

Mecánica Clásica

Gonzalo De Polsi

gdepolsi@fisica.edu.uy

Oficina: 308

Créditos: 14

Método de evaluación:

mI) 2 parciales c/u 50 pts

mII) 2 parciales c/u 30 pts +
5 preguntas c/u 10 pts

Método de aprobación/exoneración:

La nota del estudiante se define
como $N = \max \{mI), mII)\}$

Se exonera el curso con 80pts
más una exposición oral de carácter
eliminatória.

Se aprueba el curso con 20 pts

Programa del curso

Unidad I: Mecánica Newtoniana de la partícula

1. Principios de la mecánica
2. Cinemática de la partícula
3. Dinámica de la partícula
4. Trabajo y Energía
5. Fuerzas centrales

Unidad II: Mecánica relativista

1. Límites de la mecánica Newtoniana y el inicio de la relatividad especial
2. Relatividad, las medidas de longitud y tiempo, cinemática relativista
3. Dinámica relativista

Unidad III: Mecánica Newtoniana de sistemas de partículas

1. Sistemas de partículas
2. Cinemática y dinámica del rígido

Bibliografía

- * Apuntes de Mecánica Clásica o Newtoniana
- * Dinámica clásica de sistemas y partículas (J.B. Marion)
- * Introduction to special relativity (R. Resnick)
- * Relatividad especial (A.P. French)

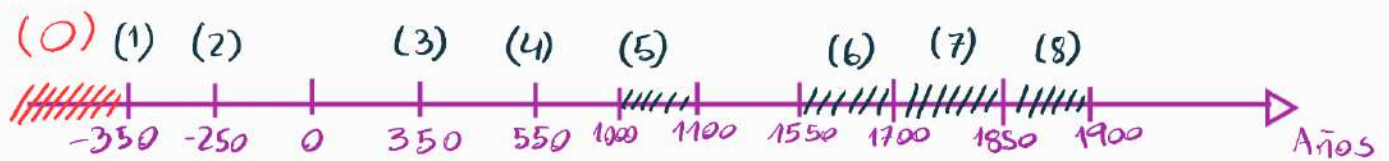
I- Mecánica Newtoniana de la partícula

I.1) - Principios de la mecánica

• ¿Qué es la mecánica?

Es el estudio del movimiento de los cuerpos, desde la forma de describirlo hasta las causas del mismo.

Esta es una de las ramas más antiguas de la física. Veamos una breve, resumida y perfecta línea de tiempo de la historia de la mecánica.



- (0) - Egipcios, Babilones, Sumerios, etc. - Pocos registros, mediciones de tiempos, distancias y pesos. Conocimientos prácticos con fenómenos principalmente asociados a deidades.
- (1) - Aristóteles - Busca establecer principios generales para el movimiento de los cuerpos. Clasifica movimientos. "Fuerza $\propto$ velocidad".
- (2) - Arquímedes - Principio de flotación
- (3) - Themistius - Primeros registros de fricción en la historia. Fricción estática > fricción dinámica.
- (4) - John Philoponus - Objetos de distinto peso caen a igual velocidad.
- (5) - Abu'l Barakát et al. - Aceleración proporcional a la fuerza. Introducen conceptos de Inercia, momento, fuerza de reacción, gravedad a distancia (al centro de la Tierra!).
- (6) - Galileo, Newton, Descartes, Bernoulli - Transformaciones de Galileo, caída de los cuerpos, principio de inercia, conservación del momento, leyes de Newton, etc.
- (7) - Noether, Euler, Lagrange, Hamilton - Principios extremales/varriacionales, simetrías y conservación de cantidades, etc. (Mecánica Analítica)
- (8) - Einstein, Lorentz, Poincaré - Desarrollo de la relatividad especial.

Unidades (I) y (II) corresponden principalmente a los desarrollos del punto (6) pero éstos no son fruto de una iluminación de unos pocos.

Unidad (II) corresponde al punto (8).

Cuerpo ← Mecánica → Movimiento

⇒ ¿Qué es un cuerpo?

Definición:

Un cuerpo es una colección de partículas o masas puntuales. Siendo las partículas una idealización: objeto localizado, sin dimensiones, con una propiedad denominada masa (veremos más adelante).

¿Cómo describimos el movimiento de las partículas?

Para esto necesitamos, necesariamente, de un sistema de referencia o referencial

Definición:

Un referencial es un conjunto de objetos o entidades cuyas distancias relativas no varían en el tiempo. (permanecen en reposo relativo)

Esto nos permite decir que "algo se mueve o cambia su posición respecto a algo". Sin embargo, para precisar y cuantificar las posiciones creamos un sistema de coordenadas que permitirá realizar medidas de posiciones de las partículas.

Definición:

Un sistema de coordenadas en un referencial es un conjunto de 3 números y reglas que determinan de forma única la posición de un punto u objeto.

¿Por qué así? porque se asume que el espacio donde se ubican los objetos es el espacio vectorial tridimensional $\mathbb{R}^3$. Toda partícula puede ser ubicada en el espacio en un sistema de coord. como el vector que va del origen a la partícula caracterizado unívocamente por las coordenadas que éste tiene en la base elegida. Esto es posible porque la partícula es puntual.

¿Con que objetos trabajamos?

Los objetos principales con los que trabajamos son los vectores y los escalares.

Definición:

Definimos un escalar como una cantidad cuyo valor no depende del sistema de coordenadas utilizado. (¡ojo! puede depender del sist. de referencia)

Ejemplos de esto son: el radio de un círculo, la masa o la energía.

Definición:

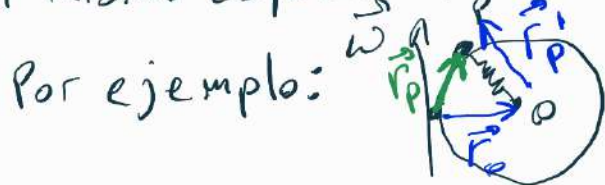
Definimos un vector como una cantidad que tiene magnitud dirección y sentido.

(se puede hacer la distinción entre vectores libres o aplicados [vector libre más un punto])

Hablemos de vectores libres y sus propiedades

Operaciones con vectores:

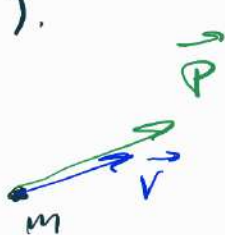
* La suma de dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ es un vector del mismo espacio vectorial de estos $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.



$$\vec{r}_p = \vec{r}_0 + \vec{r}_p$$

* El producto de un vector $\vec{v}$ y un escalar α es otro vector $\vec{w} = \alpha \vec{v}$ ($\vec{w}$ puede vivir en otro espacio vectorial).

Por ejemplo:



cantidad de movimiento
 $\vec{p} = m \vec{v}$ ← velocidad.
masa

No existe la operación $\vec{p} + \vec{v}$!!

* El producto interno entre dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ es un escalar $\alpha = \vec{u} \cdot \vec{v}$.

- $\vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}|^2 = \vec{u}^2 = u^2$ es la norma al cuadrado del vector $\vec{u}$ y es un escalar
- si $\vec{u} \cdot \vec{u} = 1$ decimos que $\vec{u}$ es un versor y escribimos $\hat{u}$,
- si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ decimos que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son ortogonales

* El producto vectorial de dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ es otro vector $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$.

Bases de vectores

Una base de vectores es un conjunto de 3 vectores linealmente independientes:

$$\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\} \text{ es l.i. } \Leftrightarrow a\vec{u}_1 + b\vec{u}_2 + c\vec{u}_3 = 0$$

solo se satisface
si $a=b=c=0$

Normalmente trabajamos con una base de vectores ortonormales $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3\}$:

$$\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

δ_{ij} se denomina delta de Kronecker.

un vector cualquiera se escribe $\vec{v} = \sum_{i=1}^3 a_i \hat{e}_i$

Más aún, es convencional trabajar con bases directas.

Esto significa que: $\hat{e}_i \times \hat{e}_j = \sum_{k=1}^3 \epsilon_{ijk} \hat{e}_k$

$$\text{siendo } \epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si } (i,j,k) \in \{(1,2,3), (2,3,1), (3,1,2)\} \\ -1 & \text{si } (i,j,k) \in \{(3,2,1), (2,1,3), (1,3,2)\} \\ 0 & \text{si } i=j \text{ o } j=k \text{ o } i=k \end{cases}$$

el símbolo de Levi-Civita.

verifiquen que esto implica: $\hat{e}_1 \times \hat{e}_2 = \hat{e}_3$, $\hat{e}_2 \times \hat{e}_3 = \hat{e}_1$, $\hat{e}_3 \times \hat{e}_1 = \hat{e}_2$
 $\Rightarrow \vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$

La base se dice indirecta si se elige tal que $\hat{e}_i \times \hat{e}_j = \sum_{k=1}^3 -\epsilon_{ijk} \hat{e}_k$

Cambio de base

A veces es conveniente trabajar en una base u otra y es útil cambiar de una base a otra: $\{\hat{e}_i\}_i \rightarrow \{\hat{e}'_i\}_i$

Sea un vector $\vec{v} = \sum_{i=1}^3 a_i \hat{e}_i$ y queremos su descomposición en la base $\{\hat{e}'_i\}_i$: $\vec{v} = \sum_{i=1}^3 a'_i \hat{e}'_i \Rightarrow a'_j = \vec{v} \cdot \hat{e}'_j = \sum_{i=1}^3 a_i \underbrace{\hat{e}_i \cdot \hat{e}'_j}_{\lambda_{ji}} = \sum_{i=1}^3 a_i \lambda_{ji}$

$$\Rightarrow \boxed{a'_j = \sum_{i=1}^3 \lambda_{ji} a_i} \quad \text{la matriz } L = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{pmatrix}$$

relaciona las coordenadas entre una base y otra.

Si $A' = \begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ a'_3 \end{pmatrix}$ y $A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, entonces esta relación la escribimos como:
$$\boxed{A' = L \cdot A}$$

Esta relación caracteriza la noción de vector: Es un vector si sus coordenadas transforman de esta forma ante un cambio de base.

Además se cumple que: si $\vec{u} = \sum_{i=1}^3 a_i \hat{e}_i = \sum_{i=1}^3 a'_i \hat{e}'_i$

$$\vec{u}^2 = \sum_{i=1}^3 a_i^2 = \sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^3 \lambda_{ij} a_j \right) \left(\sum_{k=1}^3 \lambda_{ik} a_k \right) = \sum_{j,k=1}^3 \left(\sum_{i=1}^3 \lambda_{ij} \lambda_{ik} \right) a_j a_k = \sum_{i=1}^3 a_i^2$$

Esto debe ser válido $\forall \vec{u} \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \lambda_{ij} \lambda_{ik} = \delta_{jk}$.

Esto quiere decir que $L^T L = I$, es decir que $L^T = L^{-1}$.

