Física de Radiaciones I

Hoja 2 - 2023 - Instituto de Física

1. La notación compleja permite calcular promedios temporales en un período de forma mucho más sencilla.

   Considera $f(\vec{r},t) = A\cdot cos(\vec{k}.\vec{r} - \omega t + \delta_a)$ y $g(\vec{r},t) = B\cdot cos(\vec{k}.\vec{r} - \omega t + \delta_b)$ (con A y B reales), y las mismas funciones en notación compleja F y G (por ejemplo, $F(\vec{r},t) = A \bullet e^{\vec{k}.\vec{r}-\omega t}$, siendo $A = A \bullet e^{i\delta_a}$); muestra que:

   $$< fg > \ = \frac{1}{2} Re\{FG^*\}$$

   Escribe entonces $< u >$ y $< \vec{S} >$ en función de los campos electromagnéticos (CEM) en notación compleja.

2. Considera un trozo de alambre de longitud L en que se establece una diferencia de potencial V, por el que circula una corriente I. Por efecto Joule en el mismo se disipa una potencia V I. Obtén este resultado de la siguiente forma:

   a. Calcula el vector de Poynting en la superficie del alambre.
   b. Integra el mismo en la superficie.

3. Reproduce la deducción del vector de Poynting, pero para materia, sustituyendo **J** por $\mathbf{J_f}$ y muestra que

   a. $\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H}$
   b. $\frac{\partial u_{em}}{\partial t} = \vec{E} \bullet \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \bullet \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.
   c. En el caso de medios lineales obtiene que $u_{em} = \frac{1}{2}(\vec{E} \bullet \vec{D} + \vec{H} \bullet \vec{B})$.
   g. De igual forma, usando ahora además ρ_f en vez de ρ, muestra que la expresión para la densidad de momento es $\vec{p}_{em} = \vec{D} \wedge \vec{B}$ (no construya el tensor de Maxwell en este caso).

4. Considera campos dados por las siguientes expressiones:

   $\vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\theta(vt - r)\frac{\vec{r}}{r}$; $\vec{B}(\vec{r},t) = 0$, donde θ es la función (escalón) de Heaviside y v una velocidad.

   a. Muestra que estos campos satisfacen las ecuaciones de Maxwell y determina la densidad de carga ρ y corriente $\vec{J}$. Ten en cuenta que $\vec{\nabla} \cdot \frac{\hat{r}}{r^2} = 4\pi\delta^3(\vec{r})$

   b. Describe la situación física a la que corresponde.

5. La intensidad de la luz solar en la Tierra es aproximadamente 1300 W/m^2.

a. Calcula la presión que ejerce sobre un absorbente perfecto y sobre un reflector perfecto. Compara este valor con la presión atmosférica.
b. Se ha especulado acerca de la posibilidad de construir naves espaciales usando la presión de radiación como medio de propulsión. Calcula la aceleración que esta presión le imprime a una vela de densidad 1 g/m^2 y compara esta presión con la ejercida por el viento solar (5 protones por cm^3 con velocidad 400 km/s).

6. Considera un grano de polvo interestelar, esférico y de densidad ρ_0, que flota a gran distancia del Sol ($d \gg R_\odot$). Esta partícula está sometida a la atracción gravitatoria del Sol y a la repulsión debida a la presión de la radiación solar, ambas proporcionales al inverso del cuadrado de la distancia d. Asume que el Sol emite una potencia total w y que los granos absorben toda la radiación solar.

   a. Indica los valores del radio y masa de estos granos de polvo de modo que estén en equilibrio en el espacio (expresa la respuesta en función de $G, \rho_0, c, w, M_\odot$).
   b. Calcula el radio límite. La constante de gravitación universal es $6,67\cdot10^{-11}\, m^3\, kg^{-1}\, s^{-2}$, la luminosidad del Sol es $4\cdot10^{33}\, erg \bullet s^{-1}$ y la masa del Sol es $M_\odot = 2\cdot10^{33}\, g$.

7. Considera que un electrón es una cáscara esférica de carga uniforme que rota con velocidad angular ω.

   a. Calcula la energía total y el momento angular almacenados en los CEM.
   b. De acuerdo con la fórmula de Einstein $E = mc^2$, esta energía debe contribuir a la masa del electrón. Lorentz y otros han especulado que toda la masa del electrón tiene este origen y por tanto $U_{em} = m_e c^2$. Supón, además, que todo el momento angular de espín del electrón, tiene origen en los CEM: $L_{em} = \hbar/2$. Usando estas dos suposiciones, determina el radio y velocidad angular del electrón. Calcule el producto ωR. ¿Tiene sentido este modelo clásico?

8. Considera una onda esférica:

$$\vec{E}(r,\theta,\phi,t) = A\frac{\sin sin\,(\theta)}{r}\left[\cos cos\,(kr - wt) - \frac{1}{kr}\sin sin\,(kr - wt)\right]\vec{\phi};$$

   $con \frac{w}{k} = c.$ $\vec{\phi}$ es el versor correspondiente a la coordenada azimutal.

   a. Verifica que este campo cumple las ecuaciones de Maxwell en el vacío. Calcula el campo magnético.
   b. Calcula el vector de Poynting. Calcula el promedio temporal del vector de Poynting y obtenga entonces el llamado vector intensidad $\vec{I}$. Discute si este último tiene la dirección que se esperaría y si decae como 1/r^2.

c. Integra el vector intensidad en una superficie esférica para determinar la potencia total radiada.

9. Considere los siguientes potenciales: ϕ = 0; $\vec{A} = \{\frac{\mu_0 k}{4c}(ct - |x|)^2 \hat{z},\ |x| < ct\ 0,\ \ |x| > ct$

a. Calcula y grafica los campos eléctrico y magnético.
b. Determina la distribución de cargas y corrientes que dan lugar a estos potenciales y campos. Ten en cuenta que las discontinuidades de los campos se deben, por ejemplo, a corrientes de superficie.

10. Verifica que se satisfacen las ecuaciones de Maxwell y encuentre los campos, corrientes y carga correspondientes a
a. $\phi(\vec{r}, t) = 0; \vec{A}(\vec{r}, t) =- \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$. Luego usa la función de gauge $\lambda =- \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r}$ para transformar los potenciales y comenta el resultado.
b. $\phi(\vec{r}, t) = 0; \vec{A}(\vec{r}, t) = A_0 sin(kx - wt)\hat{y}$. Indica qué relación deben cumplir k y w.

11. Considera campos electromagnéticos descritos por un potencial escalar $\boldsymbol{\phi}$ y un potencial vector $\vec{A}$.

a. Discute si siempre es posible encontrar una función de gauge tal que el potencial escalar sea nulo. En caso afirmativo, indica la función de gauge que lo hace posible.
b. Ídem para el caso de potencial vector nulo.