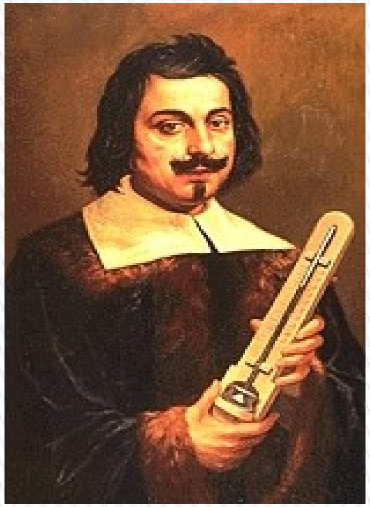
22-FLUIDOS- hidrodinámica

Arquímedes
-288 Siracusa,
-212 muerto por un soldado romano en el sitios a Siracusa. “Eureka, eureka! “

Blaise Pascal
19/6/1623, Francia. Muere en 1662. Matemático, físico, filósofo y teólogo. Inventó una máquina para sumar, la prensa hidráulica y la jeringa.



Evangelista Torricelli
15/10/1608, Florencia. . Muere en 1662. Físico y matemático. Inventó el barómetro.

Daniel Bernoulli
8/2/1700, Basilea. Muere en 1782. Físico , médico y matemático.

Mecánica de los fluidos

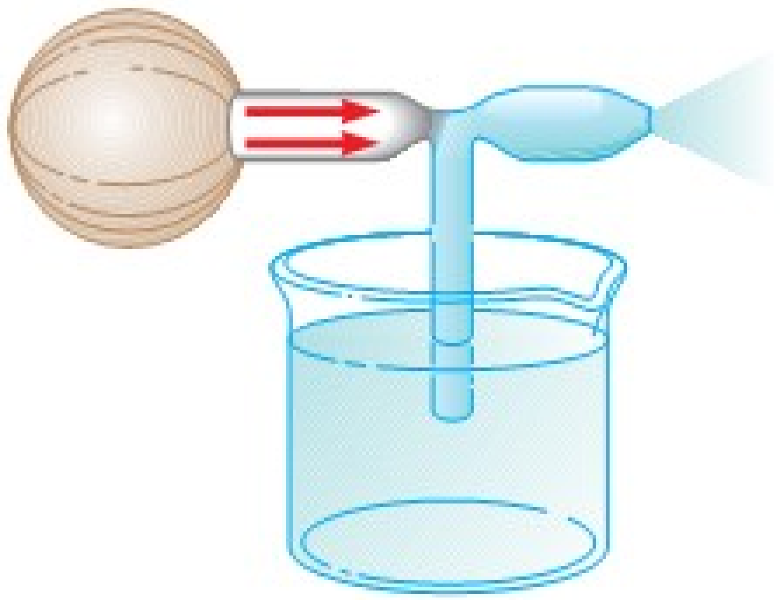
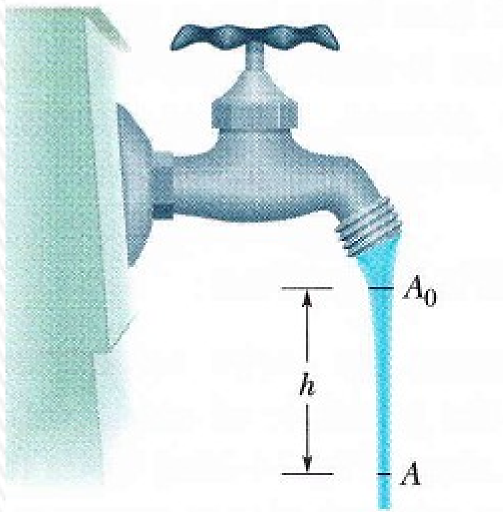


Figura 14.23 Una corriente de aire que pasa sobre un tubo sumergido en un líquido hace que el líquido se eleve en el tubo.



FLUJO DE FLUIDO

Flujo de fluidos : extremadamente complejo.

Algunas situaciones se pueden representar con modelos idealizados relativamente sencillos.

Fluido ideal: ***incompresible*** (es decir, su densidad no puede cambiar) y **no tiene viscosidad (fricción interna**).

Líquidos aproximadamente incompresibles en casi todas las situaciones,

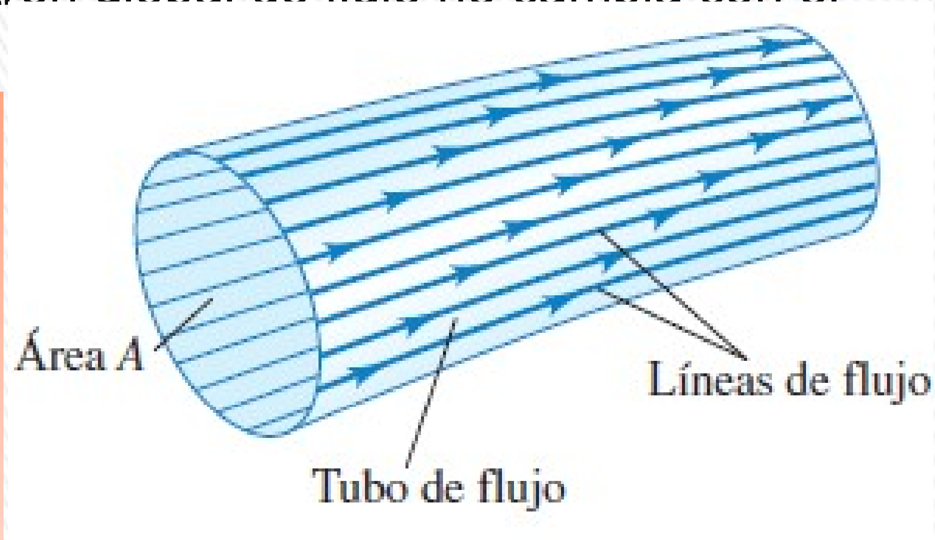
Gases: incompresible sólo si las diferencias de presión de una región a otra no son muy grandes.

Viscosidad o fricción interna: causa esfuerzos de corte cuando dos capas adyacentes de fluido se mueven una en relación con la otra, como cuando un fluido fluye dentro de un tubo o alrededor de un obstáculo. En algunos casos, se pueden despreciar estas fuerzas de corte en comparación con las fuerzas debidas a la gravedad y a diferencias de presión.

FLUJO DE FLUIDO

Línea de flujo o de corriente: trayectoria de una partícula en un fluido en movimiento.
Flujo estable o estacionario: el patrón global de flujo no cambia con el tiempo.

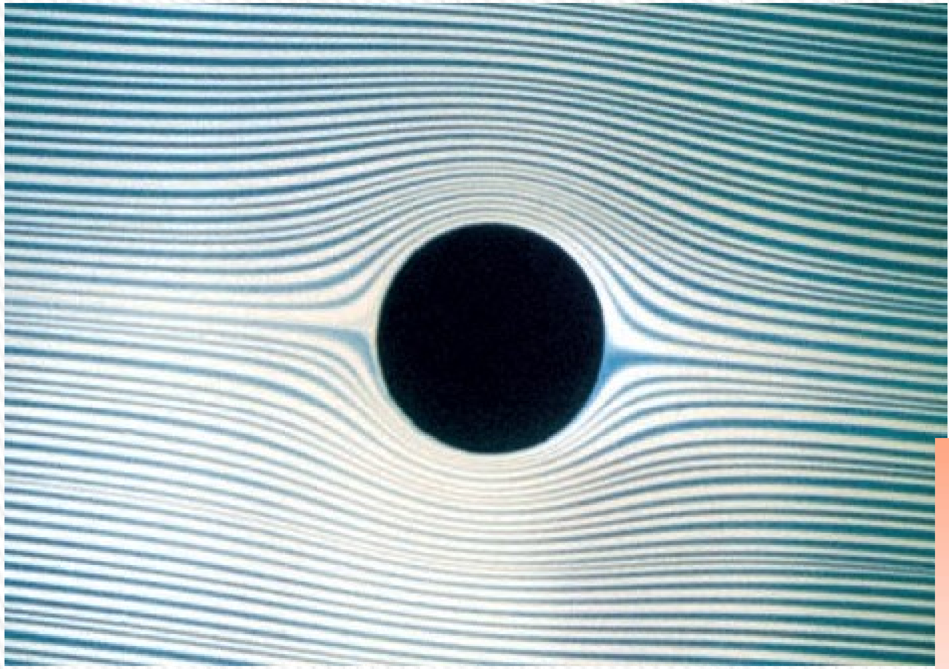
En un flujo estable, cada elemento que pasa por un punto dado sigue la misma línea de flujo.
El "mapa" de las velocidades del fluido en distintos puntos del espacio permanece constante, aunque la velocidad de una partícula específica pueda cambiar tanto en magnitud como en dirección durante su movimiento.

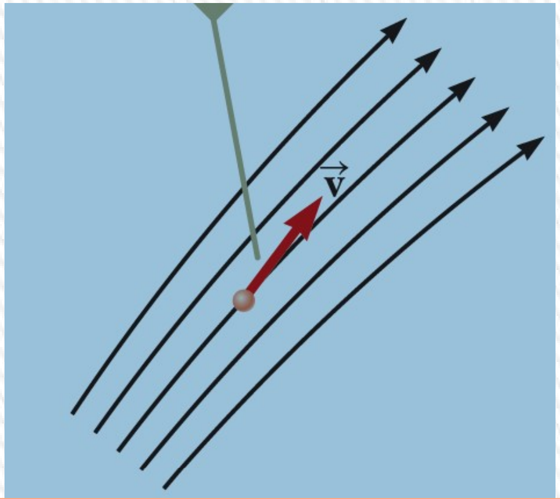


Las líneas de flujo que pasan por el borde de un elemento de área imaginario, como el área *A* forman un tubo llamado **tubo de flujo**.
A partir de la definición de línea de flujo, si el flujo es estable, el fluido no puede cruzar las paredes laterales de un tubo de flujo; los fluidos de diferentes tubos de flujo no pueden mezclarse.

FLUJO DE FLUIDO

Flujo laminar: las capas adyacentes de fluido se deslizan suavemente una sobre otra, y el flujo es estable.





Una partícula en un flujo laminar sigue una línea de corriente.
La velocidad de la partícula siempre es tangente la linea de corriente.

Si la rapidez de flujo es suficientemente alta, o si las superficies de frontera causan cambios abruptos en la velocidad, el flujo puede volverse irregular y caótico (flujo turbulento)

Flujo turbulento: no hay un patrón de estado estable; el patrón de flujo cambia continuamente, se vuelve irregular y caótico.

Características de flujo y de fluido ideal
Modelo a utilizar–

Un fluido en movimiento puede caracterizarse en uno de los dos tipos principales: **flujo laminar, estacionario o estable** en el que cada partícula sigue una trayectoria uniforme y nunca se cruzan, de modo que la velocidad del fluido en cualquier punto se mantiene constante en el tiempo, y el **flujo turbulento o no estable** en el que surgen torbellinos e irregularidades (ocurre a partir de cierta velocidad crítica.)
La **viscosidad** caracteriza el grado de fricción interna en el fluido.

Modelo: Fluido ideal:

- **no viscoso, e**
- **Incompresible.**

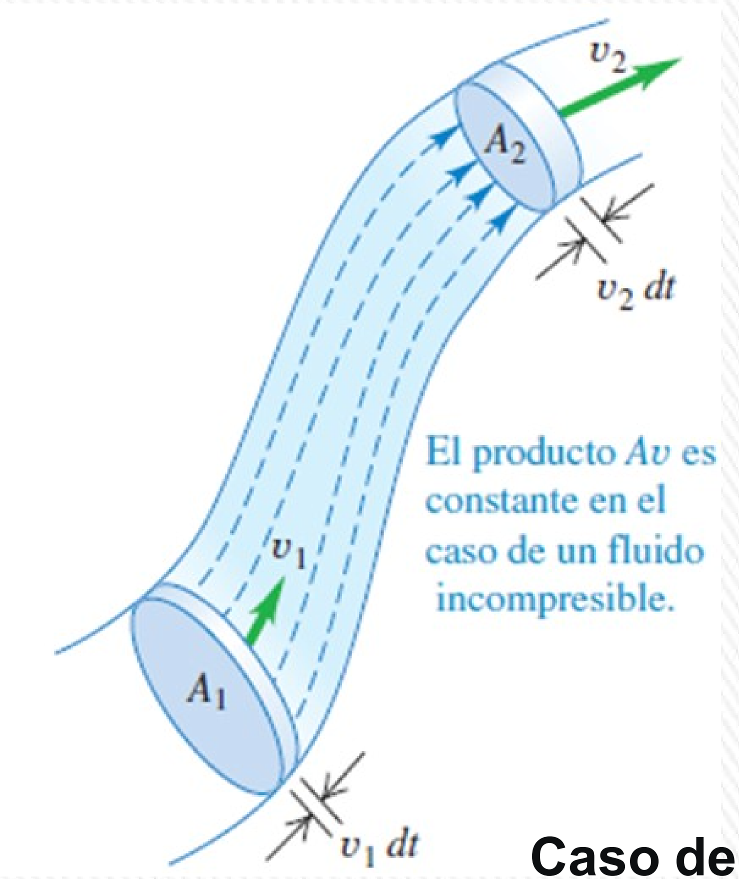
Flujo:

- **estacionario (estable o laminar) , e**
- **irrotacional (no hay momento angular del fluido alrededor de algún punto.)**

FLUJO DE FLUIDO

12.20 El flujo de humo que sale de estas varas de incienso es laminar hasta cierto punto; luego se vuelve turbulento.

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD



La masa de un fluido en movimiento no cambia al fluir: lo que conduce a una relación cuantitativa importante llamada **ecuación de continuidad**.

Tubo de flujo entre dos secciones transversales con áreas A_1 y A_2.
v_1 y v_2 son los valores de la rapidez del fluido en estas secciones

No fluye fluido a través de los costados del tubo porque la velocidad del fluido es tangente a la pared en todos sus puntos.

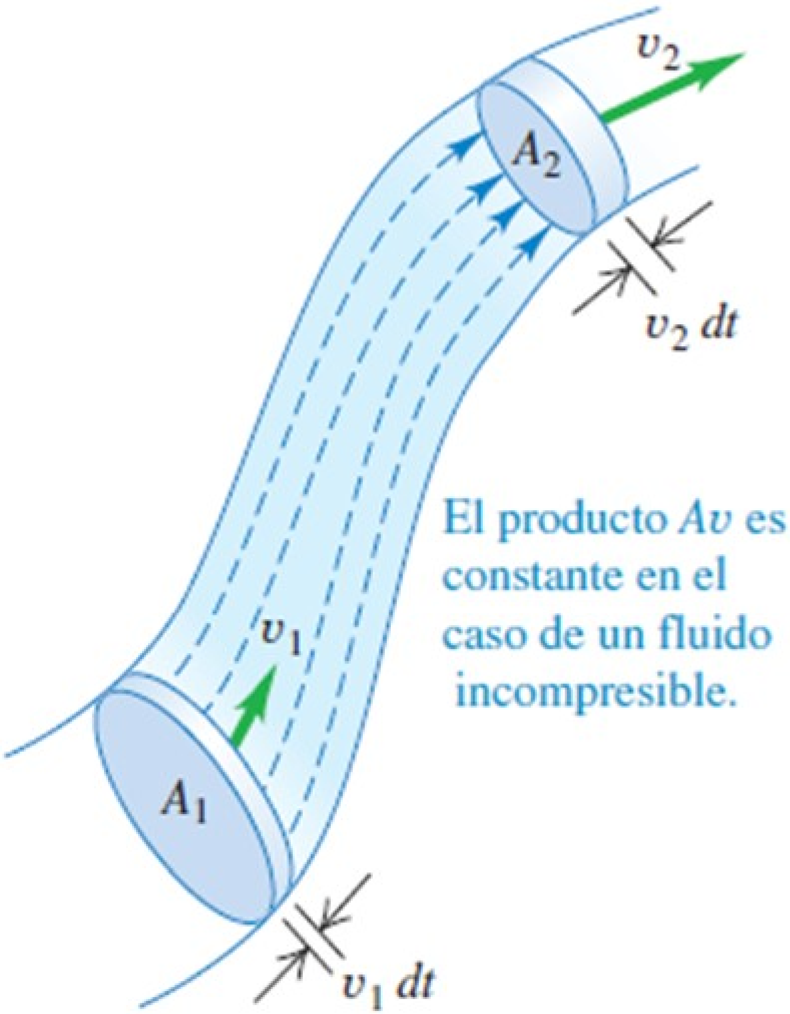
Caso de un fluido incompresible: la densidad ρ tiene el mismo valor en todos los puntos, se prueba que:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Si el fluido es compresible:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD



En un *dt*, el fluido en A_1 se mueve una distancia $v_l\,dt$, fluye hacia el tubo un cilindro de fluido de volumen $dV_1 = A_1 v_l\, dt$
En ese dt, un cilindro de volumen $dV_2 = A_2 v_2\, dt$ sale del tubo a través de A_2.

Caso de un fluido incompresible:
la densidad ρ tiene el mismo valor en todos los puntos.
La masa dm_1 que fluye al tubo por A_1 en el tiempo *dt* es: $dm_1 = \rho A_1 v_l\, dt$.

La masa dm_2 que sale por A_2 en el mismo tiempo es $dm_2 = \rho A_2 v_2\, dt$.

En flujo estable, la masa total en el tubo es constante, por lo que $dm_1 = dm_2$ y

$$\rho A_1 v_1 dt = \rho A_2 v_2 dt \qquad \boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

El producto *Av* es la ***rapidez del flujo de volumen o caudal*** *dV/dt*, la rapidez con que el volumen cruza una sección del tubo:

$$\frac{dV}{dt} = Av$$

La rapidez de flujo de *masa* es el flujo de masa por unidad de tiempo (gasto másico) a través de una sección transversal, y es igual a la densidad ρ multiplicada por la rapidez de flujo de volumen *dV/dt*.

El caudal tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo de cualquier tubo de flujo.

Si la sección transversal de un tubo de flujo disminuye, la rapidez aumenta, y viceversa.

El chorro de agua que sale de un grifo se adelgaza al adquirir rapidez durante su caída, pero *dV/dt* tiene el mismo valor en todo el chorro.

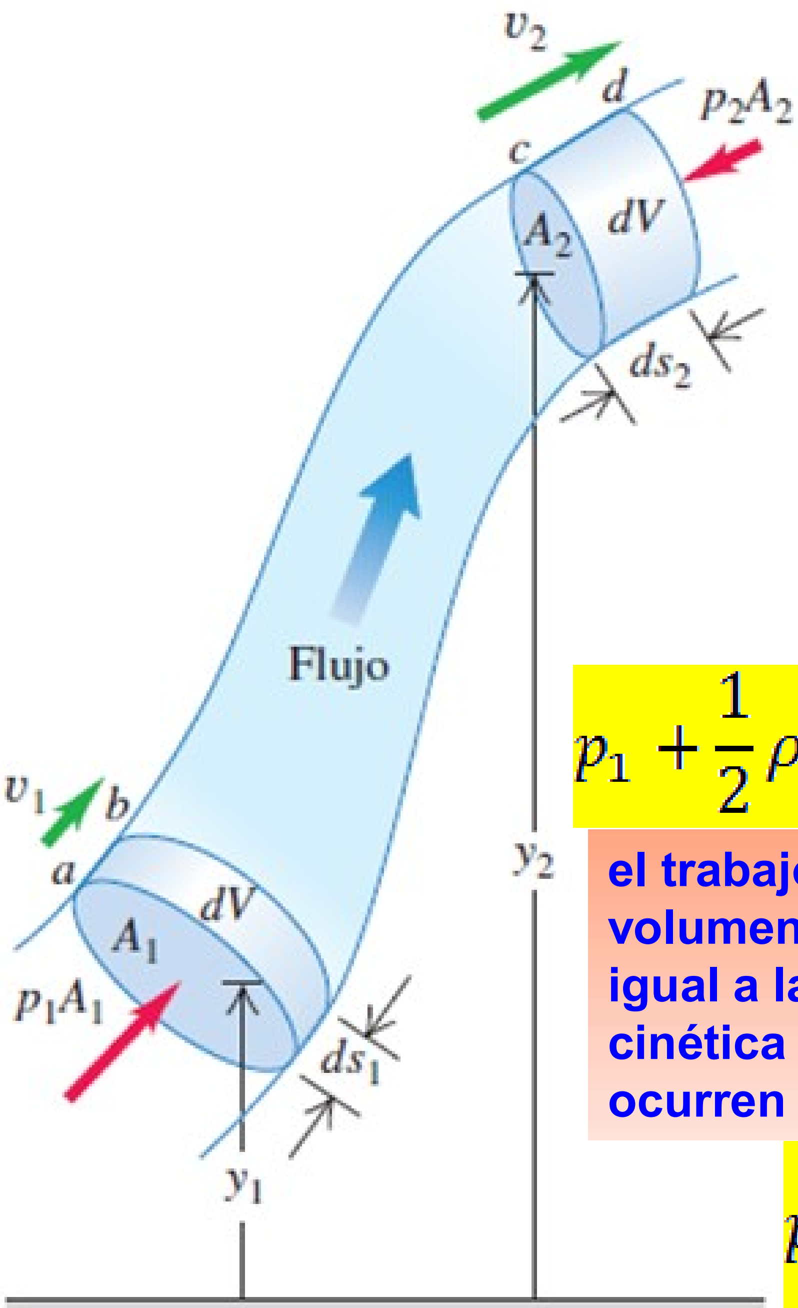
ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Dado que el flujo es continuo, el agua acelera cuando fluye por la parte estrecha o poco profunda del arroyo.

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Cuando regamos, y tapamos un poco el orificio de salida de la manguera, no estamos aumentando la presión (que siempre es la atmosférica)…
estamos aumentando la rapidez del agua que se rocía conforme el tamano de la abertura disminuye con el pulgar.

ECUACIÓN DE BERNOULLI



Modelo de fluido incompresible y no viscoso y flujo estacionario e irrotacional.

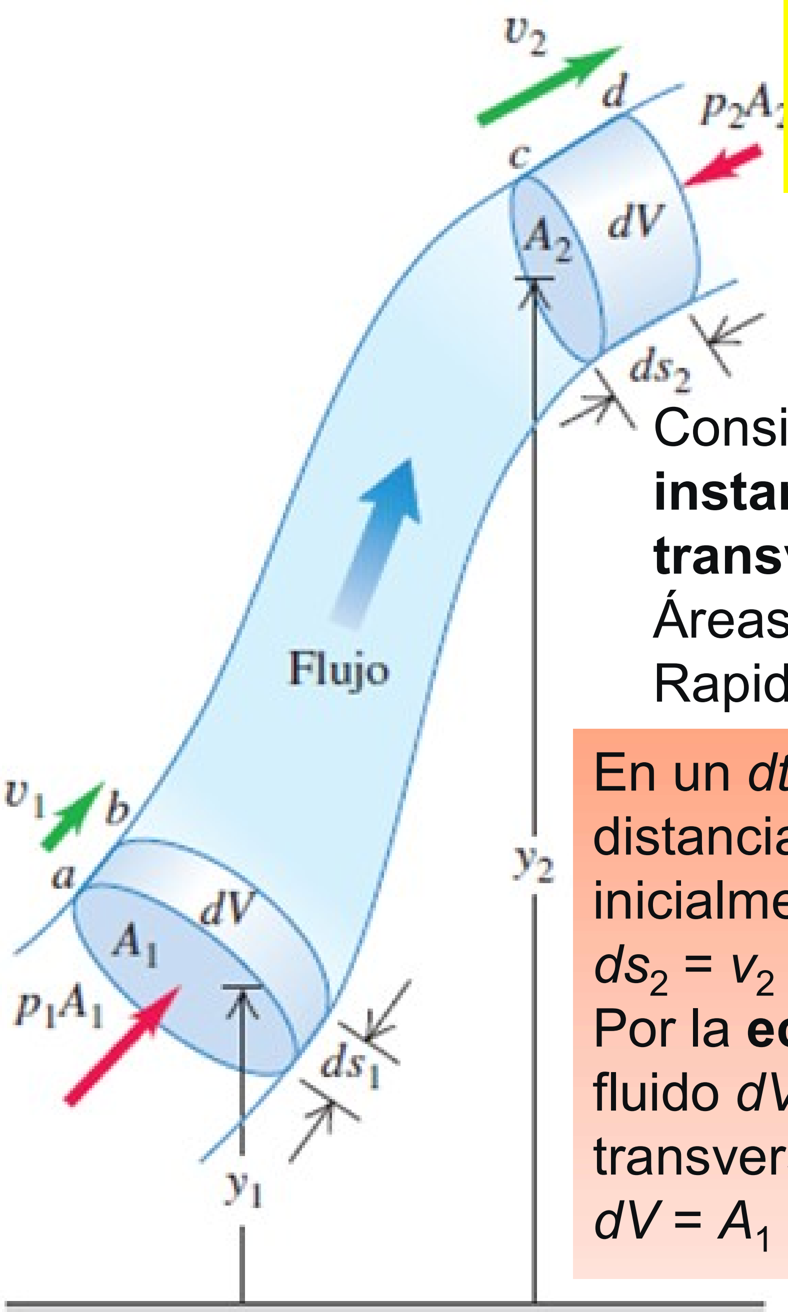
Esta ecuación se prueba si aplicamos **teorema del trabajo y energía** al fluido en una sección de un tubo de flujo (que inicialmente está entre a y c y luego pasa a la sección entre b y d) y usando además la ecuación de continuidad)

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

el trabajo efectuado sobre una unidad de volumen de fluido por el fluido circundante es igual a la suma de los cambios de las energías cinética y potencial por unidad de volumen que ocurren durante el flujo.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = cte.$$

ECUACIÓN DE BERNOULLI (demostración)



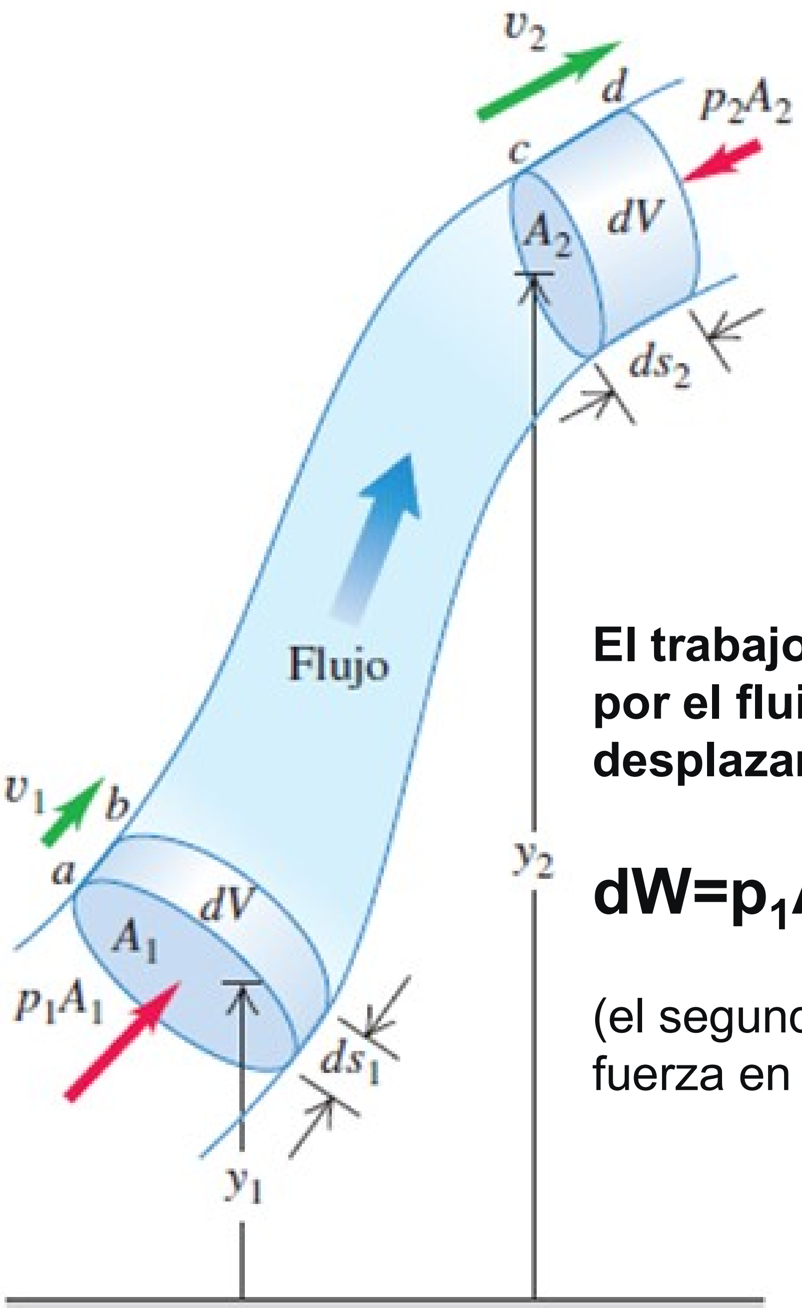
Modelo: fluido incompresible y no viscoso y flujo estacionario e irrotacional.

Aplicamos **teorema del trabajo y la energía** al fluido en una sección de un tubo de flujo.

Consideramos **elemento de fluido que en instante inicial está entre las secciones transversales *a* y *c***.
Áreas transversales en extremos son A_1 y A_2.
Rapidez en los extremos a y c son v_1 y v_2.

En un *dt*, el fluido se mueve de *a* a *b*, una distancia $ds_1 = v_1\,dt$, y el fluido que está inicialmente en *c* se mueve a *d*, una distancia $ds_2 = v_2\,dt$.
Por la **ecuación de continuidad**, el volumen de fluido *dV* que pasa por *cualquier* sección transversal durante el tiempo *dt* es el mismo.
$dV = A_1\,ds_1 = A_2\,ds_2$.

ECUACIÓN DE BERNOULLI (demostración)



Trabajo efectuado sobre este elemento de fluido durante *dt*.

Como no hay viscosidad **las únicas fuerzas no gravitacionales que efectúan trabajo sobre el elemento fluido se deben a la presión del fluido circundante**.

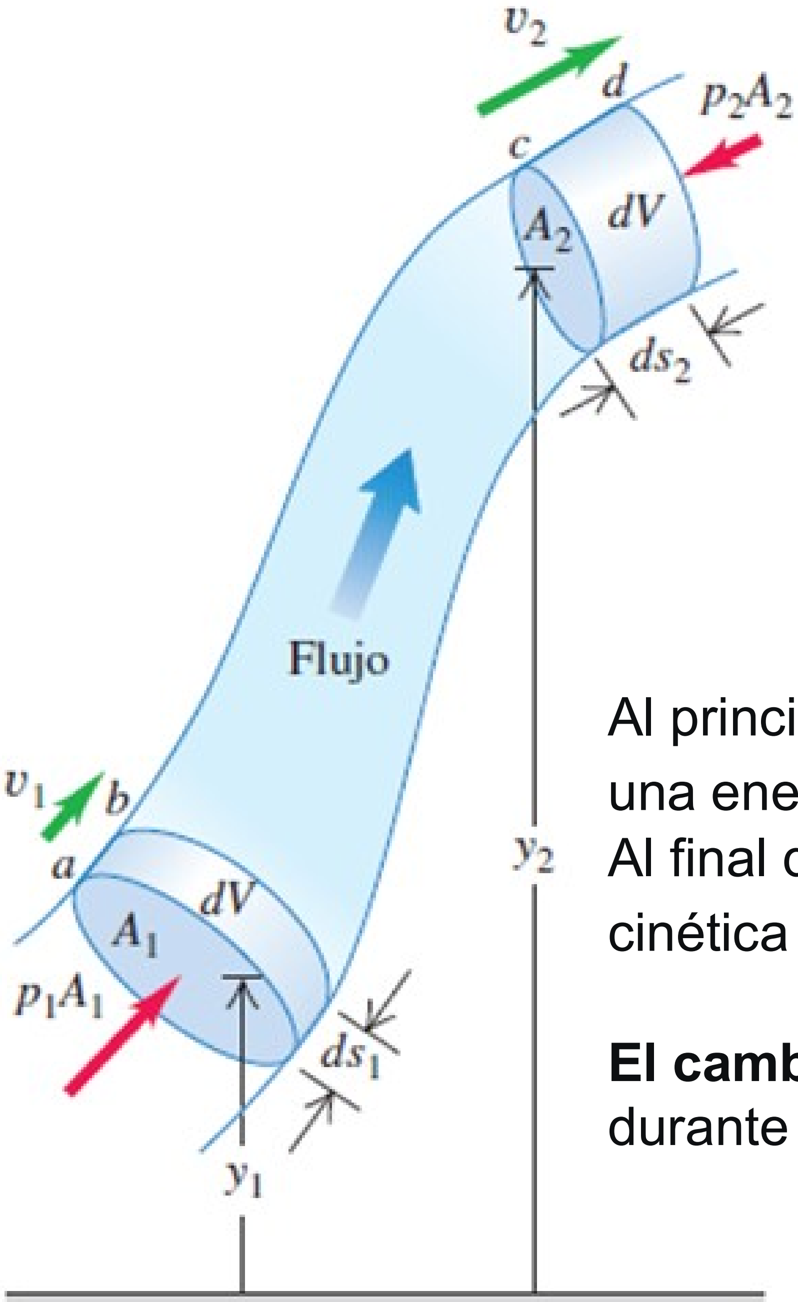
Las presiones en los extremos son p_1 y p_2; la fuerza sobre la sección transversal en *a* es $p_1 A_1$, y la fuerza en *c* es $p_2 A_2$.

El trabajo neto *dW* efectuado sobre el elemento por el fluido circundante durante este desplazamiento es:

$$dW = p_1A_1ds_1 - p_2A_2ds_2 = (p_1 - p_2)dV$$

(el segundo término tiene signo negativo porque la fuerza en *c* se opone al desplazamiento del fluido

ECUACIÓN DE BERNOULLI (demostración)



El **trabajo *dW*** se debe a fuerzas distintas de la fuerza de gravedad conservativa, así que es igual al cambio en la energía mecánica total (energía cinética más energía potencial gravitacional) asociada al elemento fluido.

$$dW = dK + dU,$$

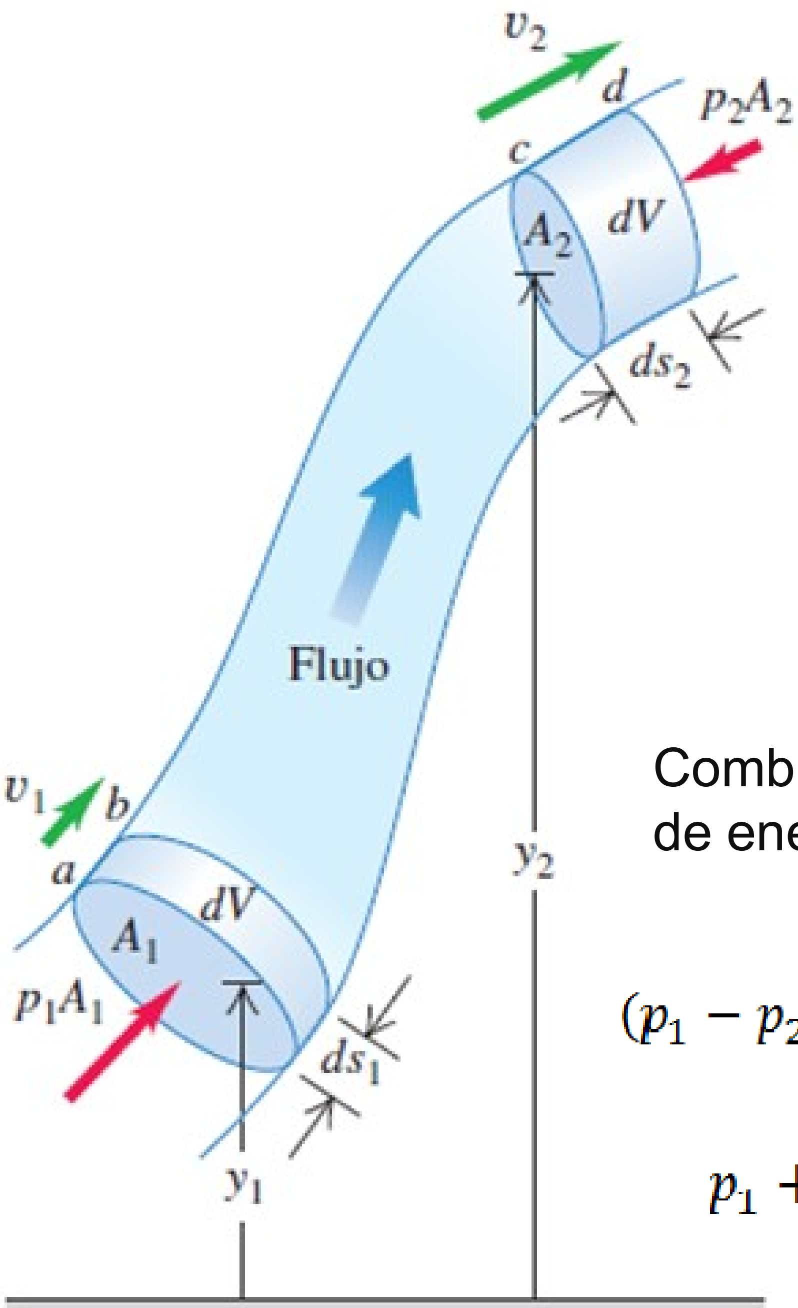
La energía mecánica para el fluido entre las secciones *b* y *c* no cambia.

Al principio de *dt*, el fluido entre *a* y *b* tiene una energía cinética $\frac{1}{2}\rho(A_1 ds_1)v_1^2$.
Al final de *dt*, el fluido entre *c* y *d* tiene energía cinética $\frac{1}{2}\rho(A_2 ds_2)v_2^2$.

El cambio neto de energía cinética *dK* durante *dt* es

$$dK = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)dV$$

ECUACIÓN DE BERNOULLI (demostración)



Cambio en la energía potencial gravitacional: al iniciar *dt*, la energía potencial para la masa que está entre *a* y *b* es $dm\, gy_1 = \rho dVgy_1$.
Al final de *dt*, la energía potencial para la masa que está entre *c* y *d* es $dm\, gy_2 = \rho dV\, gy_2$.
El cambio neto de energía potencial *dU* durante *dt* es:

$$dU = \rho dVg(y_2 - y_1)$$

Combinando las ecuaciones en la ecuación de energía: $dW = dK + dU$, obtenemos

$$(p_1 - p_2)dV = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)dV + \rho g(y_2 - y_1)dV$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

ECUACIÓN DE BERNOULLI

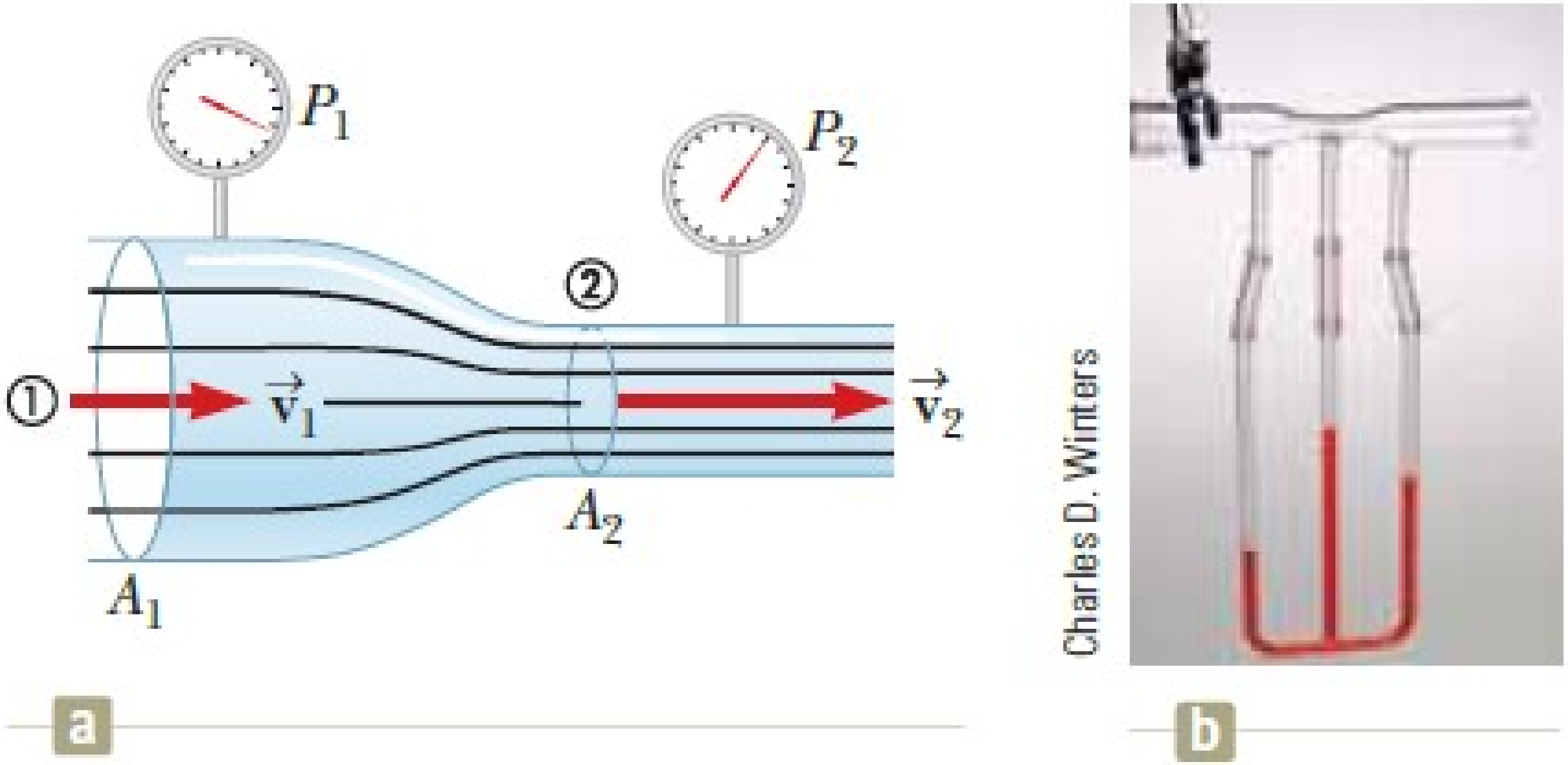
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Esta es la **ecuación de Bernoulli**, y dice que **el trabajo efectuado sobre una unidad de volumen de fluido por el fluido circundante es igual a la suma de los cambios de las energías cinética y potencial por unidad de volumen que ocurren durante el flujo**.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = cte.$$

Observar que si el fluido *no* se mueve (de manera que $v_1 = v_2 = 0$), la ecuación se reduce a la relación de presión que se dedujo para un fluido en reposo.

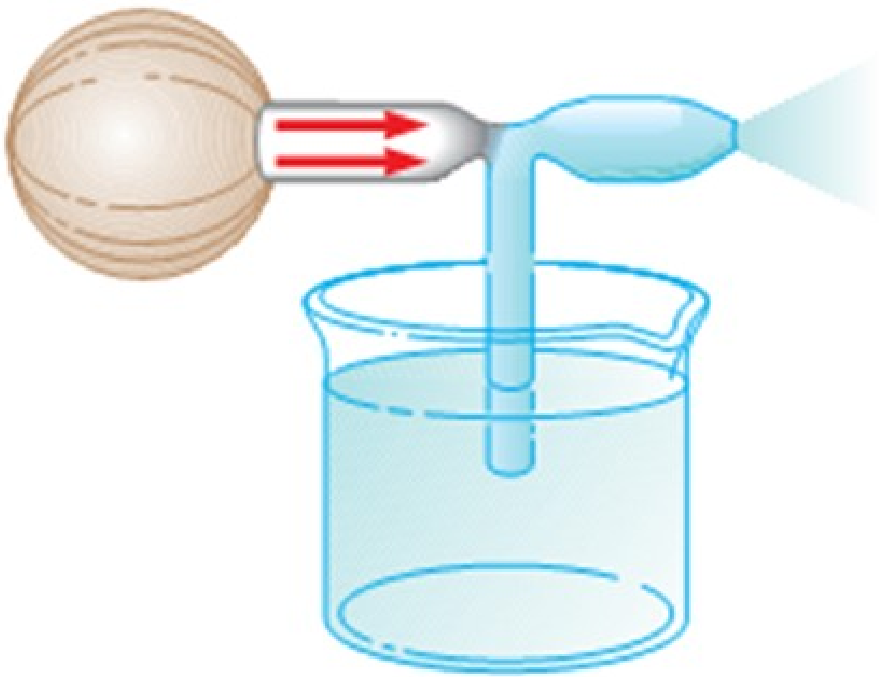
El tubo Venturi



a) La presión *P1 es mayor* que la presión *P2 porque v1 < v2.*
Este dispositivo se utiliza para medir la rapidez del flujo de fluido.

b) Un tubo Venturi: el aire se sopla a través del tubo desde la izquierda. El mayor nivel de fluido en la columna de en medio muestra que la presión en lo alto de la columna, que esta en la región estrecha del tubo Venturi, es menor.

La máquina de Flit o pulverizador

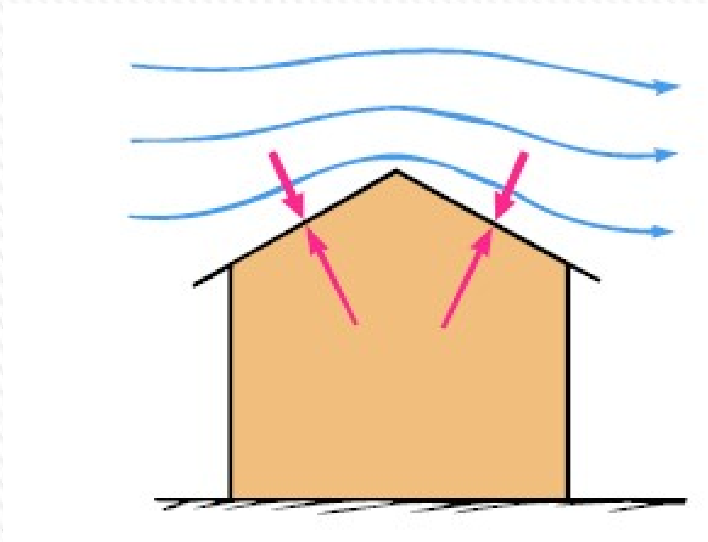


Un flujo de aire que pasa sobre un tubo sumergido en un líquido, hace que éste suba por el tubo. Este efecto es usado en botellas de perfume y en rociadores de pintura e insecticidas.

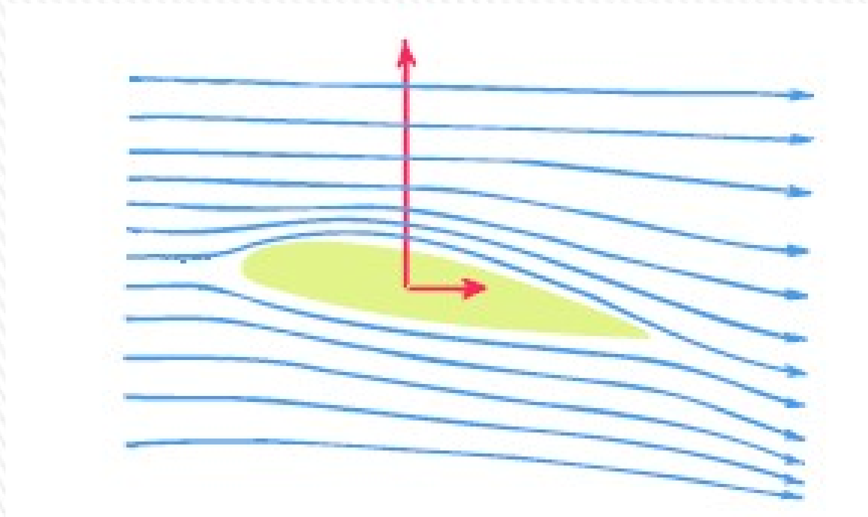
Una corriente de aire que pasa sobre un tubo abierto reduce la presión arriba del tubo, lo que hace que el líquido suba en la corriente de aire. El líquido es entonces dispersado en una fina nube de pequeñas gotas.

El mismo principio es usado en el **carburador** de una moto. En este caso, la región de baja presión del carburador es producida por un aire succionado por el émbolo a través del filtro de aire. La gasolina se evapora, se mezcla con el aire y entra al cilindro del motor donde se produce la combustión.

Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli



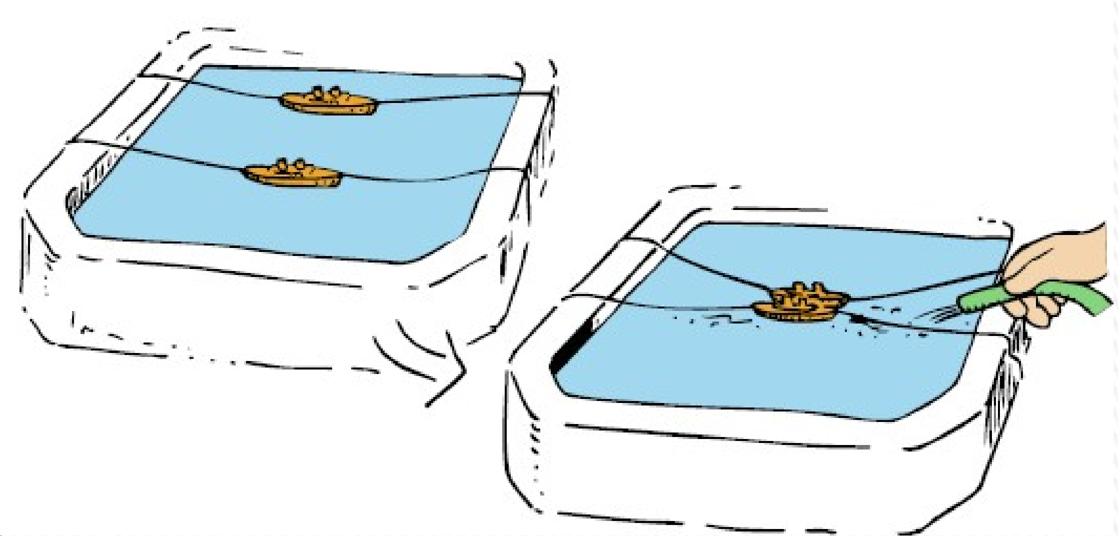
La presión del aire arriba del techo es menor que la presión del aire abajo del techo.



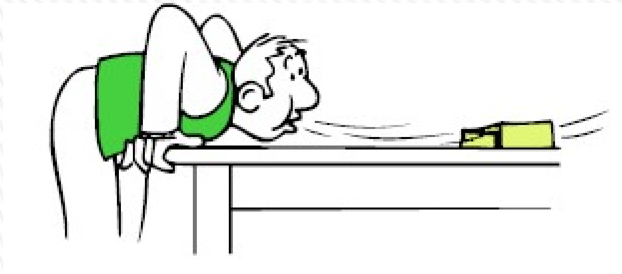
El vector vertical representa la fuerza ascendente neta (sustentación) que resulta de mayor presión de aire bajo el ala que arriba del ala. El vector horizontal representa el arrastre aerodinámico.

En ambos casos, una mayor presión por abajo empuja el techo o el ala hacia una región de menor presión arriba. El aire se hace fluir más rápido sobre la superficie superior del ala que bajo su superficie inferior.,
El resultado son líneas de corriente más apiñadas a lo largo de la superficie superior del ala que a lo largo de la parte inferior.

Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli



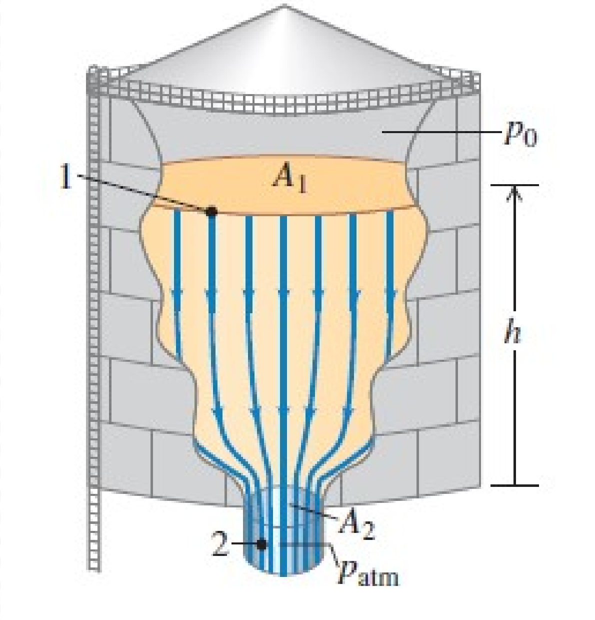
Amarra holgadamente un par de botes de juguete, uno al lado del otro, en tu fregadero. Luego dirige un chorro de agua entre ellos. Los botes se juntarán y chocarán. ¿Por qué?



Dobla una tarjeta de archivo y forma un pequeño puente o túnel.
Colócala sobre una mesa y sopla por el arco como se muestra.
Sin importar cuán fuerte soples, no lograrás tirar la tarjeta de la mesa (a menos que soples contra el lado de la tarjeta).
Intenta esto con tus amigos que no han cursado física.
¡Luego explícale a tus amigos!

Ejemplo: Rapidez de salida

La figura muestra un tanque de almacenamiento de gasolina con área transversal A_1, lleno hasta una altura h.
El espacio arriba de la gasolina contiene aire a p_0 (que se supone fija) y la gasolina sale por un tubo corto de área A_2, ubicado en la parte inferior del tanque.
Deduzca expresiones para la rapidez de flujo en el tubo y la rapidez de flujo de volumen.



Podemos considerar todo el volumen de líquido en movimiento como un solo tubo de flujo de un fluido incompresible con fricción interna despreciable.
Por lo tanto, podemos usar la ecuación de Bernoulli.
Los puntos 1 y 2 están en la superficie de la gasolina y en el tubo de salida, respectivamente.
En el punto 1, la presión es p_0, que se supone fija; en el punto 2, la presión es la atmosférica, p_{atm}.
Tomamos $y = 0$ en el tubo de salida, así que $y_1 = h$ y $y_2 = 0$.
Puesto que A_1 es mucho mayor que A_2, el nivel de la gasolina en el tanque bajará con mucha lentitud y podemos considerar que v_1 es esencialmente igual a cero.

Ejemplo: Rapidez de salida

Ecuación de Bernoulli entre 1 y 2 $p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$$p_0 + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\left(\frac{p_0 - p_{atm}}{\rho}\right) + 2gh$$

$$v_2 = \sqrt{2\left(\frac{p_0 - p_{atm}}{\rho}\right) + 2gh}$$

La rapidez v_2, *algunas veces llamada rapidez de salida, depende* tanto de la diferencia de presión (p_0 - *patm) como de la altura h* del líquido en el tanque.
Si el tanque está abierto por arriba a la atmósfera, $p_0 = p_{atm}$ *y* $p_0 - p_{atm} = 0$.

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

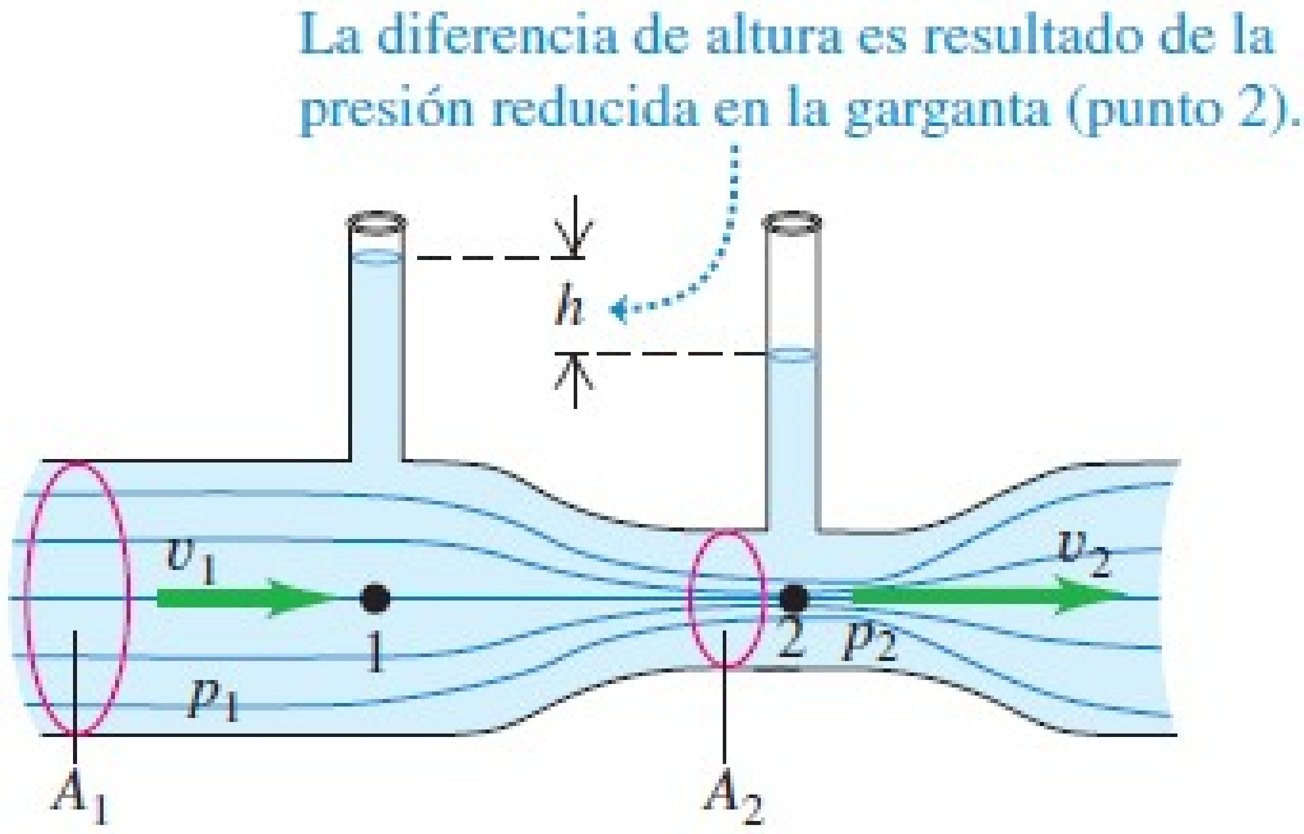
Esto es, la rapidez de salida por una abertura a una distancia *h* bajo la superficie del líquido es la *misma* que adquiriría un cuerpo al caer libremente una altura *h*.

Este resultado es el ***teorema de Torricelli*.**

Es válido no solo para una abertura en la base de un recipiente, sino también para un agujero en una pared a una profundidad *h* bajo la superficie.

Ejemplo 12.9 : El medidor Venturi

La figura muestra un *medidor Venturi*, que se usa para medir la rapidez de flujo en un tubo. Deduzca una expresión para la rapidez de flujo v_1 en términos de las áreas transversales A_1 y A_2 y la diferencia de altura h del líquido en los dos tubos verticales.



Asumo que el fluido y el flujo son tales que puedo aplicar la ecuación de Bernoulli

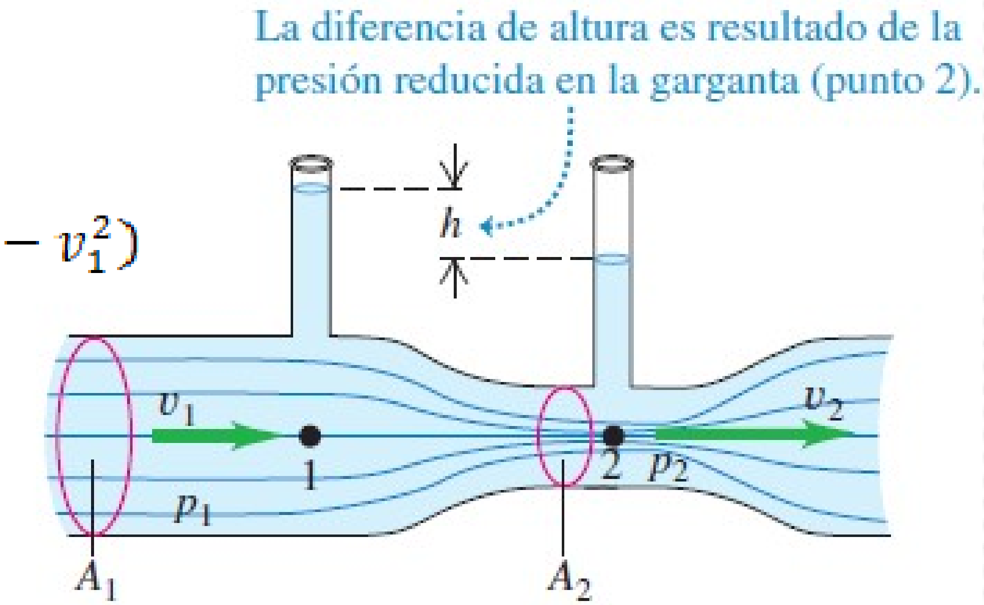
$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Los dos puntos tienen la misma coordenada vertical ($y_1 = y_2$),

Ejemplo 12.9 : El medidor Venturi

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$



De acuerdo con la ecuación de continuidad : $v_1A_1 = v_2A_2$

$v_2 = (A_1/A_2)v_1$.

Al sustituir y reordenar, obtenemos

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 v_1^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right)$$

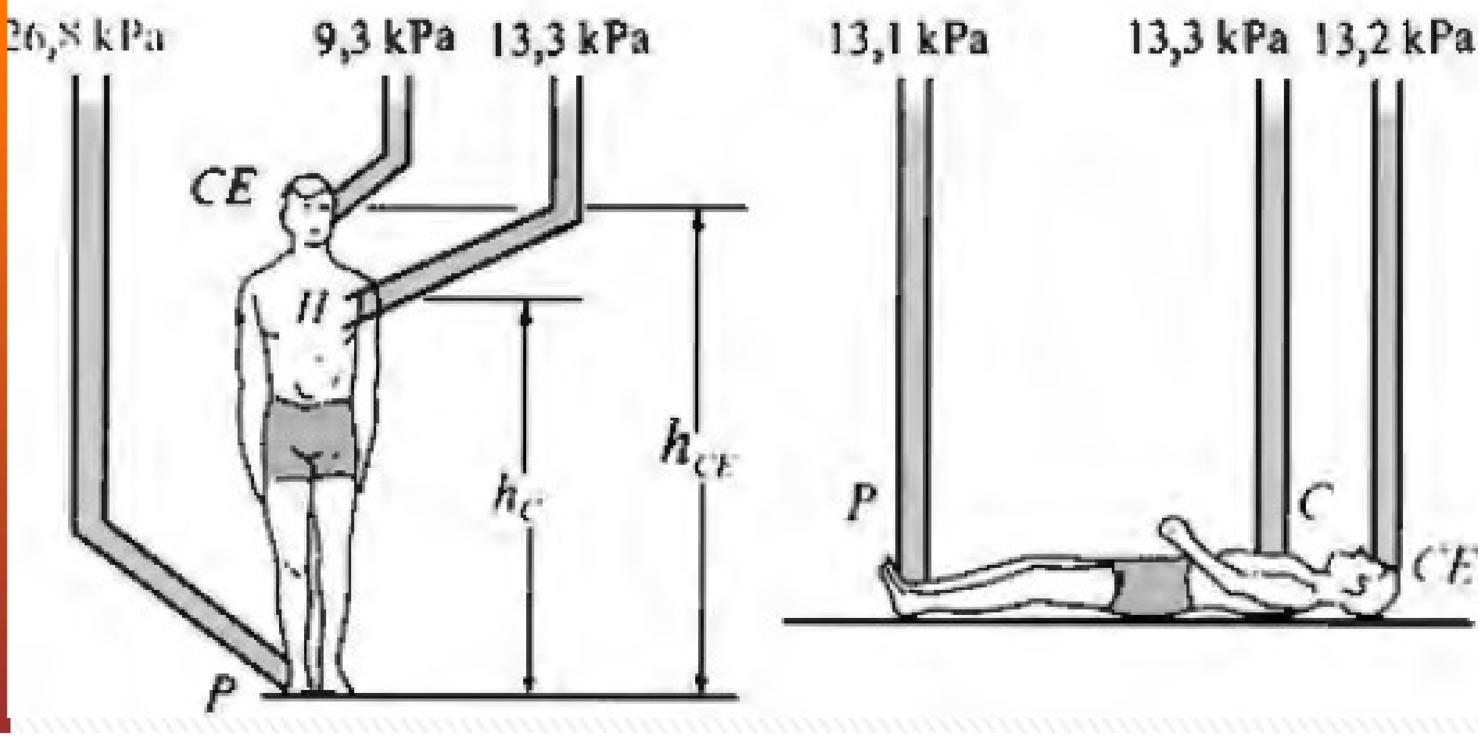
Como: $p_1 = p_0 + \rho g h_1$ y $p_2 = p_0 + \rho g h_2$ y por tanto: $p_1 - p_2 = \rho g(h_1 - h_2) = \rho g h$

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad 1}}$$

Efecto de la gravedad en la circulación

Los animales para poder estar erguidos un tiempo significativo, debieron adecuar cambios significativos en el sistema circulatorio, en particular para devolver la sangre desde las extremidades inferiores al corazón.
Los seres humanos se han adaptado a los problemas del movimiento de la sangre durante grandes distancias en contra de la gravedad.
Animales como serpientes, anguilase o incluso los conejos, se morirían si se les mantuviera erguidos; la sangre permanecería en las extremidades inferiores y el corazón no recibiría sangre del sistema venoso!
La figura muestra lo que se observa si se efectúa una canulación en las principales arterias de una persona



En posición horizontal, la presión es la misma en casi todos los puntos. La pequeña caída de presión entre el corazón y los pies o el cerebro se debe a las fuerzas viscosas.

Efecto de la gravedad en la circulación

Sin embargo, las presiones en los tres puntos son muy diferentes en la persona erguida, como consecuencia de las apreciables diferencias de altura.
Como los efectos viscosos son pequeños, se puede usar la ecuación de Bernoulli, $P + \rho gh + + \rho v^2/2$= constante, para analizar esta situación.
Las velocidades en las tres arterias son pequeñas y. aproximadamente iguales, por lo que el término $\rho v^2/2$ *puede ignorarse.* Por tanto las presiones *en los pies* P_P , en el corazón P_{CO}, *y en el cerebro* P_{CE} *se relacionan así:*

$$P_P = P_{CO} + \rho g h_{CO} = P_{CE} + \rho g h_{CE}$$

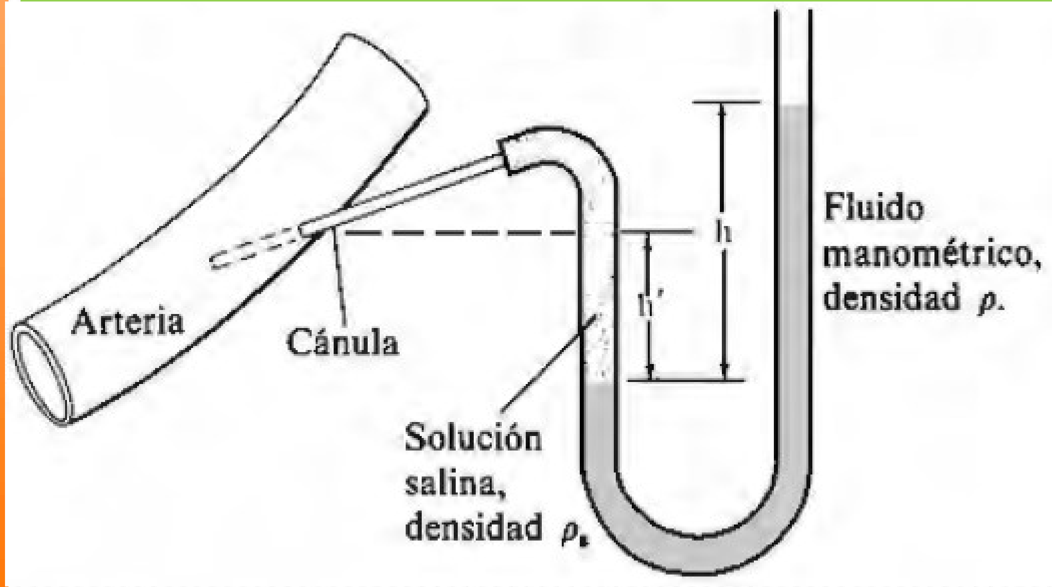
donde ρ *es la densidad de la sangre,* $\rho = 1{,}0595 \times 10^3\ kg/m^3$
Para un adulto típico, $h_{CO} = 1{,}3$ *m y* $h_{CE} = 1{,}7\ m$.
$P_P - P_{CO} = \rho g h_{CO} = (1{,}0595 \times 10^3\ kg/m^3) \times (9{,}8\ m/s^2) \times (1{,}3\ m) = 1{,}35 \times 10^5\ Pa = 13{,}5\ kPa$

P_{CO} vale aproximadamente 13,3 kPa*, por lo que* **P_P = 26,8 kPa**.
Similarmente se puede hallar que **P_{CE} = 9 ,3 kPa**.
Esto explica por qué las presiones son muy diferentes en las partes altas y en las partes bajas del cuerpo cuando la persona está erguida, aunque sean casi iguales cuando está tendida.
Esta situación plantea diversos problemas.

Efecto de la gravedad en la circulación

Los más importantes son la tendencia de la sangre de la parte superior del cuerpo a descender hacia el corazón y la dificultad en subir la sangre desde las extremidades inferiores al corazón.
Para retardar el drenaje sanguíneo de la parte venosa de la mitad superior del cuerpo, particularmente del cerebro, donde un volumen y un caudal constante son especialmente importantes, los músculos que rodean las venas se contraen y causan constricciones.
En las extremidades inferiores, como las venas tienen una capacidad mucho mayor que las artenas para la expansión y el almacenamiento de sangre, el problema es bombear la sangre «cuesta arriba».
Las venas de las extremidades contienen válvulas que se abren cuando la sangre fluye hacia el corazón y que se cierran cuando la sangre se aleja del corazón.
La sangre se devuelve al corazón, al menos en parte, por la acción de bombeo asociada con la respiración y con la flexión de los músculos del esqueleto, como sucede al andar.
Estas contracciones musculares comprimen las venas, y las válvulas aseguran que el flujo sanguíneo consiguiente se produzca hacia el corazón.
La importancia de esto puede verse por ejemplo en el hecho de que un soldado que permanezca largo tiempo en posición rígida puede desmayarse debido a la insuficiencia del retorno venoso.
Una vez en posición horizontal las presiones se igualan y el soldado recobra el sentido.

Medición de la presión sanguínea mediante canulación



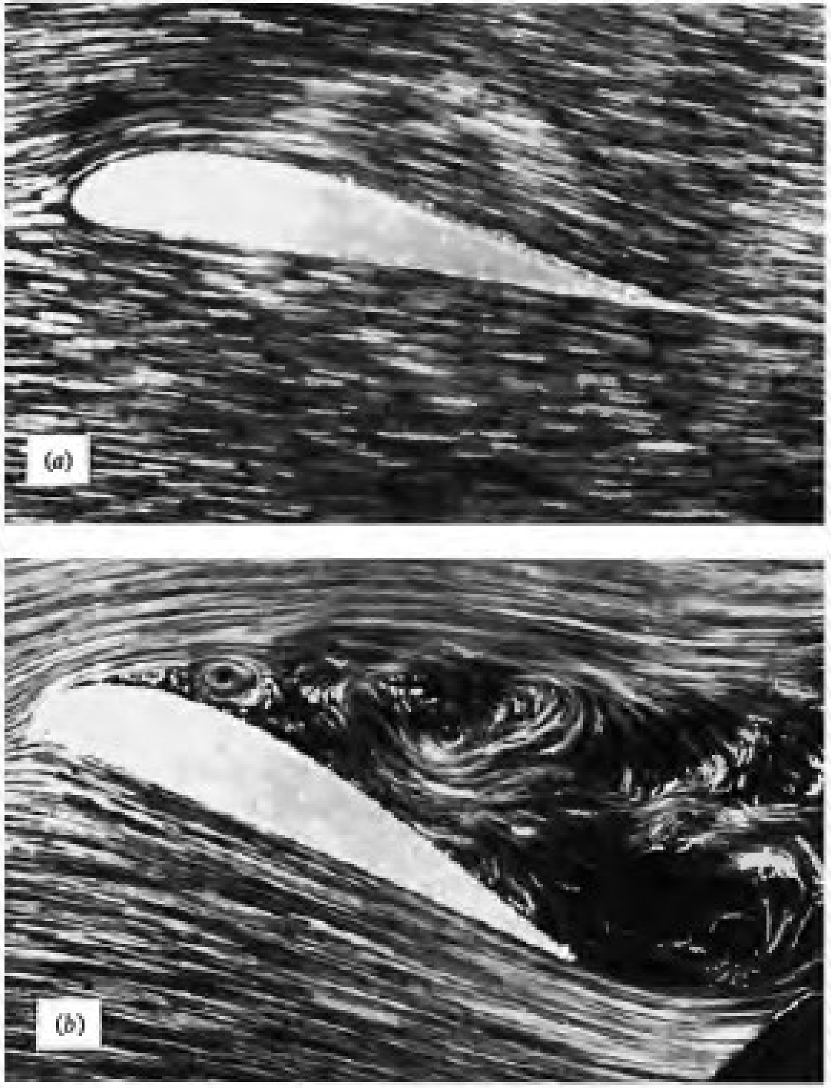
En experimentos con animales anestesiados, la presión sanguínea en una arteria o una vena se mide insertando directamente en el vaso una *cánula, que es un pequeño tubo de vidrio* o de plástico que contiene una disolución salina más un agente anticoagulante. La disolución salina se halla en contacto con el fluido de un manómetro.

Calculando *P* + *ρgy en puntos adecuados se puede ver que* la presión sanguínea *Ps* viene dada por

$$P_S = P_{atm} + \rho_m g h - \rho_{ss} g h'$$

Generalmente se utiliza el mercurio como fluido manométrico para medir presiones arteriales. Sin embargo, las presiones en las venas son relativamente bajas y la utilización de mercurio como líquido manométrico sería poco precisa, ya que *h es muy pequeña.*
Por consiguiente, se utiliza en este caso una disolución salina como fluido manométrico.

VUELO DE AVIONES Y ANIMALES



a)Flujo estacionario alrededor de un ala.
b)Turbulencia, pérdidas de sustentación y velocidad son el resultado de grandes ángulos de ataque.

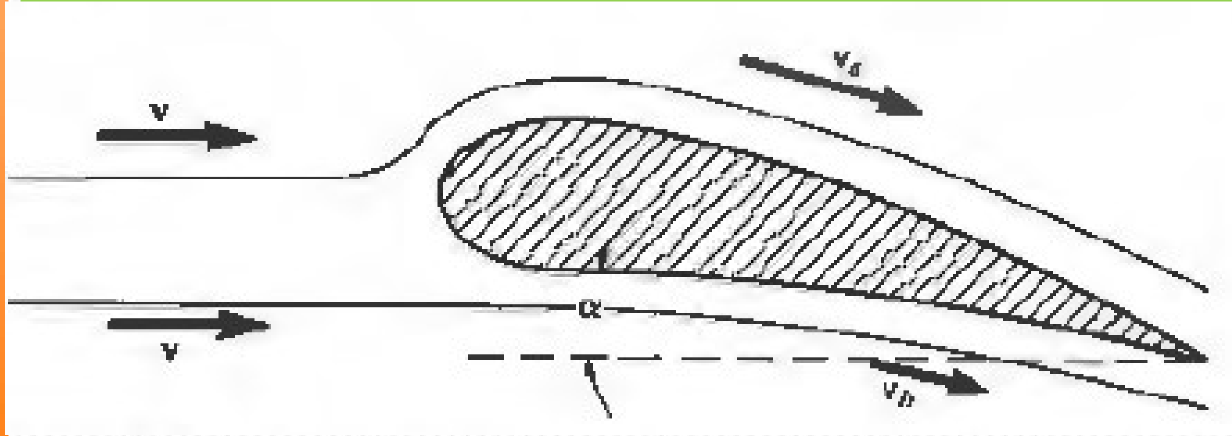
El análisis aerodinámico del vuelo es muy complejo, sin embargo, con ayuda de la ecuación de Bernoulli, obtendremos algunos resultados cualitativos aplicables tanto a aviones como a aves, insectos y otros animales voladores.

Si miramos un avión desde el suelo, el aire en un punto cualquiera se perturba al pasar el avión y luego vuelve a su estado inicial.

Para un observador situado en el avión, el flujo de fluido es estacionario, por lo que podríamos aplicar *la ecuación de Bernoulli siempre y cuando la utilicemos en un sistema de referencia en reposo con respecto al avión.*

La figura (a) muestra un flujo de aire de velocidad inicial *v y densidad ρ alrededor de un ala de avión estacionaria.*

VUELO DE AVIONES Y ANIMALES



Las líneas de corriente por encima del ala están más apretadas que por debajo. Esto indica que la velocidad *v_a, del aire por encima del ala es mayor que la velocidad v_b por debajo.*

Como la ecuación de Bernoulli dice que *$P + \rho gy + ½\rho v^2$ debe ser* constante en una línea de corriente, la presión P_a *por encima* del ala debe ser menor que la presión P_b *por debajo ya que p*odemos despreciar los términos *ρgy ya que el espesor* de ala es pequeño.

Por tanto la fuerza de sustentación F_L *sobre un ala de área A es*

$$F_L = (P_b - P_a)A = A\frac{\rho}{2}({v_a}^2 - {v_b}^2)$$

No podemos determinar v_a *y* v_b sin embargo *ambas son proporcionales a la velocidad* inicial v *del aire. Entonces* ($v_a^2 - v_b^2$) *es proporcional* a v^2*, y la fuerza de sustentación puede volverse* a escribir como

$$F_L = AC_L\frac{\rho}{2}v^2$$

El factor de proporcionalidad C_L *recibe el nombre* de ***coeficiente de sustentación.***

VUELO DE AVIONES Y ANIMALES

En algunos casos idealizados puede predecirse este coeficiente utilizando técnicas matemáticas muy avanzadas, pero **en general se mide experimentalmente**.

El coeficiente de sustentación depende de manera complicada de la forma del ala y del ***ángulo de ataque*** α, *el ángulo entre el ala y la* dirección del flujo del aire.

Cuando el ángulo de ataque es pequeño, la fuerza de sustentación es aproximadamente proporcional al ángulo de ataque. Sin embargo, si α *aumenta suficientemente, se origina turbulencia,* la sustentación disminuye y se puede perder velocidad.

$$F_L = AC_L \frac{\rho}{2} v^2$$

esta ecuación para la fuerza de sustentación es lo único que se necesita para estudiar cualitativamente el vuelo.

Para vuelos a altura constante, la fuerza de sustentación debe ser igual al peso.

Los aviones a reacción tienen velocidades de vuelo muy altas y por lo tanto el área *A y el ángulo de ataque* α *pueden ser pequeños,* reduciendo así las fuerzas disipativas de resistencia del aire. Sin embargo, se necesitan entonces velocidades muy elevadas para poder despegar.

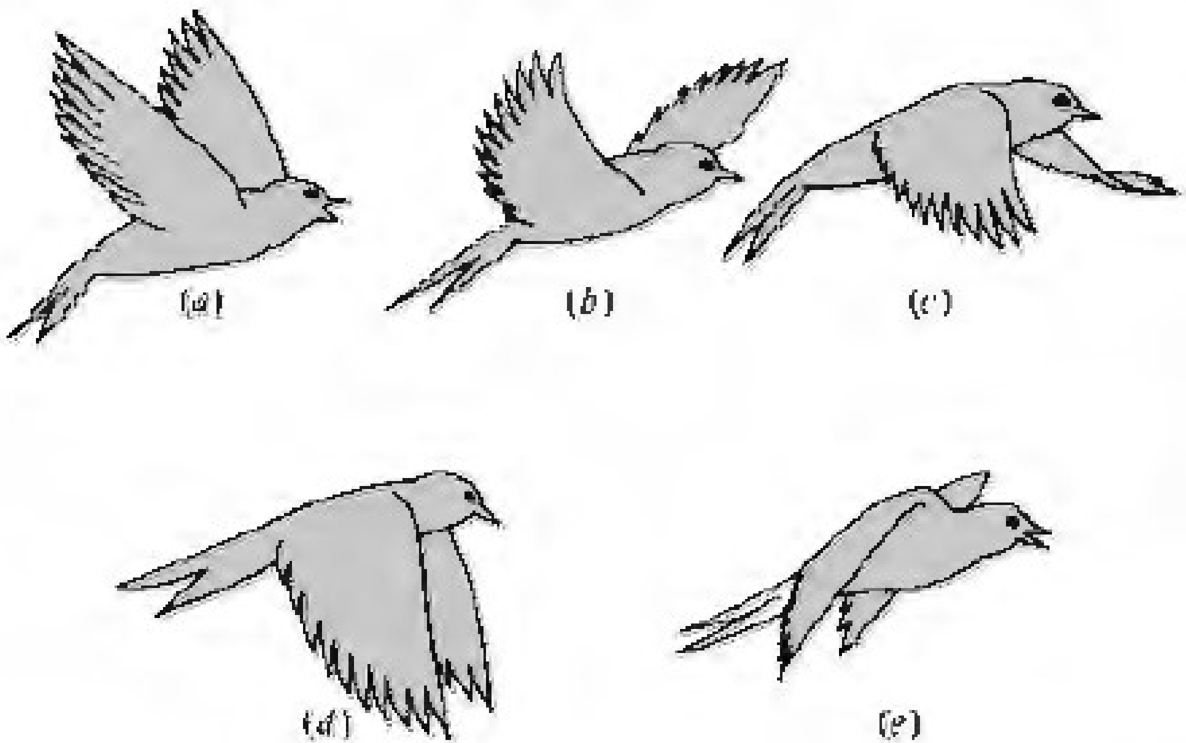
Para poder despegar con velocidades moderadas, los reactores deben producir un aumento brusco del ángulo de ataque en cuanto alcanzan una velocidad crítica

Esto aumenta el coeficiente de sustentación y permite el despegue.

Los aviones de hélice, que vuelan a velocidades inferiores, tienen proporcionalmente alas mayores y ángulos de ataque también mayores.

Ello permite que el coeficiente de sustentación sea suficiente para despegar a velocidades más bajas.

VUELO DE AVIONES Y ANIMALES



Como las alas de los animales voladores proporcionan a la vez la propulsión y la sustentación, sus formas y movimientos son muy complejos.
La fuerza de sustentación sigue estando determinada por:

$$F_L = AC_L \frac{\rho}{2} v^2$$

pero A, C_L y v varían durante las diferentes fases del movimiento del ala.

Durante el vuelo de nivel, el movimiento hacia abajo de las alas constituye la mayor fuerza de sustentación y propulsión. La parte delantera del ala queda por debajo del borde posterior en la secuencia *(a)-(d).*
En su movimiento ascendente el ala se coloca hacia adelante y hacia arriba casi paralela a su plano.
Se obtiene así una fuerza de sustentación y propulsión pequeña, pero se pierde poca velocidad de vuelo y se requiere poca energía para ejecutar el movimiento.

VUELO DE AVIONES Y ANIMALES

Vuelo y leyes de escala

Las aves pequeñas tales como los gorriones y las más grandes, como los patos, despegan y aterrizan de maneras muy diferentes.
Podemos entender este fenómeno utilizando de nuevo modelos de escala.
Utilizaremos la forma de escala más sencilla que supone que el volumen o el peso de un ave varía como el cubo de su longitud característica (el modelo de escala más complicado de la resistencia al pandeo *conduce a resultados muy similares).* El área *A de la sección transversal de un ala varía* como l^2 , de modo que la fuerza de sustentación $F_L = AC_L\rho v^2/2$, *varía como* Av^2 *o bien como* l^2v^2.
En el vuelo a altura constante, F_L *debe ser igual al peso del ave,* $w \propto l^3$.
Igualando estas relaciones tenemos $l^2v^2 \propto l^3$, *o* bien: $\boldsymbol{v \propto l^{1/2}}$

Este resultado significa que un ave de gran tamaño tiene una velocidad de vuelo mínima mayor que la de una pequeña.
Un ave pequeña puede saltar hacia el aire. y alcanzar su velocidad de vuelo con uno o dos aleteos.
Un ave grande adquiere velocidad corriendo por el suelo o por encima de la superficie del agua o lanzándose desde una posición elevada.
Es interesante comparar dos aves de tamaños muy diferentes.
La velocidad mínima de vuelo de un vencejo es aproximadamente 21 km/h.

VUELO DE AVIONES Y ANIMALES

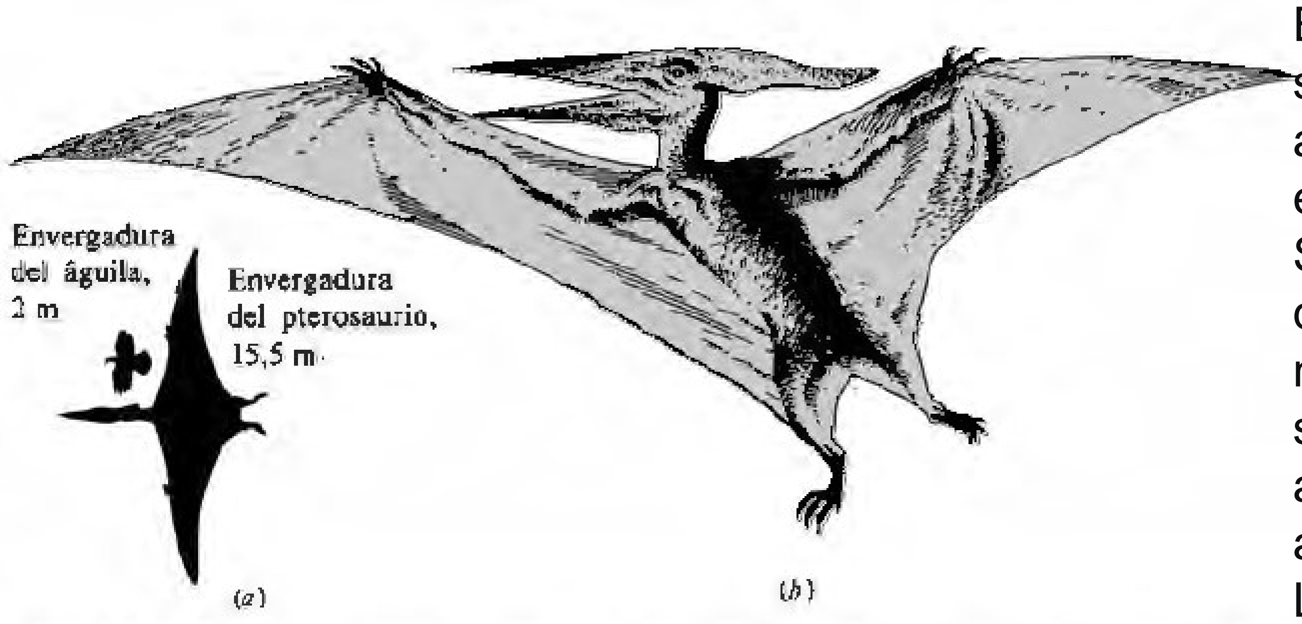
Las aves grandes adquieren velocidad antes del despegue.

Un avestruz tiene una longitud característica unas 25 veces superior a la del vencejo, de modo que a partir de $v \propto l^{1/2}$, *deducimos* que su velocidad mínima de vuelo es 5 veces la del vencejo, es decir, 105 km/ h.

No es sorprendente que el avestruz no pueda volar.

En nuestros días, el mayor animal volador es el albatros, cuya envergadura de alas es de 3,3 m.

VUELO DE AVIONES Y ANIMALES



El pterosaurio. *(a) Escala de tamaños.*
(b) Una reconstrucción artística del pterosaurio cazando una presa.

El mayor de los que se han descubierto hasta ahora tenía una envergadura de 15,5 m. Se supone que estas descomunales criaturas no podían despegar a no ser que escalaran acantilados y se lanzaran al aire desde ellos.
La posibilidad de mantenerse en el aire dependía de su habilidad en localizar corrientes ascendentes de aire