Ejercicio 7.12

¿Cuál es la máxima velocidad media de la sangre en una arteria de $2{,}0 \times 10^{-3}$ m de radio si el flujo sigue siendo laminar? ¿Cuál es el caudal correspondiente?

El máximo valor del N_R para que el flujo aún sea laminar es de 2000.
El N_R está dado por:

$$N_R = \frac{2\rho v_{med} R}{\eta} = \frac{\rho v_{med} D}{\eta}$$

Por lo tanto despejando:

$$v_{med} = \frac{\eta N_R}{2\rho R}$$

Para la sangre tenemos: $\eta = 2{,}084 \times 10^{-3}$ Pa.s $\rho = 1{,}0595 \times 10^{3}$ kg/m^3

$$v_{med} = \frac{\eta N_R}{2\rho R} = \frac{(2{,}084 \times 10^{-3})(2000)}{2(1{,}0595 \times 10^{3})(2{,}0 \times 10^{-3})} =$$ **0,983 m/s**

El caudal vale: $Q = \pi R^2 v_{med} = \pi(2{,}0 \times 10^{-3})^2(0{,}983) =$

$1{,}24 \times 10^{-5}$ m^3/s

Ejercicio 7.13

Una arteria grande de un perro tiene un radio interior de $4{,}0\times10^{-3}$ m. El caudal de la sangre en la arteria es de $1{,}0$ cm^3/s. Considerando a la sangre como un fluido viscoso con viscosidad aproximada a $2{,}084\times10^{-3}$ Pa.s, halle:

a) las velocidades media y máxima de la sangre.

b) La caída de presión en un fragmento de arteria de 0,10 m de longitud.

c) Discuta a partir de los resultados de este ejercicio la validez de despreciar la viscosidad al estimar la presión sanguínea a distintas alturas del cuerpo humano.

d) Calcule el número de Reynolds y compruebe si el flujo de la sangre efectivamente es laminar.

Datos: R= $4,\times10^{-3}$ m; Q=1,0 cm^3/s= $1{,}0\times10^{-6}$ m^3/s; $\eta = 2{,}084\times10^{-3}$ Pa.s; $\rho = 1{,}0595\times10^{3}$ kg/m^3

$$v_{med} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{1{,}0\times10^{-6}}{\pi(4{,}0\times10^{-3})^2} = 1{,}989\times10^{-2}\ \text{m/s}$$

$$v_{máx} = 2v_{med} = 2\times1{,}989\times10^{-2} = 0{,}03979\ \text{m/s}$$

$v_{med} = 2{,}0\times10^{-2}$ m/s $=2{,}0$ cm/s

$v_{máx} = 4{,}0\times10^{-2}$ m/s $=4{,}0$ cm/s

Ejercicio 7.13

b) A partir de la ecuación de **Poiseuille:** $v_{med} = \frac{\Delta P R^2}{8\eta L}$ $\quad \Delta P = \frac{8\eta L\, v_{med}}{R^2} =$

$$\Delta P = \frac{8\eta L v_{med}}{R^2} = \frac{8\left(2{,}084 \times 10^{-3}\right)(0{,}10)(1{,}989 \times 10^{-2})}{(4{,}0 \times 10^{-3})^2} = 2{,}073\ Pa$$

ΔP=2,1 Pa

c) El número de Reynolds está dado por: $N_R = \frac{2\rho v_{med} R}{\eta}$

$$N_R = \frac{2\rho v_{med} R}{\eta} = \frac{2(1{,}0595 \times 10^3)(1{,}989 \times 10^{-2})(4{,}0 \times 10^{-3})}{(2{,}084 \times 10^{-3})} = 80{,}88$$

N_R =81< 2000 por lo que el flujo es laminar

Ejercicio 7.14

a) ¿Cuál es la velocidad límite de una partícula de polvo de $1,0\times10^{-5}$ m de radio y $2,0\times10^{3}$ kg/m^3 de densidad en aire a 20º C?
b) ¿Cuál es el número de Reynolds a la velocidad límite?
c) Hallar la fuerza de arrastre a la velocidad límite.

a) La velocidad límite v_T para fuerzas de arrastre viscosas (bajas velocidades), suponiendo que puedo aplicar la ley de Stokes está dada por: $v_T = \frac{2}{9}\frac{R^2}{\eta}g(\rho-\rho_0)$

Por la tabla de viscosidades, para el aire a 20ºC: $\eta = 1,81\times10^{-5}$ Pa.s
y el aire a 20°C tiene una densidad: $\rho_0 = 1,22$ kg/m^3

$$v_T = \frac{2}{9}\frac{R^2}{\eta}g(\rho-\rho_0) = \frac{2}{9}\frac{(1,0\times10^{-5})^2}{1,81\times10^{-5}}(9,8)(2,0\times10^{3}-1,22) = \quad 2,405\times10^{-2}\text{ m/s}$$

$v_T = 2,4\times10^{-2}$ m/s= 2,4 cm/s

b) El número Reynolds para la velocidad terminal vale: $N_R = \frac{\rho_0 v_T R}{\eta}$

$$N_R = \frac{\rho_0 v_T R}{\eta} = \frac{(1,22)(2,405\times10^{-2})(1,0\times10^{-5})}{1,01\times10^{-5}} = \quad 1,62\times10^{-2}$$

Como es menor que 1, se puede aplicar la ley de Stokes-

N_R= 0,016

Ejercicio 7.14

c)) La fuerza de arrastre asumiendo que es esférica $F_a = 6\pi R v \eta$

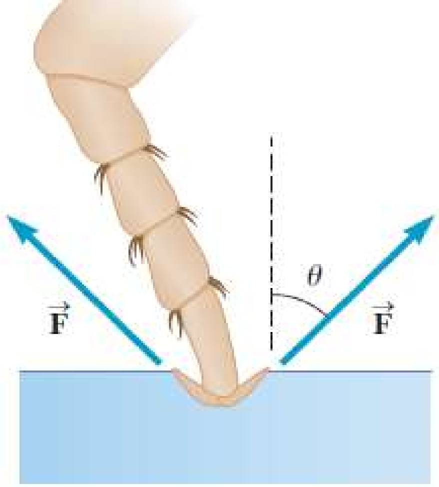
$$F_a = 6\pi R v \eta = 6\pi(1{,}0 \times 10^{\ 5})(2{,}405 \times 10^{\ 2})(1{,}81 \times 10^{\ 5})$$

$=8{,}205\times10^{-11}$ N

$F_a = 8{,}2\times10^{-11}$ N

Ejercicio 7.15

Muchos insectos pueden literalmente caminar sobre el agua, valiéndose de la tensión superficial como su soporte. Para mostrar este hecho, suponga que el insecto tiene un “pie” esférico. Cuando el insecto pisa el agua con sus seis patas, una depresión se forma en el agua alrededor de cada pie, como se ve en la figura. La tensión superficial del agua produce fuerzas hacia arriba sobre el agua que tienden a restaurar la superficie del agua a su normal forma plana.



a) Si el insecto tiene una masa de $2{,}0\times10^{-5}$ kg y el radio de cada pie es $1{,}5\times10^{-4}$ m, encuentre el ángulo θ.
b) Ahora considere la siguiente situación. Cada pata de un insecto que permanece sobre el agua a 20ºC, produce una depresión de radio $r = 1{,}0\times10^{-3}$ m y forma un ángulo $\theta = 30º$.
Determine la fuerza de tensión superficial que actúa hacia arriba en cada pata y la masa del insecto.

Ejercicio 7.15

a) La fuerza debido a la tensión superficial vale $F=\gamma L$ y como el pie es circular:
$L=2\pi r$, tenemos que la componente neta vertical, para c/u de las patas según la figura vale: $F_y=2\pi r\gamma\cos\theta$
La tensión superficial para el agua a 20° C vale: 0,0728 N/m

Esta fuerza debe equilibrar a 1/6 del peso del insecto (suponiendo que el peso se distribuye uniformemente en c/u de las patas): $2\pi r\gamma\cos\theta = mg/6$

$$\cos\theta = \frac{mg}{12\pi r\gamma} = \frac{(2{,}0\times 10^{-5})(9{,}8)}{12\pi(1{,}5\times 10^{-4})(0{,}0728)} = 0{,}47610$$

por lo que $\theta = 61{,}57°$

θ= 62°

b) $F_y=2\pi r\gamma\cos\theta = 2\pi(1{,}0\times10^{-3})\,(0{,}0728)\cos 30° = 3{,}961\times10^{-4}$ N

$F_y = mg/6$

$$m = \frac{6F_y}{g} = \frac{6\times 3{,}961\times 10^{-4}}{9{,}8} = 2{,}425\times 10^{-4}\ kg$$

m= 2,4×10⁻⁴ kg