

**Física de Radiaciones I**  
**Hoja 8 - 2023 – Instituto de Física**

1. Una muestra de  $N = 10$  átomos de potasio  $^{42}\text{K}$  (vida media = 12,4 h) se prepara en 10 cajas individuales y se observa durante un período de  $t = 3$  h.
  - a. Calcule la probabilidad de que los átomos número 1, 3 y 8 decaigan en el período.
  - b. Calcule la probabilidad de que los átomos número 1, 3 y 8 decaigan en el período y que ninguno de los demás decaiga.
  - c. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 átomos (cualesquiera) decaigan en las 3 h?
  - d. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 6 átomos (cualesquiera) decaigan en las 3 h?
  - e. ¿Cuál es la probabilidad de que ningún átomo decaiga en las 3 h?
  - f. Calcule y grafique la fórmula para el decaimiento de exactamente  $n$  átomos.
  - g. Si  $\varepsilon = 100\%$  la tasa de conteo y la actividad coinciden. Calcule entonces el valor de expectación y la desviación estándar de la tasa de desintegración.
  
2. La actividad de una muestra de larga vida se mide con una eficiencia del 35% en un contador, siendo el fondo de radiación insignificante. La muestra tiene una actividad reportada de 42,0 dpm (desintegraciones por minuto =  $\text{min}^{-1}$ ). Para comprobar este valor, el técnico A toma una lectura de un minuto y registra 19 cuentas. Su tasa observada, de 19,0 cpm (cuentas por minuto =  $\text{min}^{-1}$ ), difiere de la de la actividad reportada, es decir,  $0,35 \times 42,0 = 14,7$  cpm, en 4,3 cpm. Otro técnico B toma una lectura de 60 minutos y registra 1148 conteos. Su tasa de recuento observado, 19,13 cpm, difiere de la actividad reportada por 4,4 cpm, aproximadamente lo mismo que A.
  - a. ¿La medida de A es compatible con la actividad reportada? Calcule en cuántas desviaciones estándar difiere de esta y la probabilidad de que esto ocurra.
  - b. Ídem para B.
  - c. ¿Cuál medida es más confiable?
  
3. La tasa de cuentas neta obtenida a partir de la medida con un detector no debe incluir el fondo y se obtiene de restarle esta a la tasa de cuentas bruta realizada:  $r_n = r_g - r_b$ , siendo en cada caso  $r = n/t$ , cociente del número de cuentas medidas en el tiempo  $t$ .
  - a. Use la fórmula de propagación de errores para estimar el error en  $r_n$  en términos de los errores (desviaciones) en  $r_g$  y  $r_b$ . Expresé este error en función de los  $r$  y  $t$  para  $g$  y  $b$ .
  - b. Asuma distribuciones de Poisson y que el número de cuentas  $n$  es una estimación de la media, y entonces exprese el error de la tasa neta de conteo en función de los  $r$  y  $t$ .
  - c. Considere una muestra de un radioisótopo de larga vida media, que es medido 10 min en un detector obteniéndose 1426 cuentas. Sin la muestra, se miden 2561 cuentas en 90 min.
    - c1. Calcule la tasa de conteo neta de la muestra y su desviación estándar.
    - c2. Si la eficiencia es 28% calcule la actividad y su desviación en Bq.
    - c3. Sin repetir la medida del fondo de radiación calcule el tiempo mínimo necesario para medir la tasa de conteo neta a  $\pm 5\%$  de su valor con 95% de

confianza.

c4. Indique si este tiempo también permite medir la actividad en las mismas condiciones.

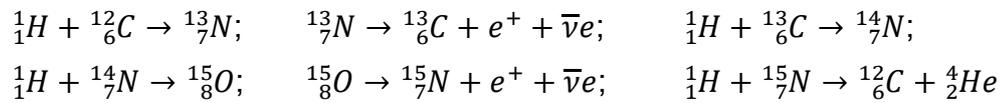
d. Use la expresión obtenida en b para minimizar el error de la tasa neta de conteo cuando el tiempo total de medida  $T = t_g + t_b$  es fijo. La ecuación obtenida da la relación  $t_b/t_g$  entre ambos tiempos que minimiza este error, en función de  $r_b$  y  $r_g$ .

4. Debido a las fluctuaciones del fondo y de la muestra se define error tipo-I a un falso negativo en asignar actividad nula a una muestra con actividad, mientras que error tipo-II es un falso positivo, correspondiente a asignarle actividad a una muestra que en realidad no la tiene. Asuma una distribución normal para el fondo y la muestra, y que el radionúclido tiene gran vida media.
  - a. En una muestra se obtiene un conteo bruto de  $n_g = 530$  midiendo 10 min, y  $n_b = 1500$  midiendo 30 min. Calcule  $r_n$  y  $\sigma_r$ . Si se asume que la actividad de la muestra es nula, calcule la probabilidad de obtener una tasa mayor o igual que  $r_n$ . Si este valor es bajo, la hipótesis es confirmada.
  - b. Con los mismos tiempos, calcule el número mínimo de cuentas brutas que se necesitan para que el riesgo de cometer un error tipo-I no sea mayor que 0,050. Este valor de  $n_b$  se llama umbral de actividad significativa. Una muestra de un radionucleído de larga vida media da 939 cuentas en 3 min.<sup>3</sup>
5. Una muestra de un radio-nucleído de larga vida media da 939 cuentas en 3 min.
  - a. Calcule el error probable en la tasa de conteo.
  - b. Calcule el tiempo que debe medirse la muestra para determinar la tasa de conteo a menos de  $\pm 3\%$  con 95% de confianza.
  - c. Si la tasa de conteo es 5,22 cps:
    - c1. Calcule la probabilidad de que exactamente 26 cuentas sean observadas en 5 s.
    - c2. Indique si el uso de la distribución de Poisson está garantizada en este caso.
6. Si la masa del tritio es de 3,017005 u, ¿cuánta energía es necesaria para disociar al núcleo?
7. Use la gráfica de la energía de ligadura media por nucleón para estimar la energía liberada (en MeV) cuando el  $^{238}\text{U}$  se fisiona espontáneamente en dos fragmentos iguales con la liberación de cuatro neutrones, asumiendo que los fragmentos de fisión son estables (para estos núcleos es correcto utilizar la gráfica mencionada). Calcule la fracción de la masa del núcleo original que se transforma en energía.
8. En la fórmula semiempírica de la masa:
  - a. Demuestre, usando una aproximación con densidad de carga uniforme para el núcleo y los protones, que la energía de interacción entre todos los protones es  $V_{Coul} = \frac{3Z(Z-1)e^2}{20\pi\epsilon_0 R}$ . Deduzca entonces el término correspondiente en la fórmula semiempírica de la masa y el valor del coeficiente.

- b. Asuma que los neutrones y los protones se distribuyen en niveles equidistantes en una energía  $\Delta$ . Deduzca entonces la expresión del término de simetría N-P en la fórmula.
- c. Repita lo anterior en el caso del modelo de Fermi, suponiendo que  $N - Z = \varepsilon \ll A$ .
- d. Considere la fórmula para A fijo, como función de Z. Calcule la línea de más estabilidad  $Z(A)$ . Identifique los factores que alejan esta curva de  $A = 2Z$ .
- e. Discuta la estabilidad para el decaimiento beta para A par o impar.
9. Calcule, usando la fórmula semiempírica de la masa, la energía total de ligadura del  $^{40}\text{Ca}$  y la energía de ligadura por nucleón. Compare con el valor de  $\Delta$  tabulado. ¿En qué porcentaje cambian los valores anteriores si se tiene en cuenta la energía de ligadura electrónica  $B_e = 15,73Z^{7/6} \text{ eV}$ ?
10. Usando el modelo de la gota líquida,
- Calcule la energía de ligadura del último neutrón del  $^{17}_8\text{O}$ .
  - Determine la energía de separación de un neutrón en  $^{207}_{82}\text{Pb}$  y  $^{208}_{82}\text{Pb}$ .
  - Halle los isóbaros con  $A=102$  que son estables y calcule el Z para el más estable.
  - Calcule la energía del decaimiento alfa (igual a menos la energía de separación de la partícula alfa). Aplique el resultado a  $^{212}_{84}\text{Po}$  y  $^{208}_{82}\text{Pb}$ . Tenga en cuenta que la energía de ligadura de una partícula alfa es 28,3 MeV.
11. Se desea producir  $^{243}_{96}\text{Cm}$  a partir de  $^{240}_{94}\text{Pu}$  por bombardeo alfa.
- Escriba la reacción y calcule el Q e indique si es exotérmica o endotérmica.
  - Calcule el umbral de la reacción en el CM y en el lab.
  - Calcule la altura de la barrera coulombiana del estado inicial y la energía cinética mínima de la partícula alfa en el lab para poder producir la reacción.
- Datos:  $^4_2\text{He} = 4,002603 \text{ u}$ ;  $^{240}_{94}\text{Pu} = 240,053814 \text{ u}$ ;  
 $^{243}_{96}\text{Cm} = 243,061389 \text{ u}$ ;  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$
12. Estime la energía mínima necesaria para que un protón pueda reaccionar con un átomo de Cl
- en el centro de masa,
  - en el lab.
13. Se bombardea una muestra de  $^{27}_{13}\text{Al}$  con protones de 15 MeV y se forma un núcleo compuesto.
- Calcule la energía de excitación del núcleo formado.
  - Calcule la energía de excitación necesaria para que el núcleo compuesto emita un neutrón. Ídem para una partícula  $\alpha$ . ¿Son posibles estas emisiones en esta experiencia?

Datos:  ${}^4_2\text{He} = 4,002603 \text{ u}$ ,  ${}^{27}_{13}\text{Al} = 26,981538 \text{ u}$ ,  ${}^{28}_{14}\text{Si} = 27,976926 \text{ u}$ ,  
 ${}^{28}_{13}\text{Si} = 26,986704 \text{ u}$ ,  ${}^{24}_{12}\text{Mg} = 23,985041 \text{ u}$

14. Considere el ciclo de carbono de Bethe CNO donde ocurren las reacciones siguientes:



a. Escriba el balance global de las reacciones entre la 1ra y la última. Indique el rol del  ${}^{12}_6\text{C}$ .

b. Calcule la energía liberada.