

# 17- Momento lineal y choques



- Momento lineal o cantidad de movimiento o ímpetu.
- Impulso.
- Conservación del momento lineal.
- Colisiones



# MOMENTO LINEAL E IMPULSO

**Momento lineal o cantidad de movimiento o ímpetu**

**Momento lineal (o cantidad de movimiento o ímpetu )  $\vec{p}$**  de un objeto (partícula) de masa  $m$  y velocidad  $\vec{v}$ :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Unidades del SI para momento lineal son: kg.m/s.

Cantidad vectorial con la misma dirección y sentido que la velocidad .

Sus componentes en dos dimensiones serían:  $p_x = mv_x$  y  $p_y = mv_y$

La magnitud de la cantidad de movimiento  $p$  de un objeto de masa  $m$  puede relacionarse a su energía cinética  $K$ :

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

**Segunda ley de Newton en términos del momento lineal:**

**La fuerza neta (suma vectorial de todas las fuerzas) que actúa sobre una partícula es igual a la rapidez de cambio del momento lineal de la partícula.**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Forma original que Newton planteó su 2da. ley (él llamó *momentum al momento lineal*).

**Recordar que solo es válida en marcos de referencia inerciales.**

# MOMENTO LINEAL E IMPULSO

Si la fuerza neta es constante, o consideramos una fuerza media, podemos escribir:

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\text{cambio en la cantidad de movimiento}}{\text{intervalo de tiempo}} = \vec{F}_{\text{neta}}$$

**La cantidad de movimiento lineal del objeto se conserva cuando la fuerza neta es cero.**

Si una fuerza constante  $\mathbf{F}$  actúa sobre un objeto, el **impulso** / que se entrega al objeto en un lapso  $\Delta t$  *está dado por:*

$$\bar{I} = \bar{F} \Delta t$$

Estrictamente, el impulso asociado a una fuerza cualquiera  $F$ , que actúa sobre un cuerpo entre los instantes  $t_1$  y  $t_2$  se define como:

$$\bar{I} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{F} dt$$

**Unidad SI: kilogramo por metro sobre segundo (kg .m/s)**

Impulso es una cantidad vectorial con la misma dirección y sentido que la fuerza que actúa sobre el objeto.

# MOMENTO LINEAL E IMPULSO

Cuando actúa una fuerza neta constante  $\bar{F}$ , teníamos que:

$$\frac{\Delta \bar{p}}{\Delta t} = \bar{F}_{neta}$$

Podemos describirla de la siguiente forma:

$$\bar{I} = \bar{F} \Delta t = \Delta \bar{p} = \bar{p}_f - \bar{p}_i = m \bar{v}_f - m \bar{v}_i$$

Esto es un caso especial del **teorema impulso-cantidad de movimiento**. La ecuación anterior muestra que **el impulso de la fuerza que actúa en un objeto es igual al cambio en la cantidad de movimiento**.

$$\bar{I} = \Delta \bar{p}$$

**Teorema impulso-cantidad de movimiento:** el cambio del momento lineal (cantidad de movimiento) de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual al impulso de la fuerza neta que actúa sobre la partícula durante ese intervalo

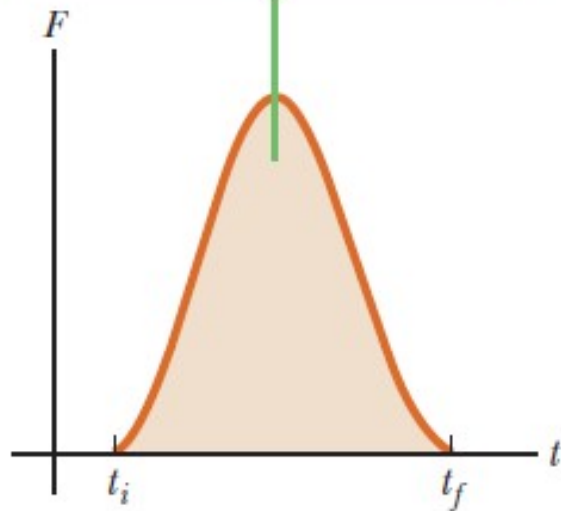
En situaciones reales, la fuerza en un objeto rara vez es constante.

Por ejemplo, cuando un bate golpea una pelota, la fuerza aumenta en forma abrupta, alcanza algún valor máximo y después disminuye con rapidez.

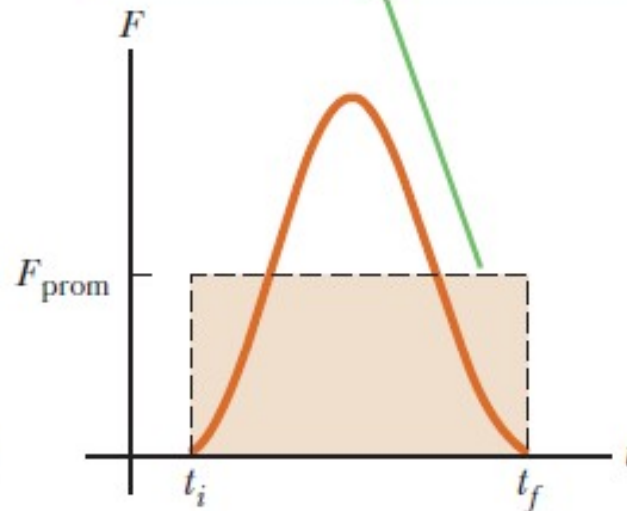
La figura siguiente muestra una gráfica de fuerza en términos del tiempo para tal acontecimiento.

# MOMENTO LINEAL E IMPULSO

El impulso es igual al área bajo la fuerza contra la curva de tiempo.



El impulso de la fuerza promedio es igual al impulso de la fuerza real que varía con el tiempo.



Al comienzo la fuerza es pequeña conforme el bate se pone en contacto con la pelota, se eleva a un valor máximo cuando están firmemente en contacto y a continuación decae conforme la pelota deja el bate.

Con la finalidad de analizar esta interacción algo compleja, es útil definir una **fuerza promedio**  $F_{prom}$  indicada como la línea discontinua en la figura. Esta fuerza promedio es la fuerza constante que entrega el mismo impulso al objeto en el tiempo  $\Delta t$  conforme la fuerza verdadera varía en el tiempo. En tal caso podemos escribir el teorema impulso-cantidad de movimiento como:  $\bar{I} = \bar{F}_{prom} \Delta t = \Delta \bar{p}$

La magnitud del impulso entregado por una fuerza durante el tiempo  $\Delta t$  es igual al área bajo la curva en términos del tiempo como en la figura a) o bien, equivalentemente, a  $F_{prom} \Delta t$  como se muestra en la figura b).

## Ejemplo- ejercicio 6.1

Pedro lanza una pelota de frontón de mano, de 120 g, hacia la pared, para que choque con ella a una velocidad de 10,0 m/s formando un ángulo de 45,0° con el muro. Rebota con la misma rapidez. ¿Qué impulso impartió la pared a la pelota? ¿Qué impulso impartió la pelota a la pared?



$$\mathbf{I} = \Delta \mathbf{p} = m\mathbf{v}_F - m\mathbf{v}_0$$

$$x) \quad I_x = mv_x - (m(-v_x)) = mv_x + mv_x = 2mv_x = 2mv \cos 45^\circ$$

$$y) \quad I_y = mv_y - (mv_y) = 0$$

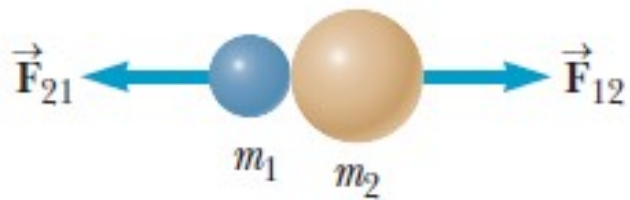
$$2mv \cos 45^\circ = 2(0,120 \text{ kg})(10,0 \text{ m/s}) \cos 45^\circ = 1,697 \text{ N}\cdot\text{s}$$

$$|\vec{I}_{\text{pared} \rightarrow \text{pelota}}| = 1,70 \text{ kg m/s} \quad , \quad \vec{I}_{\text{pared} \rightarrow \text{pelota}} = -\vec{I}_{\text{pelota} \rightarrow \text{pared}}$$

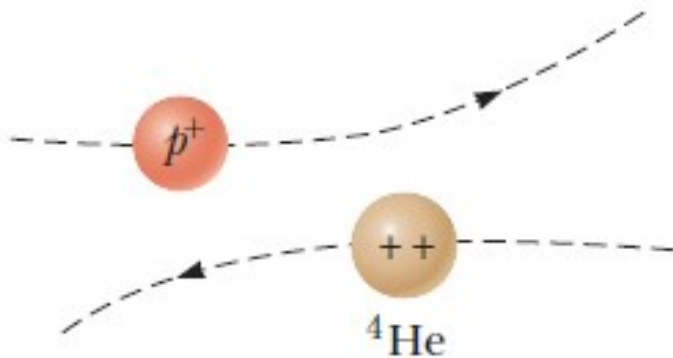
# CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

**Sistema aislado:** aquel en el que no existen fuerzas externas que actúen sobre el mismo.

En una colisión (choque) en un sistema aislado, la cantidad de movimiento total del sistema no cambia con el tiempo, permanece constante.



a



b

Las cantidades de movimiento de objetos individuales en el sistema pueden cambiar, pero la suma vectorial de *todas las cantidades de movimiento* no cambia..

**Por lo tanto, se dice que la cantidad de movimiento total se debe conservar.**

Una colisión puede ser el resultado del contacto físico entre dos objetos (figura a).

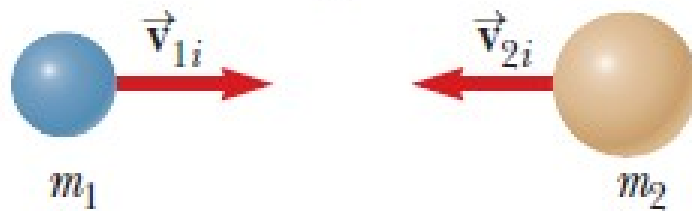
Como cuando se golpean entre sí un par de bolas de billar o el puntapié a una pelota de fútbol. .

Durante una colisión microscópica, las partículas no necesitan tocarse en el sentido normal con la finalidad de interactuar y transferir cantidad de movimiento.

La figura b) muestra dos cargas positivas que se repelen entre sí.

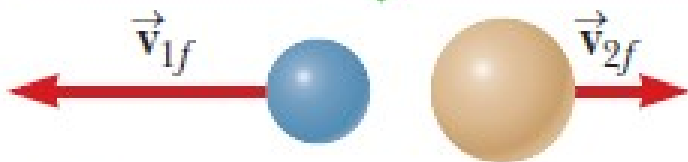
# CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

Antes de la colisión, estas partículas tienen velocidades iguales pero opuestas.



a

Después de la colisión, ambas velocidades cambian, pero la cantidad total de movimiento del sistema permanece igual.



b

La figura muestra un **sistema aislado** de dos partículas antes y después de que colisionan.

Antes de la colisión, las velocidades de las dos partículas son  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_2$ , el subíndice  $i$  indica inicial mientras que el  $f$ , final.

El teorema impulso-cantidad de movimiento aplicado a  $m_1$ ;

$$\bar{\mathbf{F}}_{21}\Delta t = m_1\bar{\mathbf{v}}_{1f} - m_1\bar{\mathbf{v}}_{1i}$$

Aplicado a  $m_2$

$$\bar{\mathbf{F}}_{12}\Delta t = m_2\bar{\mathbf{v}}_{2f} - m_2\bar{\mathbf{v}}_{2i}$$

$\mathbf{F}_{21}$  es la fuerza promedio ejercida por  $m_2$  sobre  $m_1$  durante la colisión, y  $\mathbf{F}_{12}$  es la fuerza promedio ejercida por  $m_1$  sobre  $m_2$  durante la colisión.

La tercera ley de Newton establece que todas las veces estas dos fuerzas son iguales en magnitud y dirección y con sentidos opuestos  $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$ . Además, las dos fuerzas actúan en el mismo lapso.



# CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

Entonces:  $\bar{\mathbf{F}}_{21}\Delta t = -\bar{\mathbf{F}}_{12}\Delta t$

Por lo que se cumple:  $m_1\bar{\mathbf{v}}_{1f} - m_1\bar{\mathbf{v}}_{1i} = -(m_2\bar{\mathbf{v}}_{2f} - m_2\bar{\mathbf{v}}_{2i})$

Reordenando tenemos que:  $m_1\bar{\mathbf{v}}_{1i} + m_2\bar{\mathbf{v}}_{2i} = m_1\bar{\mathbf{v}}_{1f} + m_2\bar{\mathbf{v}}_{2f}$

Este resultado es un caso especial del principio de **conservación de la cantidad de movimiento** y es verdadero para sistemas aislados que contienen cualquier número de objetos interactuando.

**Cuando no hay una fuerza externa neta que actúe sobre un sistema, el impulso total del sistema se mantiene constante en el tiempo.**

Una característica importante de aplicar esta ley de conservación es la definición de **sistema aislado**.

El salto hacia arriba de una persona desde el reposo parece que viola la conservación de cantidad de movimiento, debido a que originalmente su cantidad de movimiento es cero y repentinamente está dejando la superficie del piso con velocidad  $\mathbf{v}$ , sin embargo la persona no está en un sistema aislado.

En el salto, ejerce una fuerza hacia abajo sobre la Tierra, cambiando su cantidad de movimiento. Este cambio en la cantidad de movimiento de la Tierra no es sensible debido a la enorme masa de la Tierra comparada con la de la animadora.

**Cuando se define que el sistema es *la persona y la Tierra*, se conserva la cantidad de movimiento.**

# CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

Principio de acción y reacción, junto con el intercambio de cantidad de movimiento entre dos objetos, es responsable del fenómeno conocido como **retroceso**.

Esta reacción es un ejemplo de retroceso; también sucede cuando dispara un arma o se tira una flecha.

La conservación de cantidad de movimiento proporciona una manera directa de calcular tales efectos.

Definimos el **momento lineal total del sistema** de dos partículas como la suma vectorial de los momentos lineales de las partículas individuales.

**Si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre un sistema es cero, el momento lineal total del sistema es constante.**



# CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL Y CHOQUES

**Choque:** cualquier interacción intensa entre cuerpos, con duración relativamente corta.

Incluimos accidentes automovilísticos, bolas que chocan en una mesa de billar, neutrones que inciden sobre núcleos atómicos, impacto de un meteorito sobre el terreno, y el encuentro cercano de una nave espacial con un planeta.

Si las fuerzas entre los cuerpos son mucho mayores que las externas, como suele suceder en la mayoría de los choques, podemos ignorar las fuerzas externas y **tratar los cuerpos como un sistema aislado**.

El **momento lineal del sistema se conserva** y tendrá el mismo valor antes y después del choque.

Dos automóviles que chocan en un cruce cubierto de hielo son un buen ejemplo. Incluso dos automóviles que chocan en pavimento seco se pueden tratar como un sistema aislado durante la colisión si las fuerzas entre los autos son mucho mayores que las fuerzas de fricción del pavimento contra los neumáticos.

# COLISIONES

Para cualquier tipo de colisión, la **cantidad de movimiento total** del sistema antes y después son iguales siempre que consideremos un sistema aislado.

La **energía cinética total**, por una parte, generalmente no se conserva en una colisión ya que algo de la energía cinética se convierte en energía interna, energía sonora y el trabajo necesario para deformar de manera permanente los objetos involucrados, como los automóviles en un choque.

Una **colisión inelástica** se define como una colisión en la que **la cantidad de movimiento se conserva, pero la energía cinética no**. La colisión de una pelota de goma con una superficie dura es inelástica, debido a que algo de la energía cinética se pierde cuando la pelota se deforma durante el contacto con la superficie.

**Cuando dos objetos colisionan y quedan unidos**, la colisión se conoce como **perfectamente inelástica**. Por ejemplo, si dos pedazos de masilla colisionan, quedan pegados y se mueven con alguna velocidad común después de la colisión. Si un meteorito choca contra la Tierra, se hunde en ésta y la colisión se considera perfectamente inelástica.

Una **colisión elástica** se define como una en la que **se conservan la energía cinética y la cantidad de movimiento**. Las colisiones de bolas de billar y de moléculas de aire con las paredes de un recipiente a temperaturas normales son altamente elásticas.

# COLISIONES

Las colisiones macroscópicas por ejemplo entre bolas de billar son sólo aproximadamente elásticas, a causa de que se presenta cierta pérdida de energía cinética, por ejemplo, en el sonido que se produce cuando dos bolas se golpean. No obstante, las colisiones elásticas se presentan entre partículas atómicas y subatómicas.

Las colisiones perfectamente elásticas e inelásticas son casos *límites*, *la mayoría de las colisiones se encuentran dentro de la escala entre ellas*.

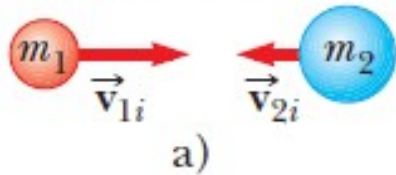
Los tipos de colisiones se pueden resumir como sigue:

- En una **colisión elástica**, se conservan la cantidad de movimiento y la energía cinética.
- En una **colisión inelástica**, se conserva la cantidad de movimiento, pero la energía cinética no.
- En una **colisión perfectamente inelástica**, *se conserva la cantidad de movimiento*, la energía cinética no, y los dos objetos quedan unidos después de la colisión, de tal modo que sus velocidades al final son la misma.

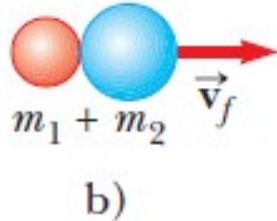
Veremos solamente colisiones perfectamente inelásticas y colisiones elásticas en una dimensión. 

# CHOQUE TOTALMENTE INELÁSTICO

Antes de la colisión



Después de la colisión



Choque totalmente inelástico, los cuerpos quedan unidos y por tanto tienen la misma velocidad.

Modelamos el sistema como aislado, es decir despreciamos el efecto de las fuerzas externas, por tanto el momento lineal se conserva.

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$$

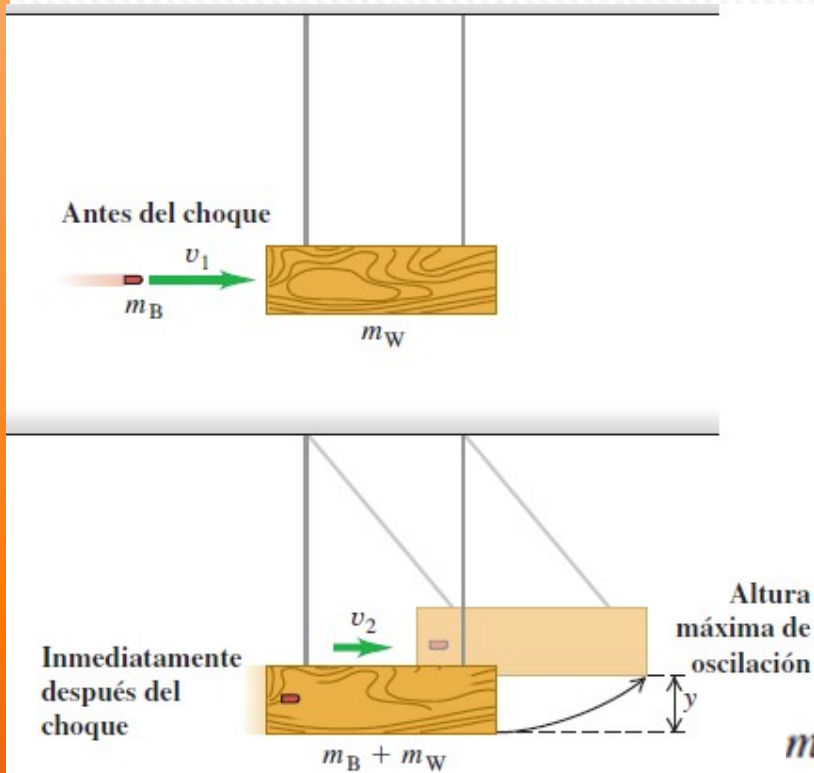
$$\vec{v}_f = \frac{m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Un choque en el que la energía cinética total final es menor que la inicial es un **choque inelástico**.

Un choque inelástico en el que los cuerpos chocan y se mueven como uno solo después de la colisión es un **choque totalmente inelástico**.



## Ejemplo: ejercicio 6.4



La figura muestra un péndulo balístico, un sistema sencillo para medir la rapidez de un proyectil. La bala, con masa  $m_B$ , tiene un choque totalmente inelástico con un bloque de madera de masa  $m_W$  que cuelga como péndulo. Después del impacto, el bloque oscila hasta una altura máxima  $y$ . En términos de  $y$ ,  $m_B$  y  $m_W$ , ¿qué rapidez inicial  $v_1$  tiene la bala?

b) ¿Qué velocidad debería tener una bala de 40,0 g para que un bloque de 5,00 kg alcance una altura de 30,0 cm?

Conservación del momento lineal:

$$m_B v_1 = (m_B + m_W) v_2$$

$$v_1 = \frac{m_B + m_W}{m_B} v_2$$

Conservación de la energía después del choque:

$$\frac{1}{2} (m_B + m_W) v_2^2 = (m_B + m_W) g y$$

$$v_2 = \sqrt{2gy}$$

$$v_1 = \frac{m_B + m_W}{m_B} \sqrt{2gy}$$

$$v_1 = \frac{40,0 + 5000}{40,0} \sqrt{2(9,8)(0,300)} = 305,54 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 306 \text{ m/s}$$

# Choques elásticos

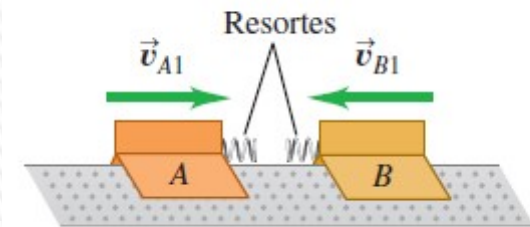
Si las **fuerzas** entre los cuerpos son **conservativas**, de manera **que no se pierde ni gana energía mecánica en el choque**, la **energía cinética total del sistema es la misma antes y después del choque**.

Esto se denomina **choque elástico**.

Un choque entre dos canicas o dos bolas de billar es casi totalmente elástico.

La figura muestra un **modelo de choque elástico**.

a) Antes del choque

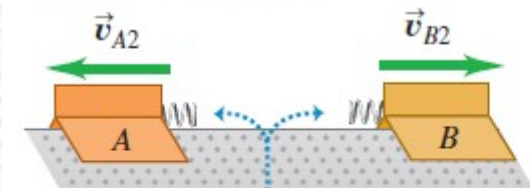


b) Choque elástico



La energía cinética se almacena como energía potencial en los resortes comprimidos.

c) Después del choque

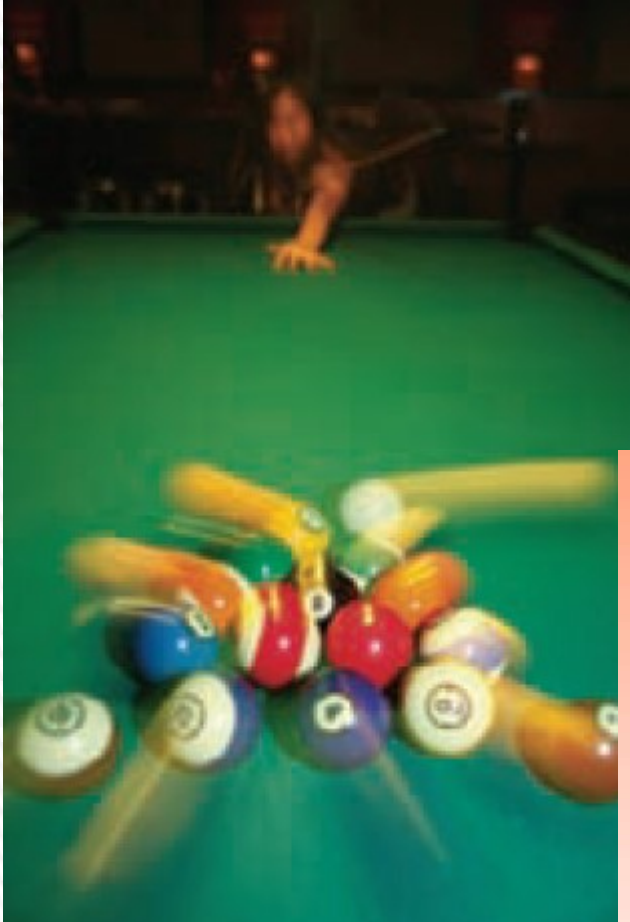


El sistema de los dos deslizadores tiene la misma energía cinética después del choque que antes de este.



# CHOQUES ELÁSTICOS

**Choque elástico en un sistema aislado** es uno en el que se conserva la energía cinética, y obviamente el momento lineal.



Si chocan dos bolas de billar, se aplastan un poco cerca de la superficie de contacto, pero luego rebotan. Parte de la energía cinética se almacena temporalmente como energía potencial elástica, pero al final se convierte una vez más en energía cinética.

Choque elástico entre dos cuerpos  $A$  y  $B$  en una dimensión, con todas las velocidades en la misma línea, la que elegimos como eje  $x$ .

Los momentos lineales y las velocidades solo tienen componentes  $x$ .

Llamamos  $v_{1i}$  y  $v_{2i}$  a las velocidades  $x$  antes del choque, y  $v_{1f}$  y  $v_{2f}$  a las velocidades después del choque.

# CHOQUES ELÁSTICOS



$$m_1 \bar{v}_{1i} + m_2 \bar{v}_{2i} = m_1 \bar{v}_{1f} + m_2 \bar{v}_{2f}$$

Conservación del momento lineal:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (1)$$

Conservación de la energía cinética:  $\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$  (2)

Operando se llega al siguiente resultado:  $(v_{1i} - v_{2i}) = -(v_{1f} - v_{2f})$

Con esa ecuación y con la conservación del momento lineal se llega a que:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}$$



# CHOQUES ELÁSTICOS

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

Veamos el caso particular en que el objeto 2 está inicialmente en reposo ( $v_{2i}=0$ )

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

Si además las masas son iguales:  
 $m_1 = m_2$

$$v_{1f} = 0 \quad v_{2f} = v_{1i}$$

Si  $m_1 \ll m_2$ :

$$v_{1f} \cong -v_{1i} + 2v_{2i}$$

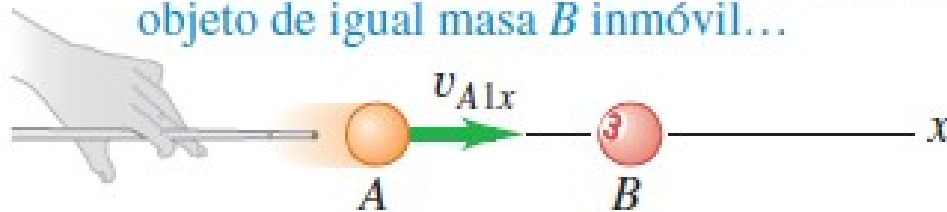
$$v_{2f} \cong v_{2i}$$

Si  $m_1 \gg m_2$ :

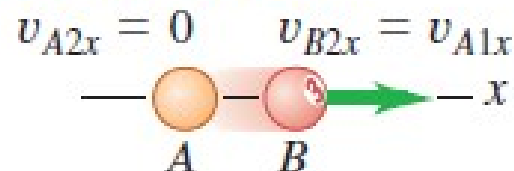
$$v_{1f} \cong v_{1i}$$

$$v_{2f} \cong 2v_{1i} - v_{2i}$$

Cuando un objeto A en movimiento tiene un choque elástico unidimensional con un objeto de igual masa B inmóvil...

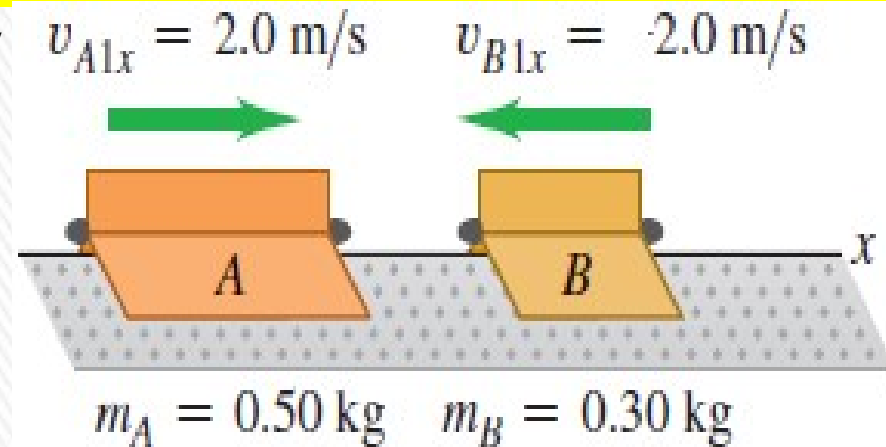


... todo el momento lineal y la energía cinética de A se transfieren a B.



## Ejemplo: ejercicio 6.7

Dos deslizadores de masas  $m_A = 0,50$  kg y  $m_B = 0,30$  kg se acercan uno al otro sobre un riel de aire sin fricción. El deslizador A tiene una velocidad inicial hacia la derecha  $v_{A1x} = 2,0$  m/s, mientras que el deslizador B se dirige hacia la izquierda con una velocidad  $v_{B1x} = 2,0$  m/s. Ambos deslizadores tienen agregados resortes ideales como parachoques, de modo que el choque sea elástico. ¿Cuáles son las velocidades finales de los deslizadores?



Vamos a aplicar directamente las expresiones vistas...

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

Para nuestro caso tenemos:  $m_1 = m_A = 0,50$  kg;  $m_2 = m_B = 0,30$  kg

$v_{1i} = v_{A1x} = +2,0$  m/s;  $v_{2i} = -v_{B1x} = -2,0$  m/s .

$$v_{Af} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{Ai} + \frac{2m_B}{m_A + m_B} (-v_{Bi}) = \frac{0,50 - 0,30}{0,50 + 0,30} 2,0 - \frac{2(0,30)}{0,50 + 0,30} 2,0 = -1,0 \text{ m/s}$$

$$v_{Bf} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{Ai} + \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} (-v_{Bi}) = \frac{2(0,50)}{0,50 + 0,30} 2,0 - \frac{(0,30 - 0,50)}{0,50 + 0,30} 2,0 = 3,0 \text{ m/s}$$

## Ejemplo: ejercicio 6.5

Una pelota de tenis de 57,0 g se mantiene justo arriba de un balón de basquetbol de 590 g de masa. Con sus centros verticalmente alineados, las dos pelotas son liberadas desde el reposo al mismo tiempo, para caer a lo largo de una distancia de 1,20 m, como se muestra en la figura.

- Calcule la magnitud de la velocidad hacia abajo con la que el balón alcanza el piso.
- Piense que una colisión elástica con el piso invierte de manera instantánea la velocidad del balón, mientras que la pelota de tenis todavía se está moviendo hacia abajo. A continuación, las dos pelotas se unen en una colisión elástica.  
¿A qué altura rebota la pelota de tenis y la de basquetbol?



**Video de clase**

**Hipótesis:** modelo ambas pelotas como partículas, ignoro la resistencia del aire y considero un sistema inercial (piso), considero positivas las velocidades que van hacia arriba.