una rampa está descrito por tres tipos de energía: la **energía potencial gravitacional Ug,** la **energía cinética de translación K_{tras}. y la energía cinética de rotación K_{rot}. Todas estas formas de energía, más** las energías potenciales de cualquier otra fuerza conservativa, deben incluirse en nuestra ecuación para la conservación de la energía mecánica de un sistema aislado.
Como no desplazamiento en el punto de contacto, en un cuerpo que rueda sin deslizar, la fuerza de fricción no realiza trabajo, por lo tanto si despreciamos otras fuerzas disipativas, la energía mecánica se conserva:

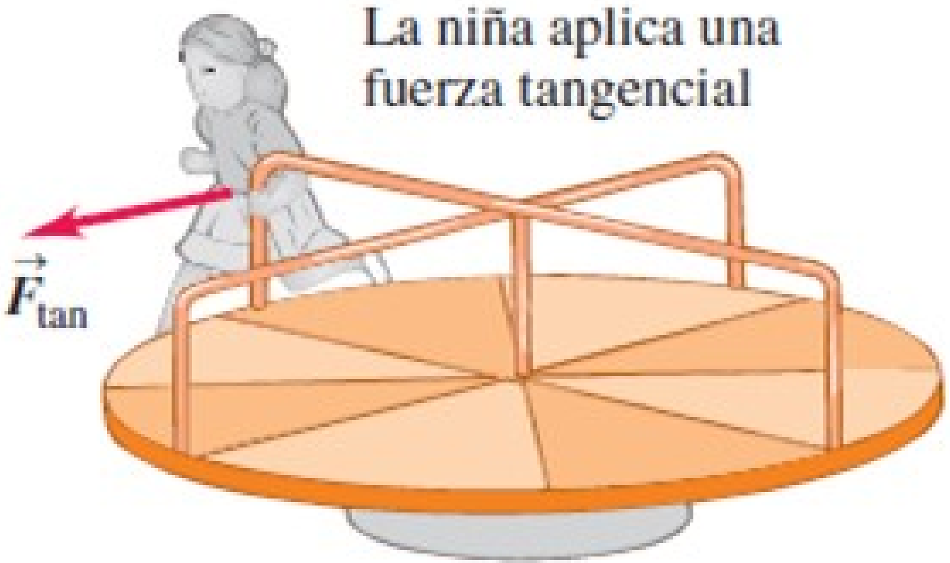
$$U_i + K_{tras.i} + K_{rot.i} = U_f + K_{tras.f} + K_{rot.f}$$

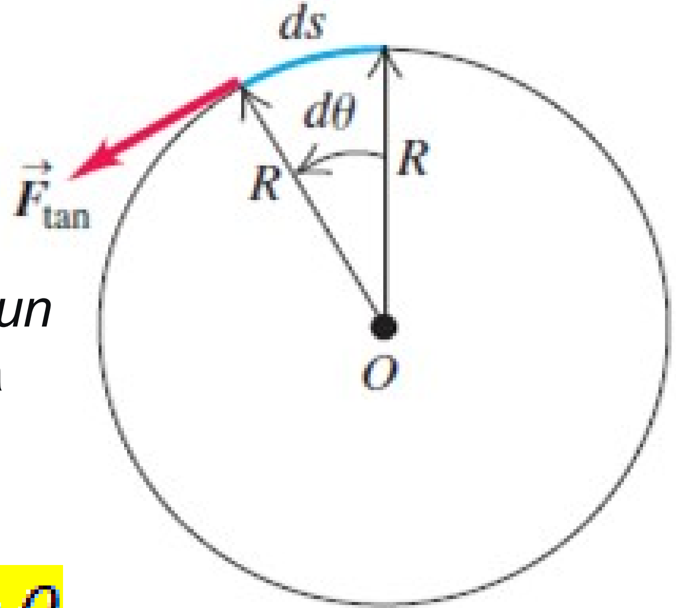
donde *i y f se reieren a los valores inicial y final, respectivamente, y U incluye las energías* potenciales de todas las fuerzas conservativas en un problema dado. Esta relación es cierta *sólo si omitimos las fuerzas disipativas que realizan trabajo.*

TRABAJO Y POTENCIA EN ROTACIONES

Consideremos una rueda de radio *r* *que gira alrededor* de un eje fijo que pasa por su centro.
Cuando describe un ángulo dθ, *cada* punto de su borde recorre una distancia **ds** = $r.d\theta$.
Una fuerza F_{tan} *que actúe tangencialmente sobre la rueda durante* este desplazamiento realizará un trabajo
$dW = F_{tan}.ds = F_{tan}.\ r.d\theta$
Como $F.r$ *es el* torque τ *debido a esa fuerza, el trabajo* realizado puede escribirse como:

$$dW = \tau.\,d\theta$$





Trabajo total *W efectuado por el torque durante un desplazamiento angular de* θ_1 a θ_2 se obtendría integrando esta expresión entre θ_1 a θ_2.
Si el torque es *constante y el ángulo cambia en una cantidad finita* $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$:

$$W = \tau.\Delta\theta$$

TRABAJO Y POTENCIA EN ROTACIONES

Si la **fuerza** tuviera una **componente axial o radial** esta componente **no efectuaría trabajo**: pues el desplazamiento es tangencial.
Una componente de fuerza axial o radial **tampoco contribuiría al torque** alrededor del eje de rotación, por lo que **las ecuaciones son correctas para *cualquier fuerza, independientemente de sus componentes*.**

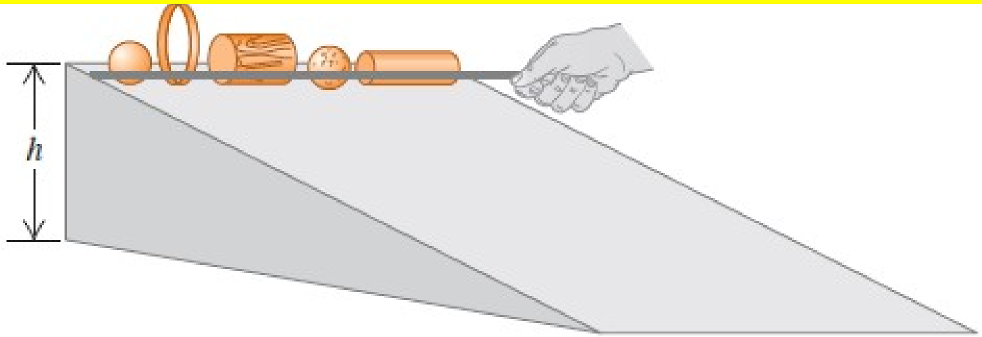
$$dW = \tau . d\theta$$

Dividiendo ambos miembros entre *dt (intervalo durante el que se da el desplazamiento angular), dW/dt es la rapidez con que se efectúa trabajo, o* ***potencia P**, y* $d\theta$*/dt es velocidad* angular ω

$$P = \tau . \omega$$

Si un torque τ *(con respecto al eje de rotación) actúa sobre un cuerpo que gira con velocidad* angular ω, *su potencia (rapidez con que efectúa trabajo) es el producto de* τ y ω.
Análogo de la relación que desarrollamos para el movimiento de partículas: $P = F.v$

Ejemplo: carrera de cuerpos rodantes



En la demostración de una clase de física, un profesor "pone a competir" diversos cuerpos rígidos redondos, soltándolos del reposo desde arriba de un plano inclinado (ver figura). ¿Qué forma debe tener un cuerpo para ser el primero en llegar a la base?

Video: https://www.youtube.com/watch?v=8psVQHHUEcI&ab_channel=wesphysdemowesphysdemo

Consideraciones:

La **fricción cinética no efectúa trabajo si los cuerpos ruedan sin resbalar (no hay desplazamiento)**. Por lo tanto, podemos utilizar **conservación de la energía**. Cada cuerpo parte del reposo desde arriba de una pendiente de altura *h, así que:*

$K_1 = 0,\ U_1 = Mgh$ *y* $U_2 = 0$ *(considero U=0 en la base del plano)*

La energía cinética en la base del plano está dada por la ecuación

$K = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm}\, \omega^2$

Como los cuerpos ruedan sin resbalar, $\omega = v_{cm}/R$.

Podemos expresar los momentos de inercia de los cuatro cuerpos redondos de la forma $I_{cm} = cMR^2$, *donde c es un número menor* que o igual a 1 que depende de la forma del cuerpo.

Nuestro objetivo es hallar el valor de *c que da al cuerpo la mayor rapidez* v_{cm} *después* de que su centro de masa ha descendido una distancia vertical *h.*

Ejemplo: carrera de cuerpos rodantes

Conservación de la energía mecánica: $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$$

$$Mgh = \tfrac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2 + \tfrac{1}{2}cMR^2\left(\frac{v_{\text{cm}}}{R}\right)^2$$

$$Mgh = \tfrac{1}{2}(1 + c)Mv_{\text{cm}}^2$$

$$v_{\text{cm}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + c}}$$

Para un valor dado de *c, la rapidez* ***v_{cm} una vez que se ha*** **descendido una distancia *h no depende de la masa M del cuerpo ni de* su radio *R*.**

Todos los cilindros sólidos uniformes tienen la misma rapidez abajo, sin importar sus masas y sus radios. Todos los valores de *c nos indican que el orden de llegada para los cuerpos uniformes* será el siguiente:

1. **cualquier esfera sólida (c= 2/5),**
2. **cualquier cilindro sólido (c=1/2)**,
3. **cualquier esfera hueca de pared delgada (c=2/3)**, y
4. **cualquier cilindro hueco de pared delgada (c=1) .**

Los cuerpos con *c pequeña siempre vencen a los cuerpos con c grande* porque menos de su energía cinética se dedica a la rotación y más a la traslación

Ejercicio 5.11

Cuatro objetos homogéneos, un aro, un cilindro sólido, una esfera sólida y una cáscara esférica delgada tienen una masa de 4,80 kg y un radio de 0,230 m cada uno.

a) Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando rota sobre los ejes que pasan por su centro de gravedad.

b) Suponga que cada objeto está rodado hacia abajo de una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de la más alta a la más baja.

c) Ordene las energías cinéticas rotatorias de los objetos de mayor a menor cuando los objetos ruedan hacia abajo en la rampa.

$$Mgh = \tfrac{1}{2}(1 + c)Mv_{\mathrm{cm}}^2$$

$$v_{\mathrm{cm}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + c}}$$

Para un valor dado de *c, la rapidez* ***v_{cm} una vez que se ha* descendido una distancia *h no depende de la masa M del cuerpo ni de* su radio *R*.**

Todos los cilindros sólidos uniformes tienen la misma rapidez abajo, sin importar sus masas y sus radios. Todos los valores de *c nos indican que el orden de llegada para los cuerpos uniformes* será el siguiente:

1. **cualquier esfera sólida (c= 2/5),**
2. **cualquier cilindro sólido (c=1/2)**,
3. **cualquier esfera hueca de pared delgada (c=2/3)**, y
4. **cualquier cilindro hueco de pared delgada (c=1) .**

Ejercicio 5.11

Cuatro objetos homogéneos, un aro, un cilindro sólido, una esfera sólida y una cáscara esférica delgada tienen una masa de 4,80 kg y un radio de 0,230 m cada uno.

a) Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando rota sobre los ejes que pasan por su centro de gravedad.

b) Suponga que cada objeto está rodado hacia abajo de una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de la más alta a la más baja.

c) Ordene las energías cinéticas rotatorias de los objetos de mayor a menor cuando los objetos ruedan hacia abajo en la rampa.

$$Mgh = K_T + K_{ROT}$$

Entonces los que van a tener mayor energía cinética de rotación son los que tienen menor energía cinética de traslación, entonces queda el orden inverso

$$K_{ROT\ aro} > K_{ROT\ cáscara\ esférica} > K_{ROT\ cilindro} > K_{ROT\ esfera}$$