

# 13- FLUIDOS IDEALES – (hidrostática e hidrodinámica)



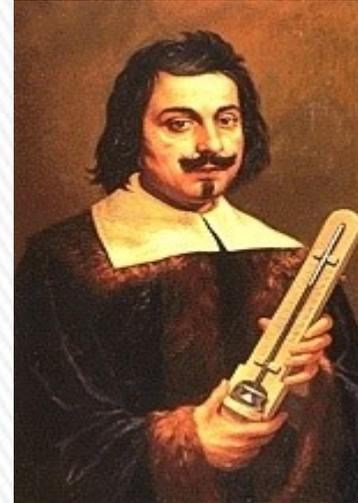
## Arquímedes

-288 Siracusa,  
-212 muerto  
por un soldado  
romano en el  
sitios a  
Siracusa.  
“Eureka,  
eureka! “



## Blaise Pascal

19/6/1623, Francia.  
Muere en 1662.  
Matemático, físico,  
filósofo y teólogo.  
Inventó una  
máquina para  
sumar, la prensa  
hidráulica y la  
jeringa.



## Evangelista Torricelli

15/10/1608,  
Firencia. .  
Muere en 1662.  
Físico y  
matemático.  
Inventó el  
barómetro.



## Daniel Bernoulli

8/2/1700, Basilea.  
Muere en 1782.  
Físico , médico y  
matemático.



# REPASO DE LA CLASE PASADA

**FLUIDO:** cualquier sustancia que puede fluir (líquidos y gases), constituido por moléculas distribuidas al azar unidas por fuerzas cohesivas débiles y por fuerzas ejercidas por las paredes del recipiente.

Un **fluido (perfecto)** es incapaz de soportar esfuerzos cortantes y sólo puede soportar esfuerzos normales a su superficie.

Densidad :  $\rho = \frac{dm}{dV}$       Densidad media:  $\rho_{media} = \frac{m}{V}$

**Densidad relativa:** razón entre su densidad y densidad del agua a 4,0°C, 1000 kg/m<sup>3</sup>; (adimensionado).      Densidad relativa del aluminio: 2,7.

La densidad de algunos materiales varía de un punto a otro.

El material del cuerpo humano, que incluye grasa de baja densidad (aproximadamente 940 kg/m<sup>3</sup>) y huesos de alta densidad (de 1.700 a 2.500 kg/m<sup>3</sup>).

Para estos materiales, se define una **densidad media**.

**La densidad de un material depende de factores ambientales tales como la temperatura y la presión.**



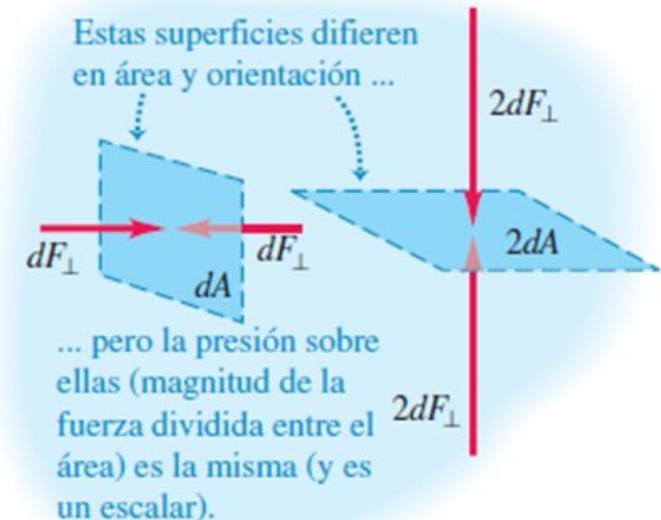
# REPASO DE LA CLASE PASADA

*Presión  $p$  en ese punto es la fuerza normal por unidad de área.*

Presión

$$p = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{F_{\perp}}{\delta A} = \frac{dF_{\perp}}{dA}$$

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$



Unidad de presión en SI: **pascal (Pa)**  $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ .

**Presión atmosférica normal** a nivel del mar (valor medio):

**1 atmósfera (atm):**  $1\text{ atm} = 1,01325 \times 10^5\text{ Pa} = 14,7\text{ psi}$   
(lib/pulg<sup>2</sup>)

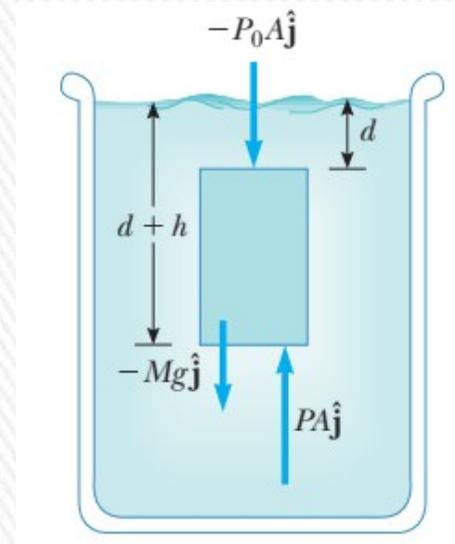
Otra unidad: presión ejercida por una columna vertical de mercurio de 760 mm a 0°C en una región donde  $g$  vale el valor normalizado ( $g = 9,80665\text{ m/s}^2$ ) que equivale a 1 atm.

En esas condiciones la presión ejercida por un columna de mercurio de 1 mm de altura se dice que vale **1 torr**.  $1\text{atm} = 760\text{ torr}$

# REPASO DE LA CLASE PASADA

Variación de la presión con la profundidad:

$$p(h) = p_0 + \rho gh$$



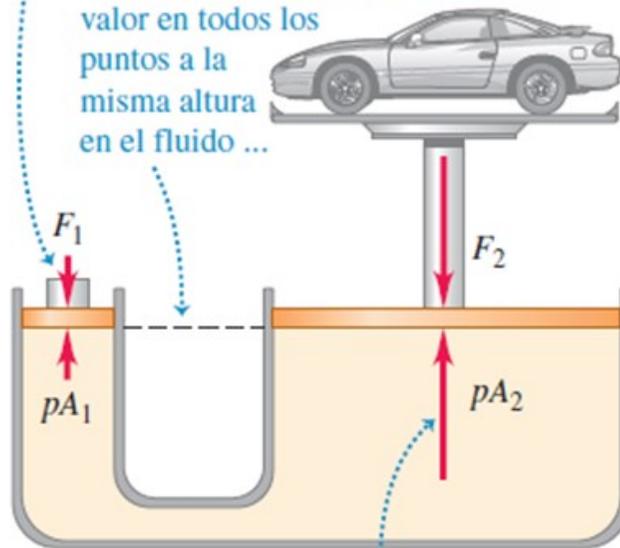
# LEY DE PASCAL

**Ley de Pascal (1653):** La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente.

**Si aumentamos en un lugar la presión sobre un fluido en una cantidad  $\Delta p$ , cualquier otra parte del fluido experimenta el mismo aumento de la presión**

Se aplica una fuerza pequeña a un pistón.

Ya que la presión  $p$  tiene el mismo valor en todos los puntos a la misma altura en el fluido ...



... un pistón con una mayor área, a la misma altura, experimenta una gran fuerza.

**Elevador hidráulico:** un pistón con área transversal pequeña  $A_1$  ejerce una fuerza  $F_1$  sobre la superficie de un líquido (aceite). La presión aplicada  $p = F_1/A_1$  se transmite a través del tubo conector a un pistón mayor de área  $A_2$ . La presión aplicada es la misma en ambos cilindros:

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

# PRESIÓN ABSOLUTA Y MANOMÉTRICA

Si la presión dentro de un neumático es igual a la presión atmosférica, el neumático estará desinflado. La presión debe ser *mayor que la atmosférica para poder sostener el vehículo*, así que la cantidad significativa es la *diferencia entre las presiones interior y exterior*.

Cuando decimos que la presión de un neumático es de “32 libras” (en realidad 32 lb/in<sup>2</sup>, igual a 220 kPa o  $2,2 \times 10^5$  Pa), queremos decir que es *mayor que la presión atmosférica* (14,7 lb/in<sup>2</sup> o  $1,01 \times 10^5$  Pa) en esa cantidad. La presión *total en el neumático* es de 47 lb/in<sup>2</sup>, o 320 kPa.

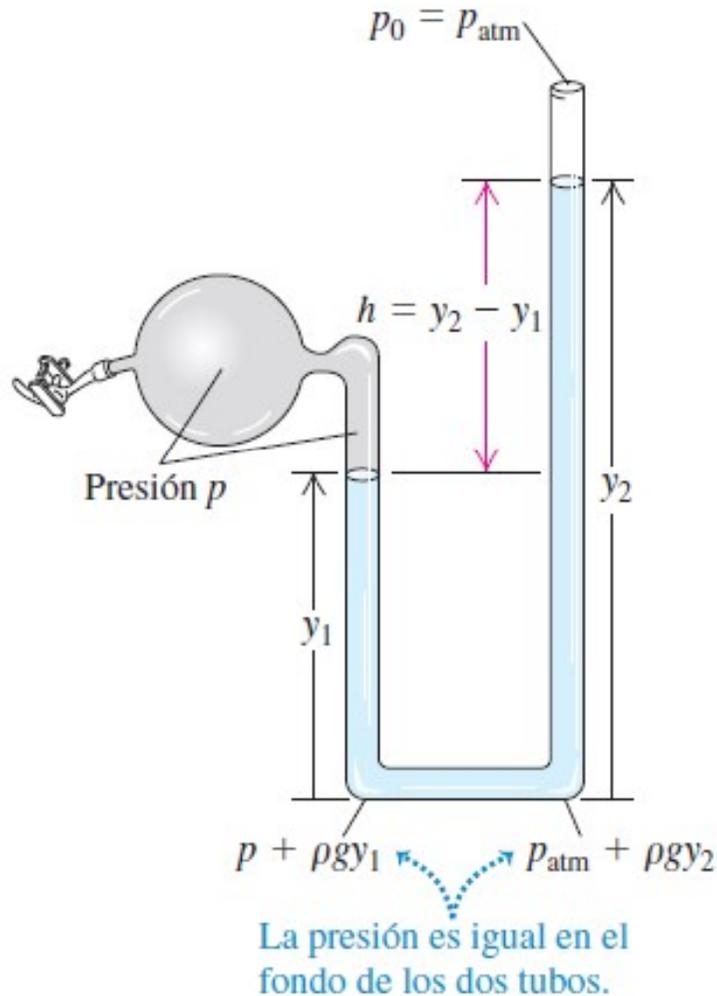
El exceso de presión más allá de la atmosférica suele llamarse **presión manométrica**, y la presión total se llama **presión absoluta**.

psig y psia: “lb/in<sup>2</sup> manométrica” y “lb/in<sup>2</sup> absoluta”, (*pounds per square inch gauge y pounds per square inch absolute*).

***Si la presión es menor que la atmosférica, como en un vacío parcial, la presión manométrica es negativa.***

# MEDIDORES DE PRESIÓN

a) Manómetro de tubo abierto



## Manómetro de tubo abierto

Tubo en forma de U con líquido de densidad  $\rho$ , (mercurio o agua) .

Extremo izquierdo conectado al recipiente donde se medirá la presión  $p$ , y el extremo derecho abierto a la atmósfera, con  $p_0 = p_{atm}$ .

Presión en el fondo del tubo debida al fluido de la columna izquierda es  $p + \rho g y_1$ , y la debida al fluido de la columna derecha es  $p_{atm} + \rho g y_2$ .

Estas presiones se miden al mismo nivel, así que deben ser iguales:

$$p + \rho g y_1 = p_{atm} + \rho g y_2$$

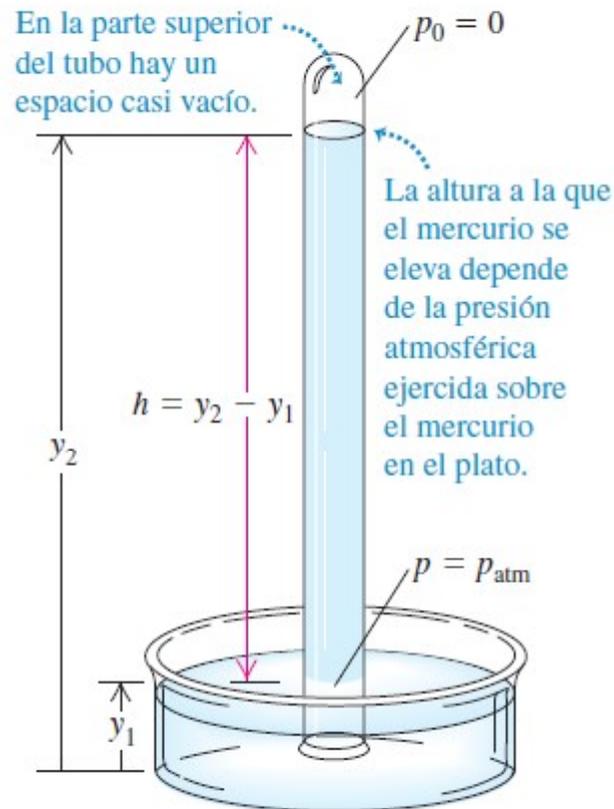
$$p - p_{atm} = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

**$p$  es la presión absoluta, y la diferencia  $p - p_{atm}$  entre la presión absoluta y la atmosférica es la presión manométrica**

# MEDIDORES DE PRESIÓN

## Barómetro de mercurio

b) Barómetro de mercurio



Tubo largo de vidrio, cerrado por un extremo, que se llena con mercurio y luego se invierte sobre un plato con mercurio.

**El espacio arriba de la columna solo contiene vapor de mercurio, cuya presión es insignificante, presión  $p_0$  arriba de la columna prácticamente cero.**

$$p_{atm} = p = 0 + \rho g(y_2 - y_1) = \rho gh$$

Indica la presión atmosférica  $p_{atm}$  directamente a partir de la altura de la columna de mercurio. “milímetros de mercurio” (que se abrevia mm Hg).

Una presión de 1 mm Hg es 1 torr, en honor de **Evangelista Torricelli**, inventor del barómetro de mercurio (1643).

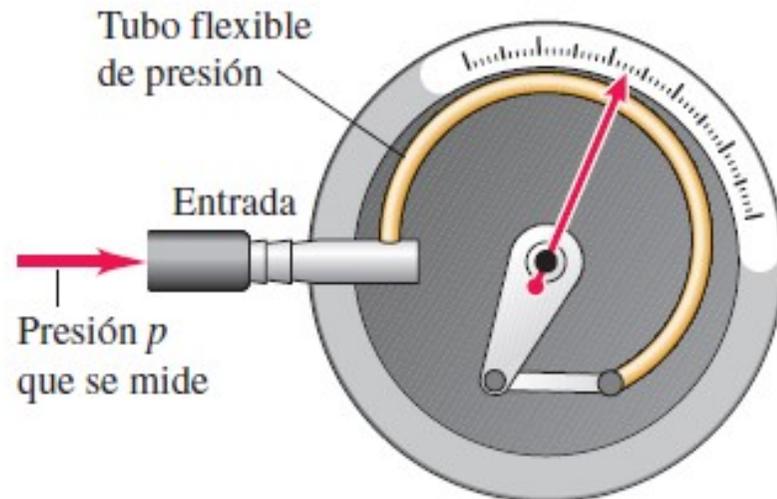
Depende de  $\rho$  del mercurio, que varía con la temperatura, y de  $g$ , que varía con el lugar.

# MEDIDORES DE PRESIÓN

Muchos tipos de medidores de presión usan un recipiente flexible sellado. Un cambio en la presión adentro o afuera del recipiente provoca un cambio en sus dimensiones, que se detecta de manera óptica, eléctrica o mecánica (**manómetros del tipo de tubo de Bourdon**)

a)

Los cambios en la presión de entrada causan que el tubo se enrolle o desenrolle, lo que mueve al indicador.



b)



# FLOTACIÓN

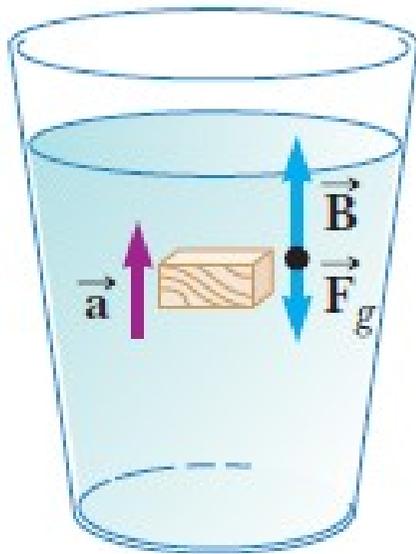
**Flotación:** un cuerpo sumergido en agua parece pesar menos que en el aire. Si el cuerpo es menos denso que el fluido, entonces flota.

El cuerpo humano normalmente flota en el agua, y un globo lleno de helio flota en el aire. **(Arquímedes: -287 a -212).**

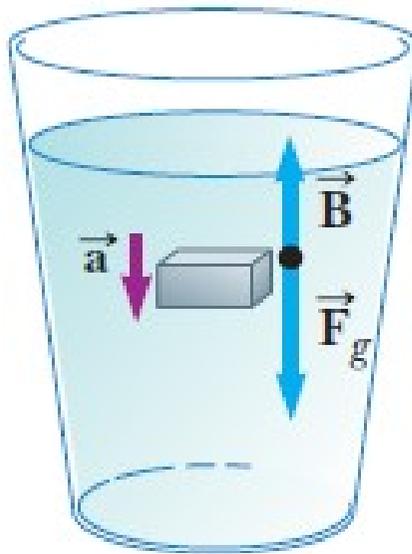
**Principio de Arquímedes:** si un cuerpo está parcial o totalmente sumergido en un fluido, éste ejerce una fuerza hacia arriba (empuje B) sobre el cuerpo igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo.

La fuerza de empuje *no es una nueva fuerza que aparece en los fluidos. De hecho, la causa física de la fuerza de empuje es la diferencia de presiones entre las partes superior e inferior del objeto, que muestra ser igual al peso del fluido desplazado*

# FLOTACIÓN



a)



b)

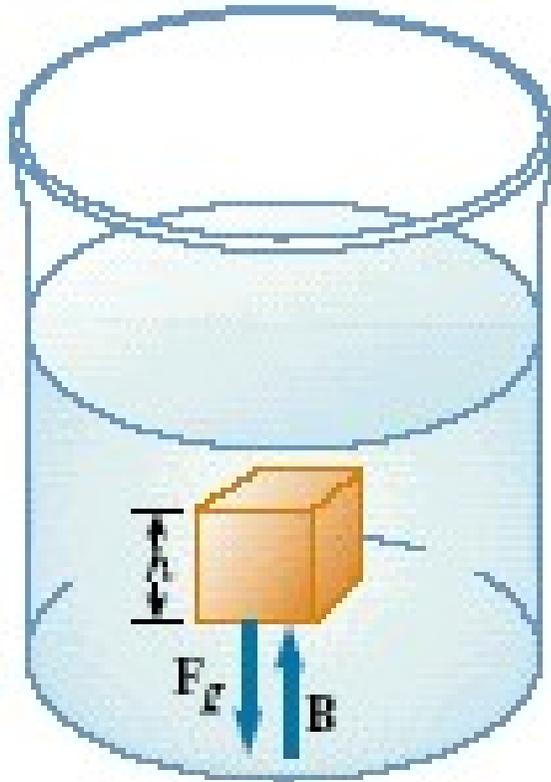


a) Un objeto totalmente sumergido menos denso que el fluido en el que se sumerge experimenta una fuerza neta hacia arriba.

b) Un objeto totalmente sumergido y que es mas denso que el fluido experimenta una fuerza neta hacia abajo.

Un objeto que flota sobre la superficie de un fluido experimenta dos fuerzas, la fuerza gravitacional  $F_g$  y la fuerza de flotación  $B$ . Puesto que el objeto flota en equilibrio,  $B = F_g$ .

# FLOTACIÓN



Para un cuerpo de volumen  $V$  y densidad  $\rho$  totalmente sumergido en un fluido de densidad  $\rho_f$ , la fuerza neta sobre él es:

$$B - mg = (\rho_f - \rho)Vg$$

Para un cuerpo en flotación, de densidad  $\rho$  y volumen  $V$ , que tiene un volumen sumergido en el fluido  $V_s$ , se tiene

$$\frac{\rho}{\rho_f} = \frac{V_s}{V}$$

# FLOTACIÓN

Si un globo flota en equilibrio en el aire, su peso (incluido el gas en su interior) debe ser igual al del aire desplazado por el globo.

La carne de un pez es más densa que el agua; sin embargo, el pez puede flotar mientras está sumergido porque tiene una cavidad llena de gas dentro de su cuerpo. Esto hace que la densidad *media del pez sea igual a la del agua, de manera que su peso neto es igual al peso del agua que desplaza.*

Un cuerpo cuya densidad media es *menor que la de un líquido* puede flotar parcialmente sumergido en la superficie superior libre del líquido.



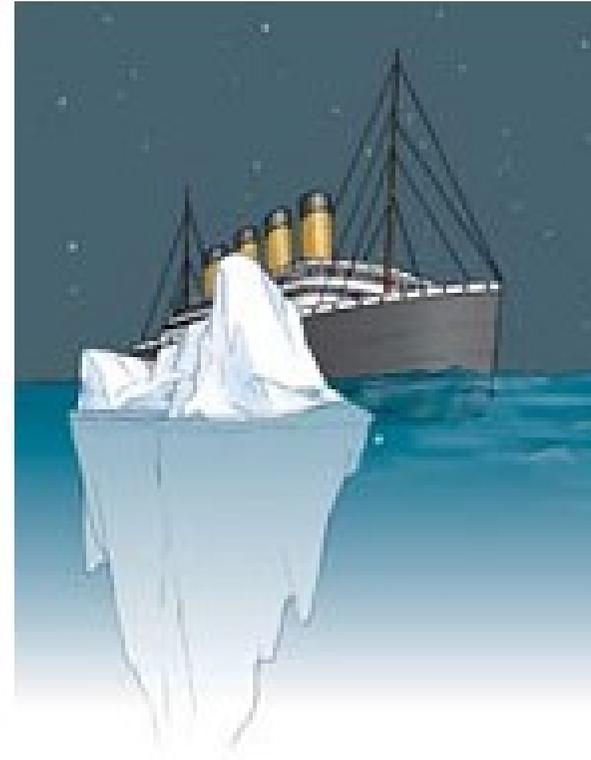
Globos de aire caliente. Debido a que el aire caliente es menos denso que el aire frío, hay una fuerza neta ascendente sobre los globos

# FLOTACIÓN

Gerakline Premica/Getty



a)



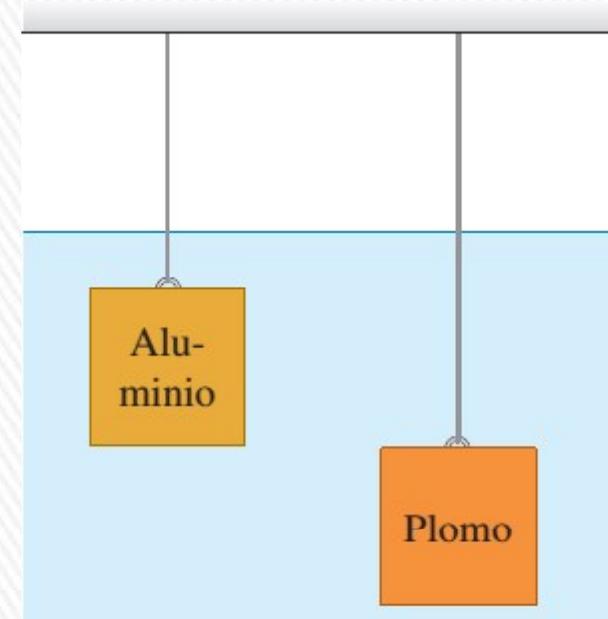
b)

- a) Gran parte del volumen de este iceberg está bajo el agua (90%).
- b) Una embarcación puede resultar dañada incluso cuando no esté cerca del hielo visible.

## PREGUNTA PARA EL ANÁLISIS

Dos cubos de idéntico tamaño, uno de plomo y el otro de aluminio, están suspendidos a diferentes profundidades por medio de dos alambres en un tanque de agua .

- ¿Cuál de los cubos experimenta una mayor fuerza de flotación?
- ¿Para cuál de los dos es mayor la tensión en el alambre?
- ¿Cuál de los cubos experimenta una mayor fuerza sobre su cara inferior?
- ¿Para cuál de los cubos la diferencia en la presión entre las caras superior e inferior es mayor?



## EJEMPLO: ejercicio 7.1

La densidad del hielo es  $920 \text{ kg/m}^3$  mientras que la del agua de mar es  $1025 \text{ kg/m}^3$  ¿Qué fracción de un iceberg se halla sumergida?  
¿Qué relación encuentra entre el resultado obtenido y el hecho de que los icebergs hayan sido históricamente muy peligrosos para la navegación?

La fracción del iceberg que permanece sumergida, estará dada por la relación entre el volumen de agua mar desplazada dividido el volumen del iceberg,

El iceberg desplazará un volumen de agua mar  $V_{AM}$ , tal que su peso sea igual al del iceberg. Sea  $V_H$  el volumen del iceberg:

$$\rho_{AM} V_{AM} g = \rho_H V_H g$$

$$\frac{V_{AM}}{V_H} = \frac{\rho_H}{\rho_{AM}} = \frac{920}{1025} = 0,89756$$

**89,8% del volumen del iceberg se halla sumergido**

## PREGUNTA RÁPIDA

Un vaso con agua contiene cubos de hielo flotantes. Cuando el hielo se funde, ¿el nivel del agua en el vaso:

- a) sube,
- b) baja, ó
- c) permanece igual?

Cuando el hielo se funde, el nivel del agua en el vaso permanece igual. La razón por la que el nivel del agua no aumenta es porque el hielo flota y al derretirse se contrae.

Entonces, el nivel de agua en el vaso no se modifica. Si  $x$  kg de hielo desplazan un volumen equivalente a  $x$  kg de agua, los  $x$  kg de agua que provienen del hielo ocupan el volumen de agua desplazado, lo que significa que no hay variación en el nivel de agua.



## PREGUNTA RÁPIDA

Uno de los problemas predichos debidos al calentamiento global es que el hielo en las capas de hielo polares se fundirá y elevará el nivel del mar en todas partes del mundo.

¿Hay más preocupación por el hielo:

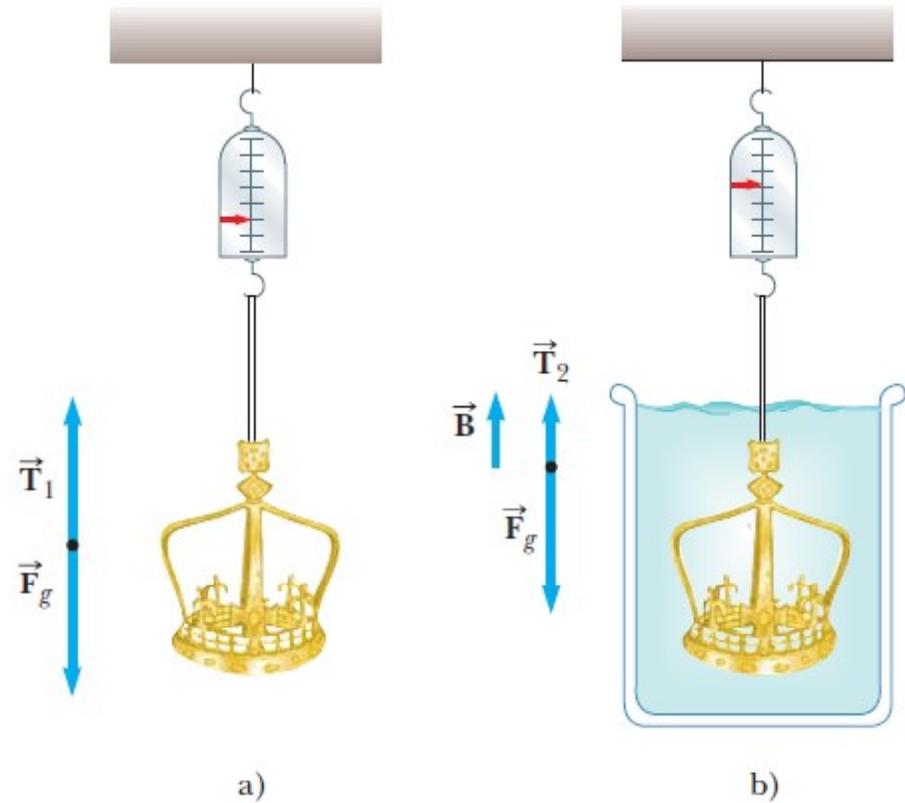
- a) en el polo norte, donde la mayoría del hielo flota en el agua;
- b) en el polo sur, donde la mayoría del hielo se asienta en tierra;
- c) en ambos polos o;
- d) en ningún polo?

**b) En el polo sur, donde la mayoría del hielo se asienta en tierra;**

De acuerdo a la respuesta anterior, como en el polo norte, donde la mayoría del hielo flota en el agua, éste derretimiento del hielo que flota, no produciría un aumento en el nivel del mar.

## Ejemplo: ejercicio 7.4 ¡Eureka!

Según la tradición a Arquímedes se le pidió determinar si una corona hecha para el rey consistiera de oro puro. De acuerdo con la leyenda, el resolvió este problema al pesar la corona primero en aire y luego en agua, como se muestra en la figura. Suponga que lectura en la balanza es 7,84 N cuando la corona estaba en aire y 6,84 N cuando estaba en agua. ¿Qué dijo Arquímedes al rey?



Cuando la corona está suspendida en aire, la lectura en la balanza es el peso real  $T_1 = F_g$  (se desprecia la pequeña fuerza de flotación debida al aire circundante).

Cuando la corona se sumerge en agua, la fuerza de flotación  $\mathbf{B}$  reduce la lectura de la balanza a un peso *aparente*:

$$T_2 = F_g - B.$$

## Ejemplo: ejercicio 7.4 ¡Eureka!

$$\sum F = B + T_2 - F_g = 0 \quad B = F_g - T_2 = 7.84 \text{ N} - 6.84 \text{ N} = 1.00 \text{ N}$$

Ya que esta fuerza de flotación es igual en magnitud al peso del agua desplazada,  $\rho_a g V_a = 1,00 \text{ N}$ , donde  $V_a$  es el volumen del agua desplazada y  $\rho_a$  es su densidad.

Además, el volumen de la corona  $V_c$  es igual al volumen del agua desplazada porque la corona está completamente sumergida.

$$V_c = V_a = \frac{1.00 \text{ N}}{\rho_a g} = \frac{1.00 \text{ N}}{(1\,000 \text{ kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)} = 1.02 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

La densidad de la corona vale:

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{m_c g}{V_c g} = \frac{7.84 \text{ N}}{(1.02 \times 10^{-4} \text{ m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)} = 7.84 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Como la densidad del oro es  $19,3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

**Arquímedes debió informar al rey que lo habían engañado: o la corona estaba hueca o no estaba hecha de oro puro.**

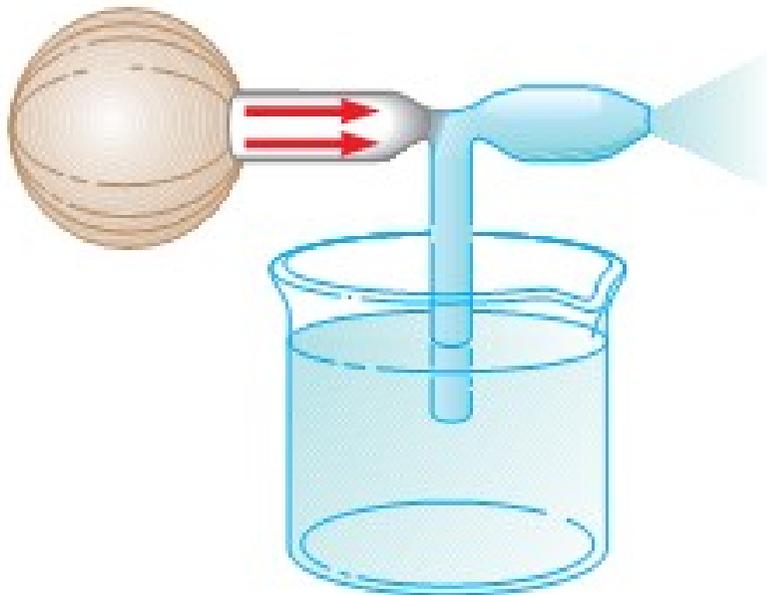
## PREGUNTA RÁPIDA

Una persona en un bote que flota en el agua de una piscina lanza por la borda un ancla de hierro, que estaba originalmente dentro del bote, y se hunde dentro de la piscina. ¿Qué ocurre con el nivel de la piscina luego?

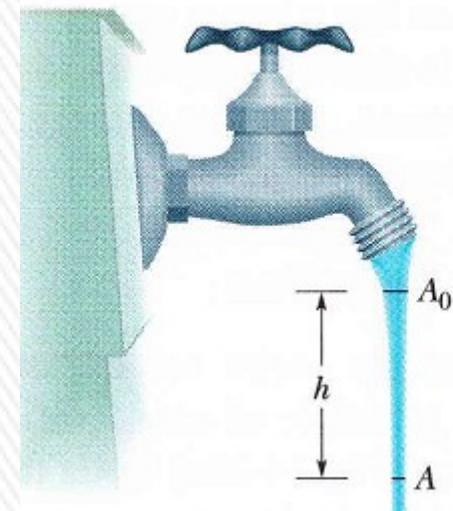
- a) Se eleva.
- b) Baja.
- c) Permanece igual.
- d) No se puede determinar...



# Hidrodinámica



**Figura 14.23** Una corriente de aire que pasa sobre un tubo sumergido en un líquido hace que el líquido se eleve en el tubo.



# FLUJO DE FLUIDO

Flujo de fluidos : extremadamente complejo, pero algunas situaciones se pueden representar con modelos idealizados relativamente sencillos.

## Fluido ideal o perfecto:

***incompresible*** (es decir, su densidad no puede cambiar) y ***no viscoso (fricción interna)***.

**Líquidos aproximadamente incompresibles** en casi todas las situaciones,

**Gases:** incompresible sólo si las diferencias de presión de una región a otra no son muy grandes.

**Viscosidad o fricción interna:** causa esfuerzos de corte cuando dos capas adyacentes de fluido se mueven una en relación con la otra, como cuando un fluido fluye dentro de un tubo o alrededor de un obstáculo. En algunos casos, se pueden despreciar estas fuerzas de corte en comparación con las fuerzas debidas a la gravedad y a diferencias de presión.

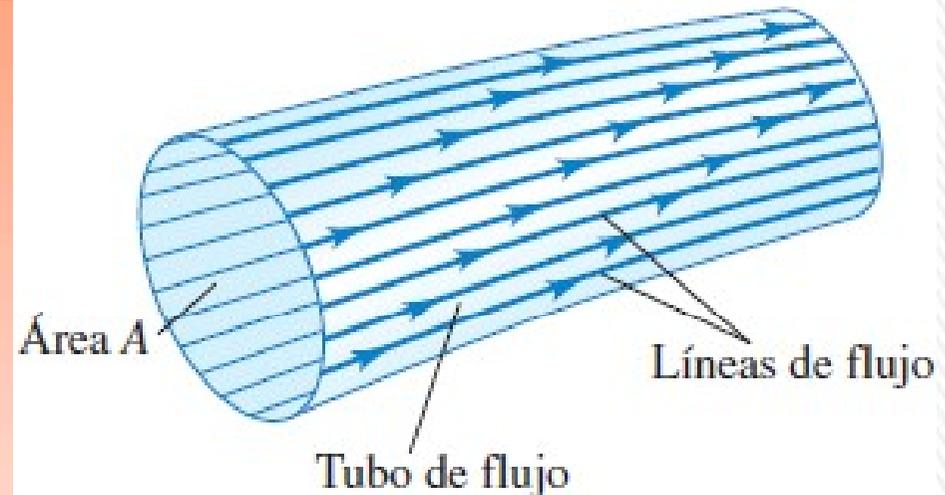
# FLUJO DE FLUIDO

**Línea de flujo o de corriente:** trayectoria de una partícula en un fluido en movimiento.

**Flujo estable o estacionario:** el patrón global de flujo no cambia con el tiempo.

**Flujo estable:** c/elemento que pasa por un punto dado sigue la misma línea de flujo.

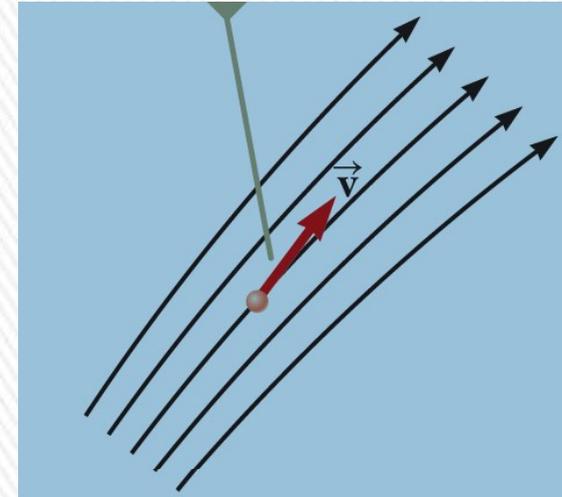
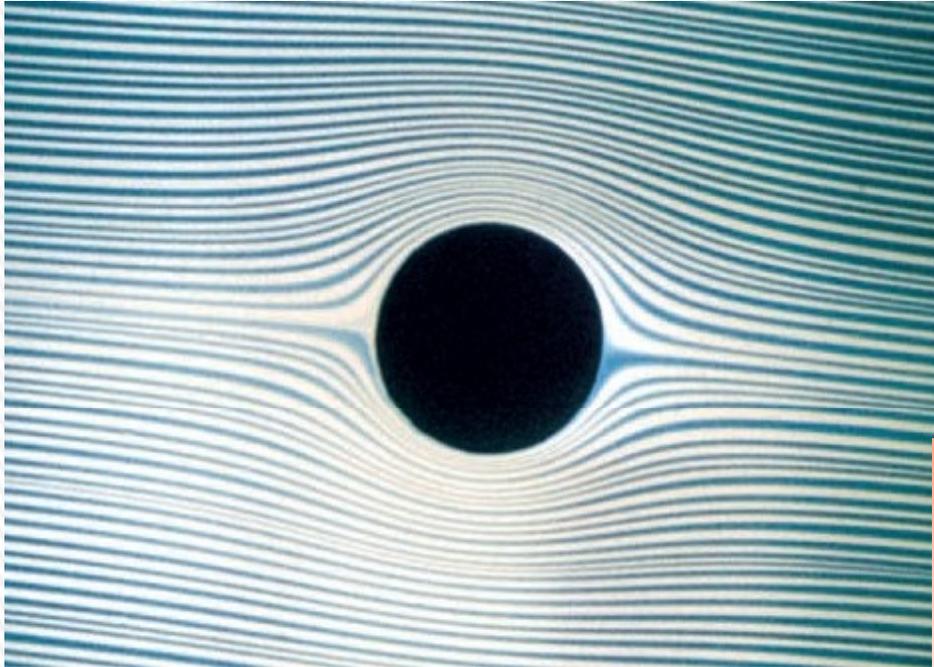
El “mapa” de velocidades del fluido en distintos puntos del espacio permanece constante, aunque la velocidad de una partícula específica pueda cambiar tanto en magnitud como en dirección durante su movimiento.



Las líneas de flujo que pasan por el borde de un elemento de área imaginario, como el área  $A$  forman un tubo llamado **tubo de flujo**. Si el flujo es estable el fluido no puede cruzar las paredes laterales de un tubo de flujo; los fluidos de diferentes tubos de flujo no pueden mezclarse.

# FLUJO DE FLUIDO

**Flujo laminar:** las capas adyacentes de fluido se deslizan suavemente una sobre otra, y el flujo es estable.



Una partícula en un flujo laminar sigue una línea de corriente.  
La velocidad de la partícula siempre es tangente a la línea de corriente.

Si la rapidez de flujo es suficientemente alta, o si las superficies de frontera causan cambios abruptos en la velocidad, el flujo puede volverse irregular y caótico (flujo turbulento)

**Flujo turbulento:** no hay un patrón de estado estable; el patrón de flujo cambia continuamente, se vuelve irregular y caótico.

## Características de flujo y de fluido ideal (modelo)

Un fluido en movimiento puede caracterizarse en uno de los dos tipos principales: **flujo laminar, estacionario o estable** en el que cada partícula sigue una trayectoria uniforme y nunca se cruzan, de modo que la velocidad del fluido en cualquier punto se mantiene constante en el tiempo, y el **flujo turbulento o no estable** en el que surgen torbellinos e irregularidades (ocurre a partir de cierta velocidad crítica).

### Modelo de **fluido ideal**:

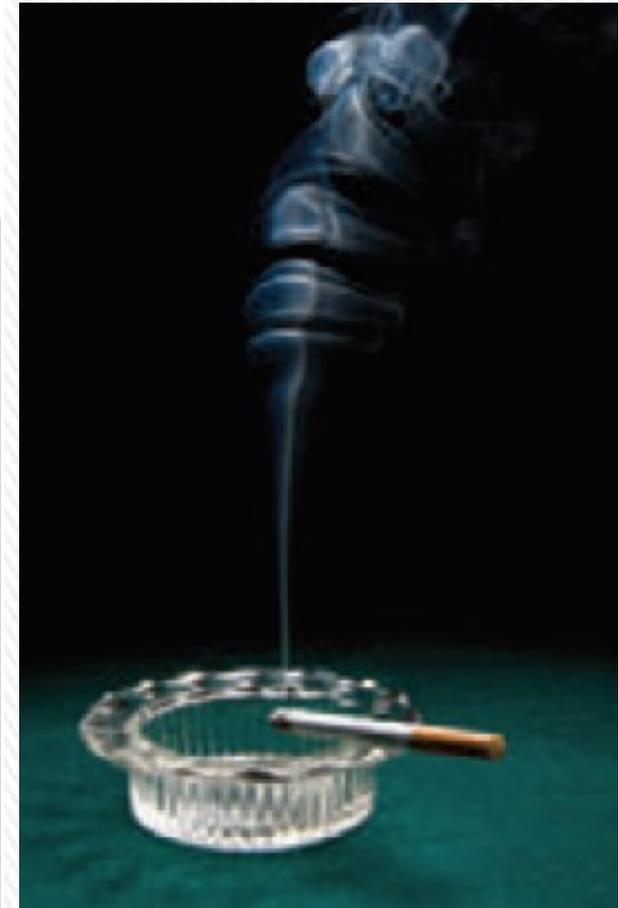
- no viscoso, e
- Incompresible.

### **Flujo**:

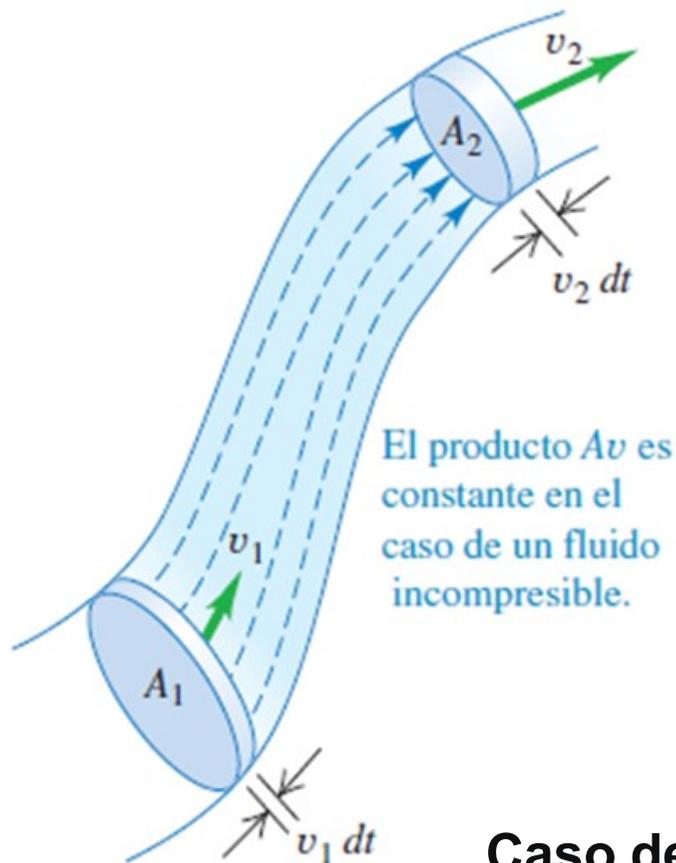
- estacionario (estable o laminar) , e
- irrotacional (no hay momento angular del fluido alrededor de algún punto.)

# FLUJO DE FLUIDO

**12.20** El flujo de humo que sale de estas varas de incienso es laminar hasta cierto punto; luego se vuelve turbulento.



# ECUACIÓN DE CONTINUIDAD



La masa de un fluido en movimiento no cambia al fluir: lo que conduce a una relación cuantitativa importante llamada **ecuación de continuidad**.

**Tubo de flujo** entre dos secciones transversales con áreas  $A_1$  y  $A_2$ .  
 $v_1$  y  $v_2$  son los valores de la rapidez del fluido en estas secciones

**No fluye fluido a través de los costados del tubo porque la velocidad del fluido es tangente a la pared en todos sus puntos.**

**Caso de un fluido incompresible:** la densidad  $\rho$  tiene el mismo valor en todos los puntos, se prueba que:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Si el fluido es compresible:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

# ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

El producto  $Av$  es la **rapidez del flujo de volumen o caudal o gasto**  $dV/dt$ , la rapidez con que el volumen cruza una sección del tubo:

$$\frac{dV}{dt} = Av$$

La rapidez de flujo de *masa* es el flujo de masa por unidad de tiempo (**gasto másico**) a través de una sección transversal, y es igual a la densidad  $\rho$  multiplicada por la rapidez de flujo de volumen  $dV/dt$ .

**El caudal tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo de cualquier tubo de flujo.**

Si la sección transversal de un tubo de flujo disminuye, la rapidez aumenta, y viceversa.

El chorro de agua que sale de un grifo se adelgaza al adquirir rapidez durante su caída, pero  $dV/dt$  tiene el mismo valor en todo el chorro.

# ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

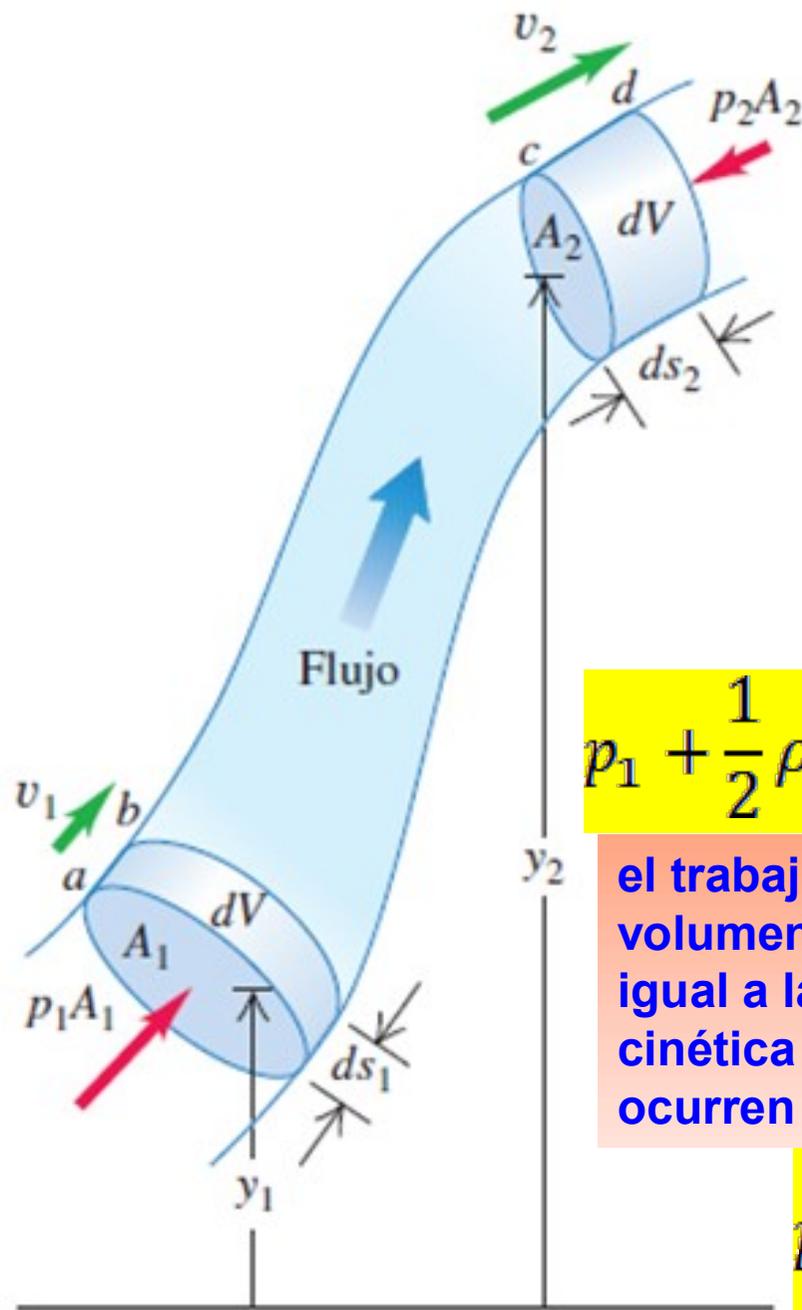


Cuando regamos, y tapamos un poco el orificio de salida de la manguera, no estamos aumentando la presión (que siempre es la atmosférica)...

estamos aumentando la rapidez del agua que se rocía conforme el tamaño de la abertura disminuye con el pulgar.



# ECUACIÓN DE BERNOULLI



Modelo de fluido incompresible y no viscoso y flujo estacionario e irrotacional.

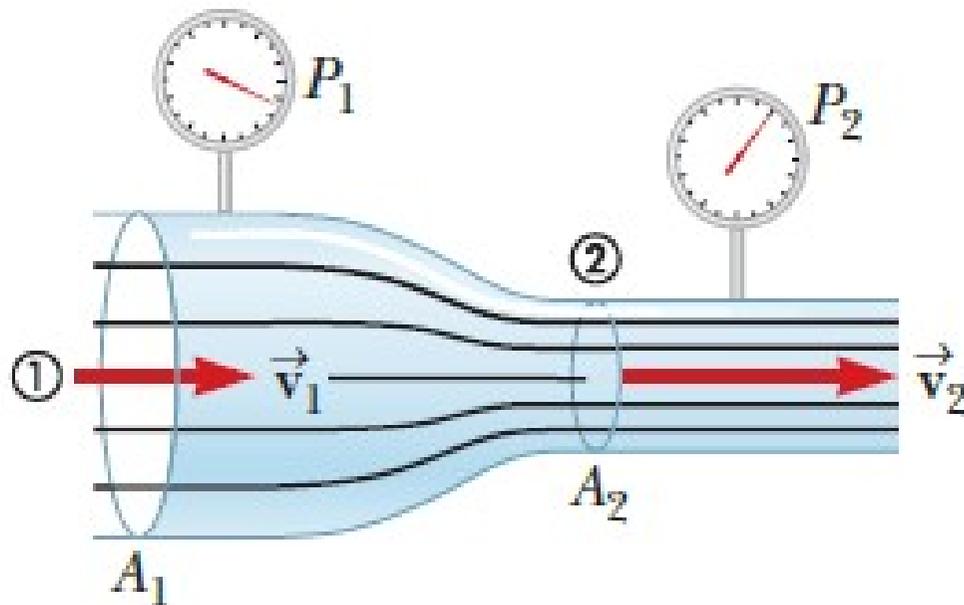
Esta ecuación se prueba si aplicamos **teorema del trabajo y energía** al fluido en una sección de un tubo de flujo (que inicialmente está entre a y c y luego pasa a la sección entre b y d) y usando además la ecuación de continuidad)

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

el trabajo efectuado sobre una unidad de volumen de fluido por el fluido circundante es igual a la suma de los cambios de las energías cinética y potencial por unidad de volumen que ocurren durante el flujo.

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = cte.$$

# El tubo Venturi



a



Charles D. Winters

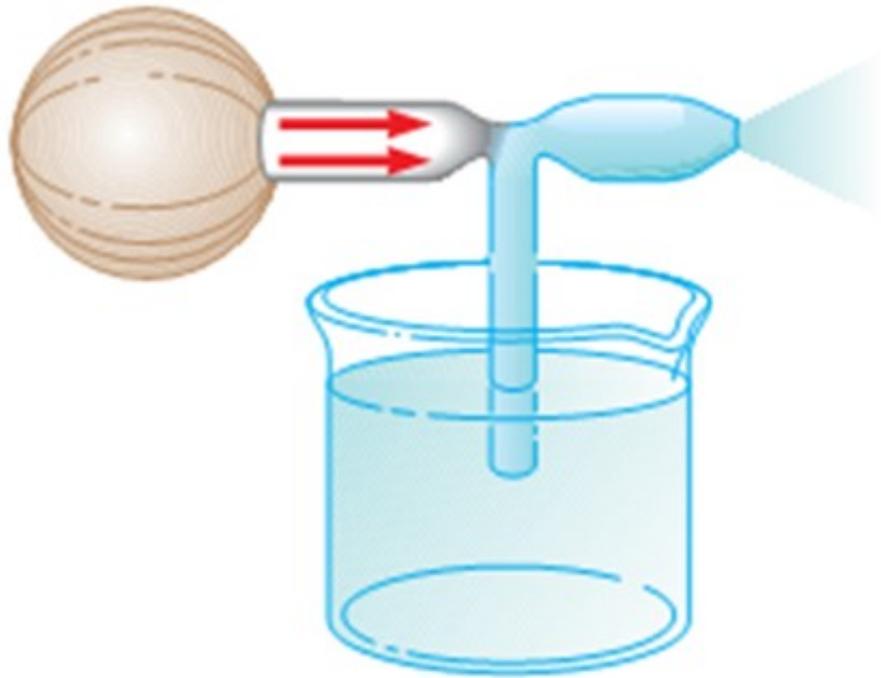
b

a) La presión  $P_1$  es mayor que la presión  $P_2$  porque  $v_1 < v_2$ .

*Este dispositivo se utiliza para medir la rapidez del flujo de fluido.*

b) Un tubo Venturi: el aire se sopla a través del tubo desde la izquierda. El mayor nivel de fluido en la columna de en medio muestra que la presión en lo alto de la columna, que está en la región estrecha del tubo Venturi, es menor.

# La máquina de Flit o pulverizador



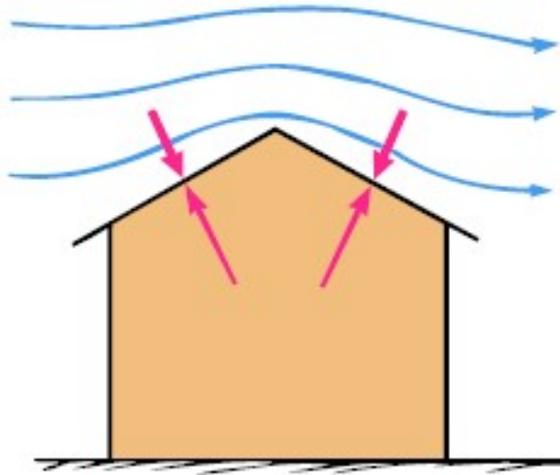
Un flujo de aire que pasa sobre un tubo sumergido en un líquido, hace que éste suba por el tubo. Este efecto es usado en botellas de perfume y en rociadores de pintura e insecticidas.

El mismo principio es usado en el **carburador** de una moto. En este caso, la región de baja presión del carburador es producida por un aire succionado por el émbolo a través del filtro de aire. La gasolina se evapora, se mezcla con el aire y entra al cilindro del motor donde se produce la combustión.

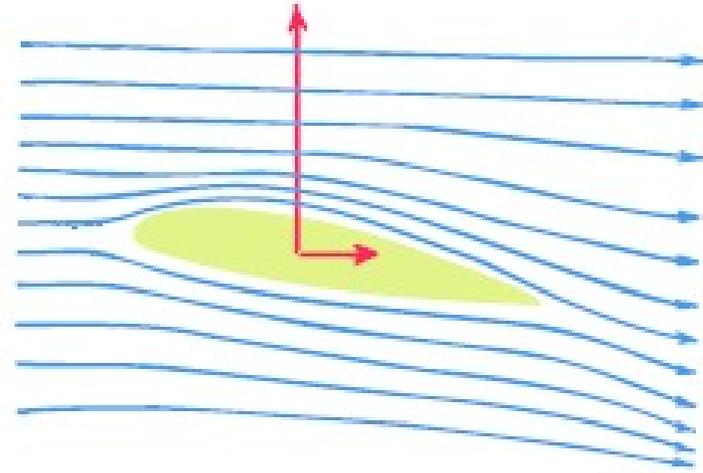


Una corriente de aire que pasa sobre un tubo abierto reduce la presión arriba del tubo, lo que hace que el líquido suba en la corriente de aire. El líquido es entonces dispersado en una fina nube de pequeñas gotas.

# Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli



La presión del aire arriba del techo es menor que la presión del aire abajo del techo.



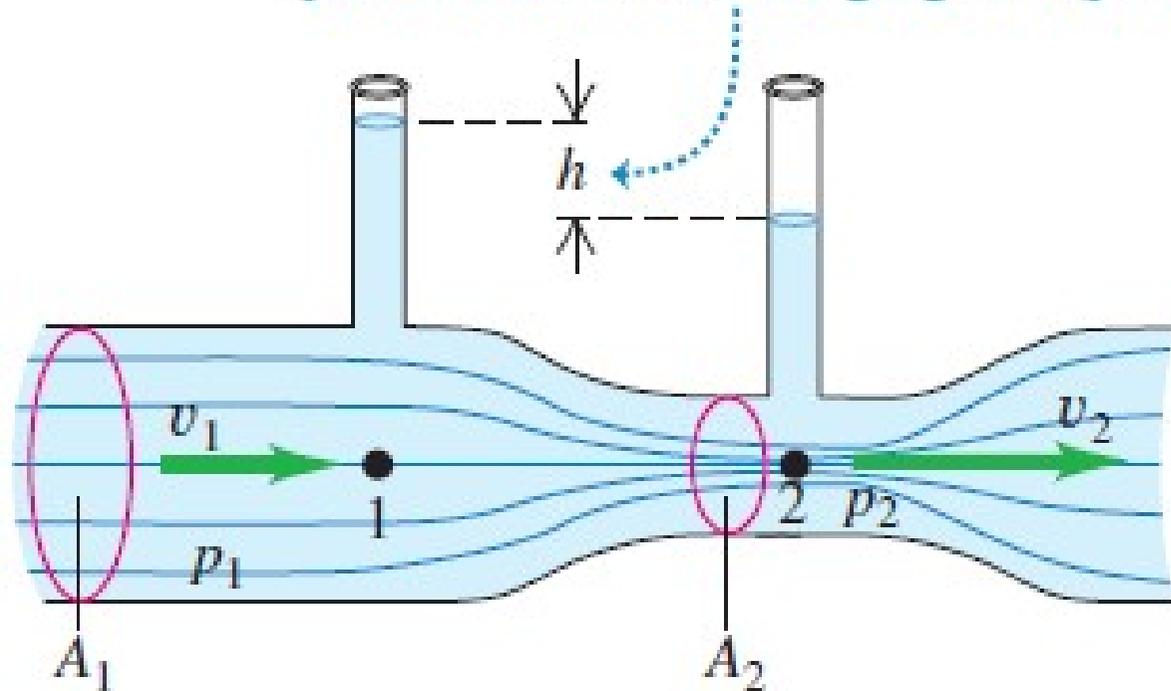
El vector vertical representa la fuerza ascendente neta (sustentación) que resulta de mayor presión de aire bajo el ala que arriba del ala. El vector horizontal representa el arrastre aerodinámico.

En ambos casos, una mayor presión por abajo empuja el techo o el ala hacia una región de menor presión arriba. El aire se hace fluir más rápido sobre la superficie superior del ala que bajo su superficie inferior., El resultado son líneas de corriente más apiñadas a lo largo de la superficie superior del ala que a lo largo de la parte inferior.

## Ejemplo: El medidor Venturi

La figura muestra un *medidor Venturi*, que se usa para medir la rapidez de flujo en un tubo. Deduzca una expresión para la rapidez de flujo  $v_1$  en términos de las áreas transversales  $A_1$  y  $A_2$  y la diferencia de altura  $h$  del líquido en los dos tubos verticales.

La diferencia de altura es resultado de la presión reducida en la garganta (punto 2).



Asumo que el fluido y el flujo son tales que puedo aplicar la ecuación de Bernoulli

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Los dos puntos tienen la misma coordenada vertical ( $y_1 = y_2$ ),

## Ejemplo 12.9 : El medidor Venturi

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

De acuerdo con la ecuación de continuidad :  $v_1 A_1 = v_2 A_2$

$$v_2 = (A_1/A_2)v_1.$$

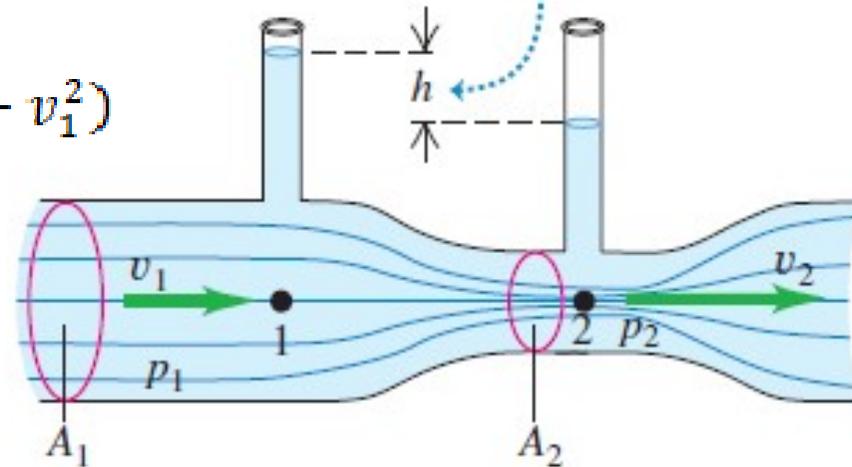
Al sustituir y reordenar, obtenemos

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \left( \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 v_1^2 - v_1^2 \right) = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left( \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)$$

Como:  $p_1 = p_0 + \rho g h_1$  y  $p_2 = p_0 + \rho g h_2$  y por tanto:  $p_1 - p_2 = \rho g (h_1 - h_2) = \rho g h$

$$\rho g h = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left( \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)$$

La diferencia de altura es resultado de la presión reducida en la garganta (punto 2).



$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1}}$$