EXAMEN DE ONDAS

PERÍODO REGULAR 27/07/2021

Ejercicio 1. Una onda acústica plana de frecuencia $750Hz$ se propaga en el agua (c = 1500 m/s) según el eje Ox hacia las $x > 0$. El plano $x = 0$ es una frontera con un material de impedancia acústica desconocida Z_2. En el patrón de interferencia resultante el primer máximo se ubica en $x =$ - 0,5 m y la amplitud de la sobrepresión en ese máximo es $4dB$ mayor que la amplitud de la onda incidente. (a) Halle la impedancia Z_2. (b) Si la frecuencia se duplica, ¿dónde se ubica el primer máximo de interferencia?

Ejercicio 2. Una cavidad cilíndrica de paredes rígidas está llena de agua. La cavidad tiene radio $a = 5{,}0\ cm$ y largo $L = 20{,}0\ cm$. (a) Hallar la frecuencia fundamental de vibración de las ondas estacionarias en la cavidad. La velocidad del sonido en agua es c = 1430 m/s (b) La velocidad del sonido en agua depende de la temperatura t (en °C) como: $c(t) = 1430 + 5t - 0{,}06t^2$ [m/s]. Hallar la variación porcentual de la frecuencia fundamental cuando la temperatura en la cavidad varía de 0°C a 10°C. (c) Si ahora tomamos en cuenta la expansión térmica, las dimensiones de la cavidad varían cuando aumenta la temperatura. El coeficiente lineal de expansión térmica en la cavidad es $\alpha = 5{,}0 \times 10^{-4}$ °C^{-1}, siendo la temperatura de referencia $t_0 = 0$°C. Hallar nuevamente la variación porcentual de la frecuencia fundamental de la cavidad cuando la temperatura varía de 0°C a 10°C.

Ejercicio 3. Suponga una onda acústica dada por la expresión:

$$P' = A(x, y, z)e^{i(\omega t + kz)}$$

donde $A(x, y, z)$ es una función que varía lentamente con z. (a) Mostrar que para esta onda la ecuación de Hemholtz se puede expresar como:

$$\nabla_t^2 A + 2ik\frac{\partial A}{\partial z} = 0$$

donde $\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Esta ecuación se conoce como la ecuación de Hemholtz paraxial. (b) Mostrar que una solución a la ecuación paraxial está dada por:

$$A(x, y, z) = \frac{A_0}{q(z)} e^{ik\frac{(x^2+y^2)}{2q(z)}}$$

donde A_0 es constante y $q(z)$ es cualquier función tal que $\frac{dq}{dz} = 1$. (c) Mostrar que si la función $q(z)$ tiene la forma:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + i\frac{\lambda}{\pi W^2(z)}$$

El campo acústico consiste en un haz con perfil gaussiano y una aproximación de fase cuadrática a un frente de ondas esférico convergente.