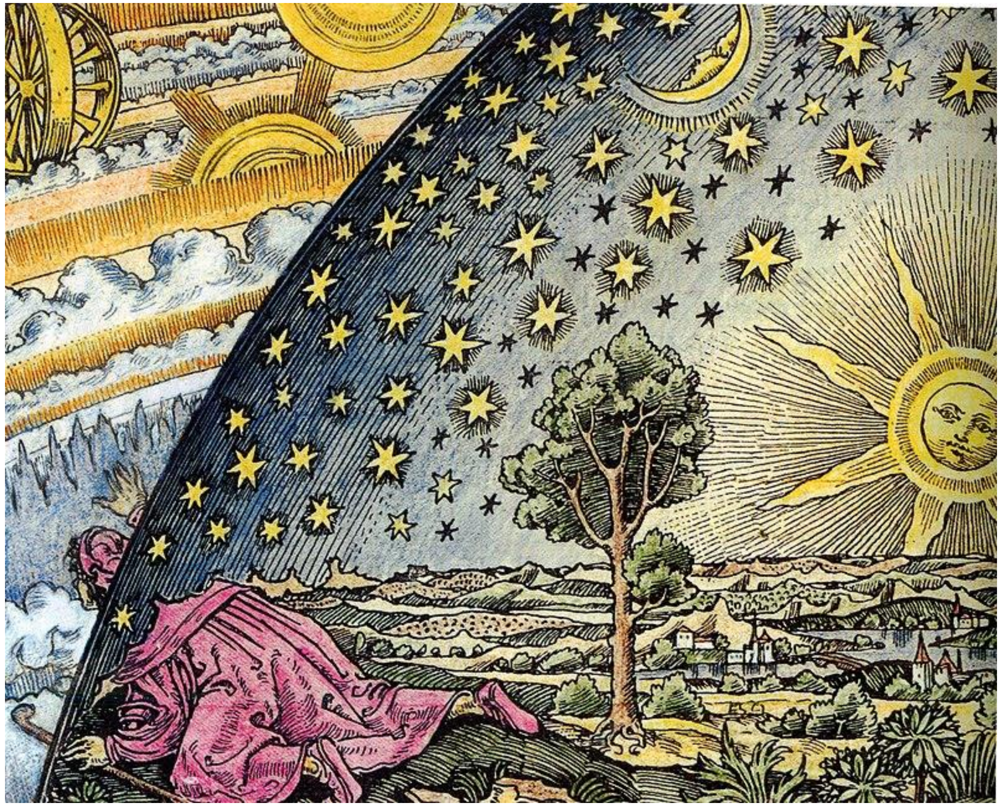
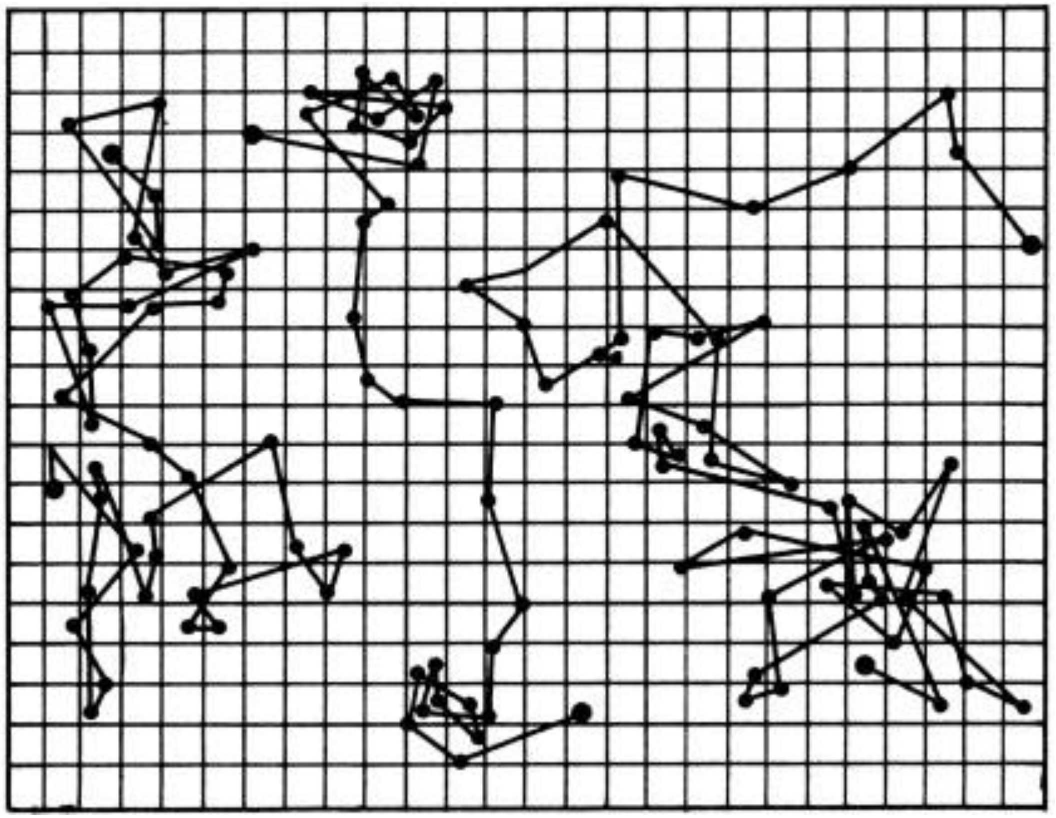


Prácticos de Biofísica

Ismael Acosta
(*iacosta@fcien.edu.uy*)
Facultad de Ciencias, UdelaR
2023

Introducción al práctico de Biofísica

- 13 clases prácticas de **asistencia obligatoria**.
- **Requisito mínimo de asistencias: 10 asistencias.**
- Evaluaciones: **9 controles de lectura** (protocolo) + **3 tareas de EVA**.
- **Requisito mínimo de aprobación: 7 evaluaciones.**
- Requisito mínimo para prueba de recuperación: 5 evaluaciones.
- Salón de Informática (G7): 312 (hasta el 28/04), luego 107.
- **Laboratorios en salón 310**.
- Última clase (30/06): Prueba de Recuperación + Muestra de Examen.
- **Grabaciones de los teóricos (2021) en EVA.**
- **Calendario de prácticos disponible en EVA**
- **Próxima clase: 2 CONTROLES DE LECTURA**



Movimiento Browniano

Ismael Acosta
(*iacosta@fcien.edu.uy*)
Facultad de Ciencias, UdelaR

Contenido de la clase

- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Contenido de la clase

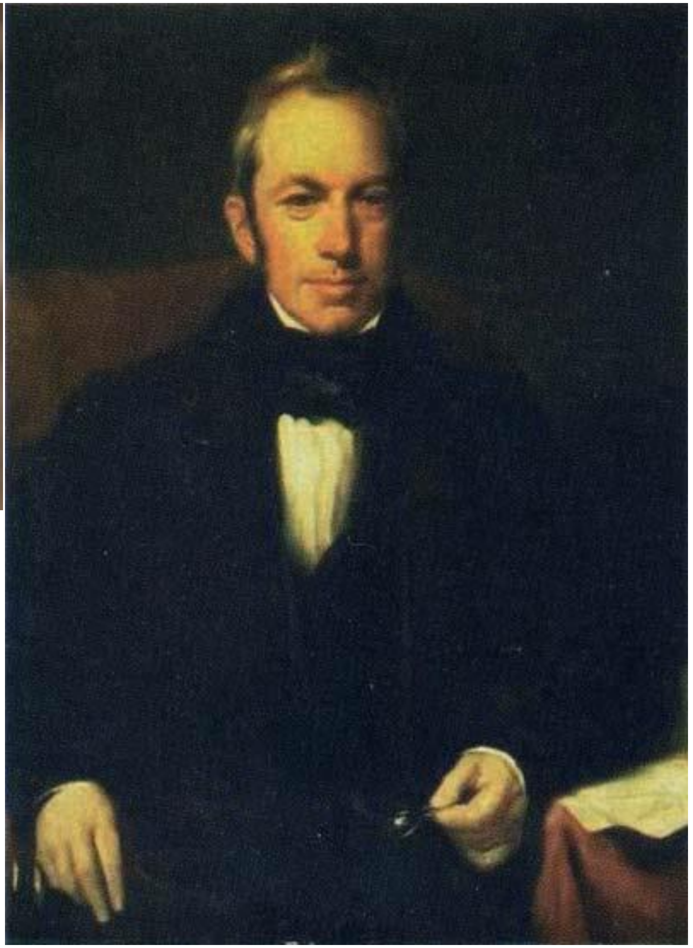
- **Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)**
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Introducción histórica al Movimiento Browniano

Observado por el botánico escocés Robert Brown en 1827 mientras analizaba granos de polen de *Clarkia pulchella* suspendidos en agua.

Lo que observó fue un movimiento agitado de amiloplastos y esferosomas eyectados de los granos de polen. [1-2]

Wkipedia



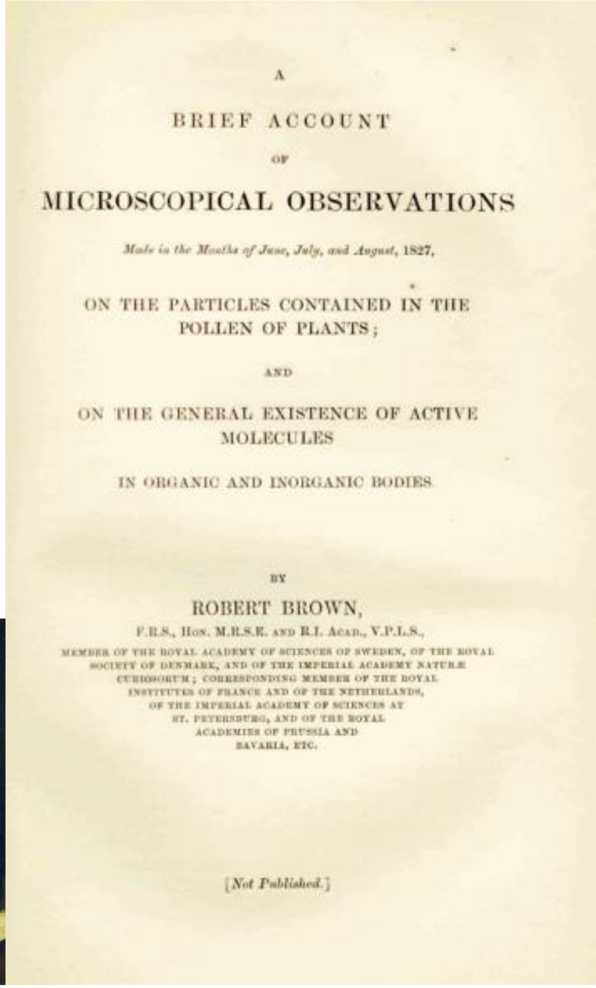
[1] Brown, R. (1827). A Brief Account of Microscopical Observations. *London (not published)*.
[2] Brown, R. (1866). *The Miscellaneous Botanical Works of Robert Brown,* Ray Society.

Introducción histórica al Movimiento Browniano

Descubrió que **el mismo movimiento se encontraba en partículas inorgánicas** (rocas ígneas) y hojas muertas, descartando así una causa animista[1-2].

A pesar de no haber proporcionado una explicación al fenómeno, este movimiento pasó a denominarse **Movimiento Browniano** (MB).

Wkipedia



A

BRIEF ACCOUNT

OF

MICROSCOPICAL OBSERVATIONS

Made in the Months of June, July, and August, 1827,

ON THE PARTICLES CONTAINED IN THE POLLEN OF PLANTS;

AND

ON THE GENERAL EXISTENCE OF ACTIVE MOLECULES

IN ORGANIC AND INORGANIC BODIES.

BY

ROBERT BROWN,

F.R.S., HON. M.R.S.E. AND R.I. ACAD., V.P.L.S.,

MEMBER OF THE ROYAL ACADEMY OF SCIENCES OF SWEDEN, OF THE ROYAL SOCIETY OF DENMARK, AND OF THE IMPERIAL ACADEMY NATURÆ CURIOSORUM; CORRESPONDING MEMBER OF THE ROYAL INSTITUTES OF FRANCE AND OF THE NETHERLANDS, OF THE IMPERIAL ACADEMY OF SCIENCES AT ST. PETERSBURG, AND OF THE ROYAL ACADEMIES OF PRUSSIA AND BAVARIA, ETC.

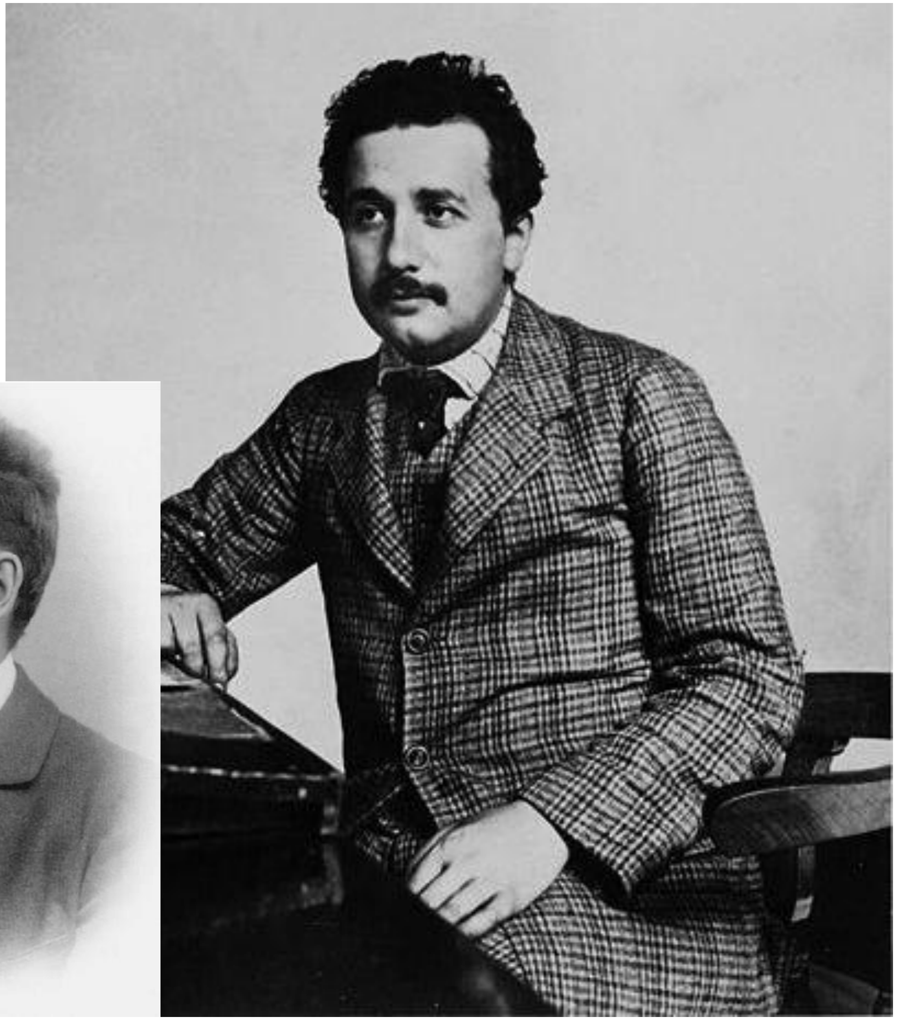
[*Not Published.*]

[1] Brown, R. (1827). A Brief Account of Microscopical Observations. *London (not published)*.
[2] Brown, R. (1866). *The Miscellaneous Botanical Works of Robert Brown,* Ray Society.

Introducción histórica al Movimiento Browniano

Posteriormente, Einstein (1905) dio con una **solución mecánico-estadística** al problema físico. Los aportes de Smoluchowski (1906) perfeccionaron el modelo. [3-4]

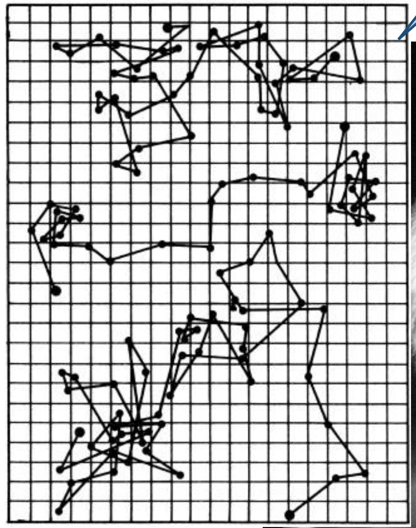
Wkipedia



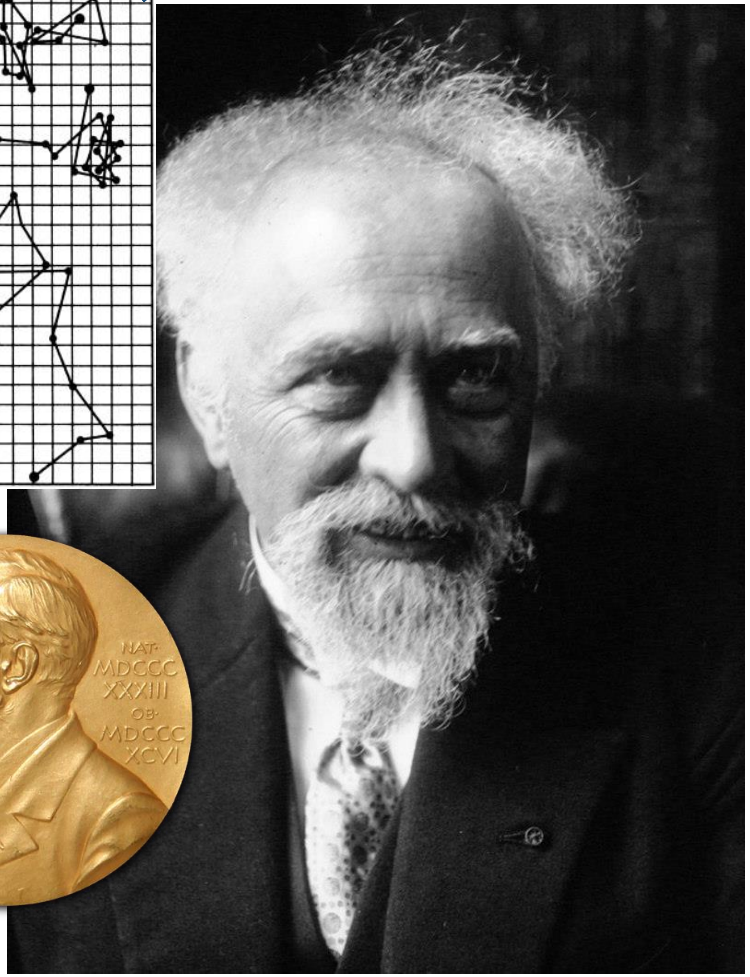
[3] Einstein, A. (1905). Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. Annalen der physik, 4.
[4] Smoluchowski, M. (1924). Sur le chemin moyen parcouru par les molécules d'un gaz et sur son rapport avec la théorie de la diffusion. Pisma Mariana Smoluchowskiego, 1(1), 479-489.

Introducción histórica al Movimiento Browniano

¿Cómo lo hizo?



Wkipedia



En 1908 **Jean Perrin demuestra experimentalmente** el modelo de Einstein-Smoluchowski.[5-6]

Esta demostración le vale el Premio Nobel de Física en 1926 por su "***contribución al estudio discontinuo de la materia***".

[5] Perrin, J. (1909). "Mouvement brownien et réalité moléculaire" [Brownian movement and molecular reality]. *Annales de chimie et de physique*. 8th series. **18**: 5–114.
[6] Perrin, Jean (1914). Atoms. London: Constable. p. 115.

• Introducción al práctico de Biofísica
• Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
• Observación del MB
• Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
• Análisis dimensional del D, η
• Determinación de D, N_A
• Difusión y marcha aleatoria
• Interpretación mecánico-estadística de D
• Transporte intracelular

Contenido de la clase

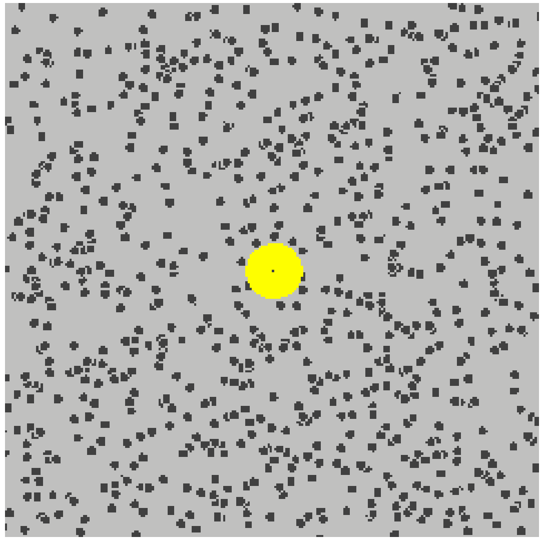
- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

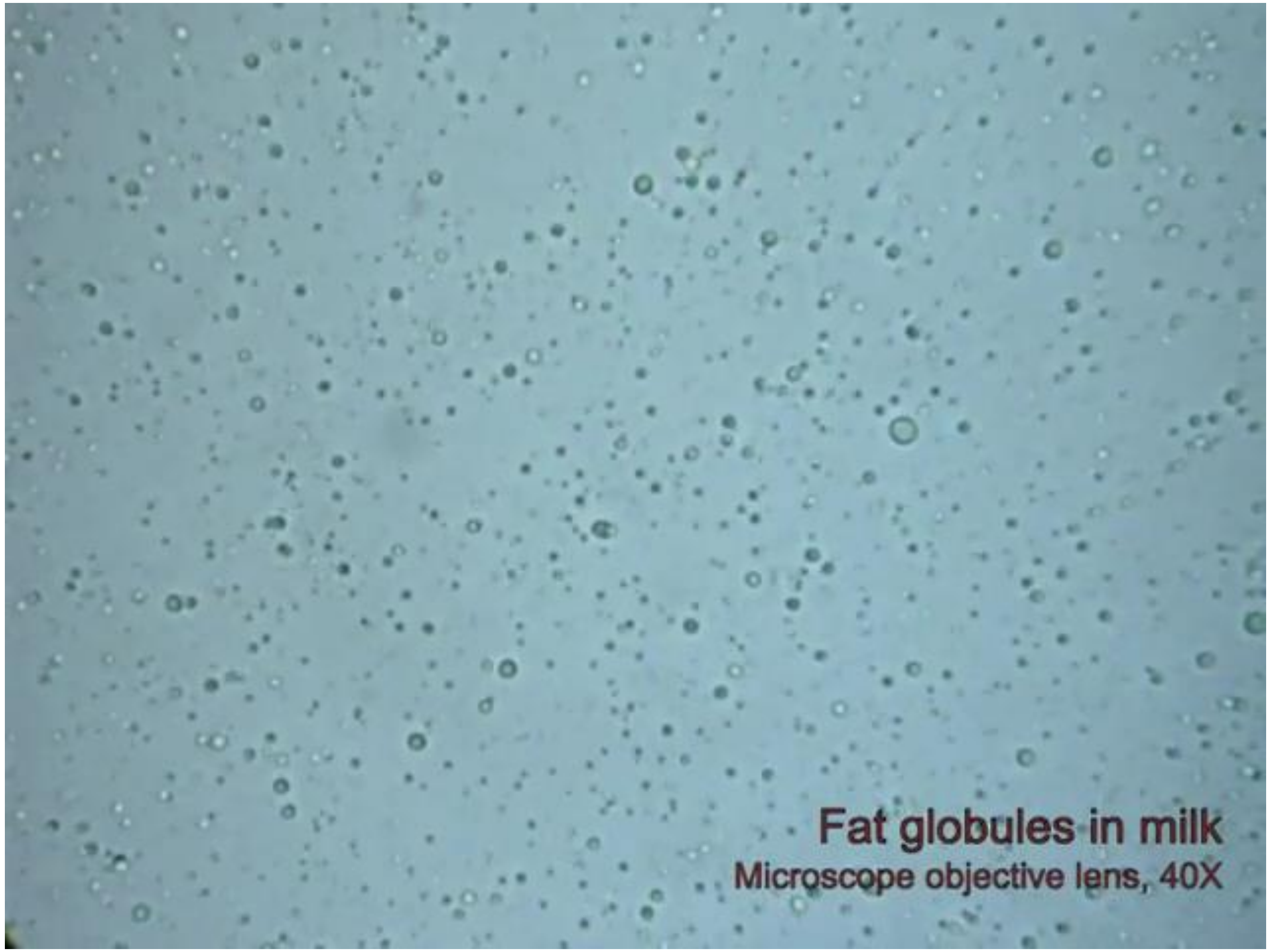
Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- **Observación del MB**
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Observación del MB

Actividad 1: Observaremos un preparado realizado a partir de leche y agua al microscopio óptico.
Describa el movimiento.





Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- **Análisis cuantitativo del MB en función de $\boldsymbol{T, \eta, r}$**
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

1era Ley de Einstein para el MB en 1 dimensión:

$$\overline{x^2} = 2Dt$$

Demostración en el teórico y bibliografía complementaria

Donde:

$\overline{x^2}$ es el **Desvío Cuadrático Medio** (con unidades de L^2).

D es el **Coeficiente de Difusión**

t es el **Tiempo** (generalmente en segundos).

Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

¿Cómo varía el Desvío Cuadrático Medio con el tiempo?

$$\overline{x^2} = 2D\,t$$

$$y = a\,x + b \qquad \approx 0$$

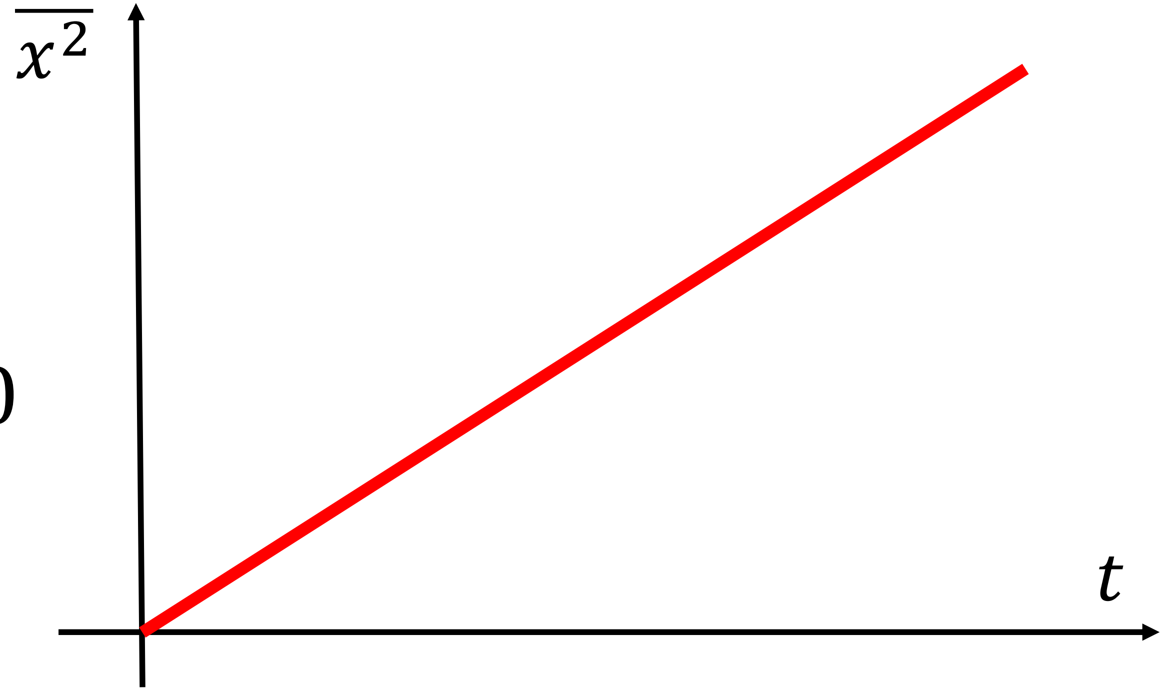
Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

¿Cómo varía el Desvío Cuadrático Medio con el tiempo?

La función $\overline{x^2}(t) = f(t)$ es una recta.

$$\overline{x^2} = 2D\, t$$

$$y = a\, x + b \qquad b \approx 0$$



Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

2da Ley de Einstein para el MB de una partícula esférica:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r}$$

Demostración en el teórico y bibliografía complementaria

Donde:

k_B es la **Constante de Boltzmann**. En SI: $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$

T es la **Temperatura absoluta** (en Kelvin)

r es el **Radio** de la partícula (en metros)

η "*eta*" es el **Coeficiente de Viscosidad del medio**.
En SI: $Pa(s^{-1})$, en CGS: Poise.

Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

¿Cómo varía el Coeficiente de Difusión en función de T, η, r?

Temperatura:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r} \Longrightarrow D(T) = \frac{k_B}{6\pi\eta r} T$$

$$y = a \quad x + b \qquad b \approx 0$$

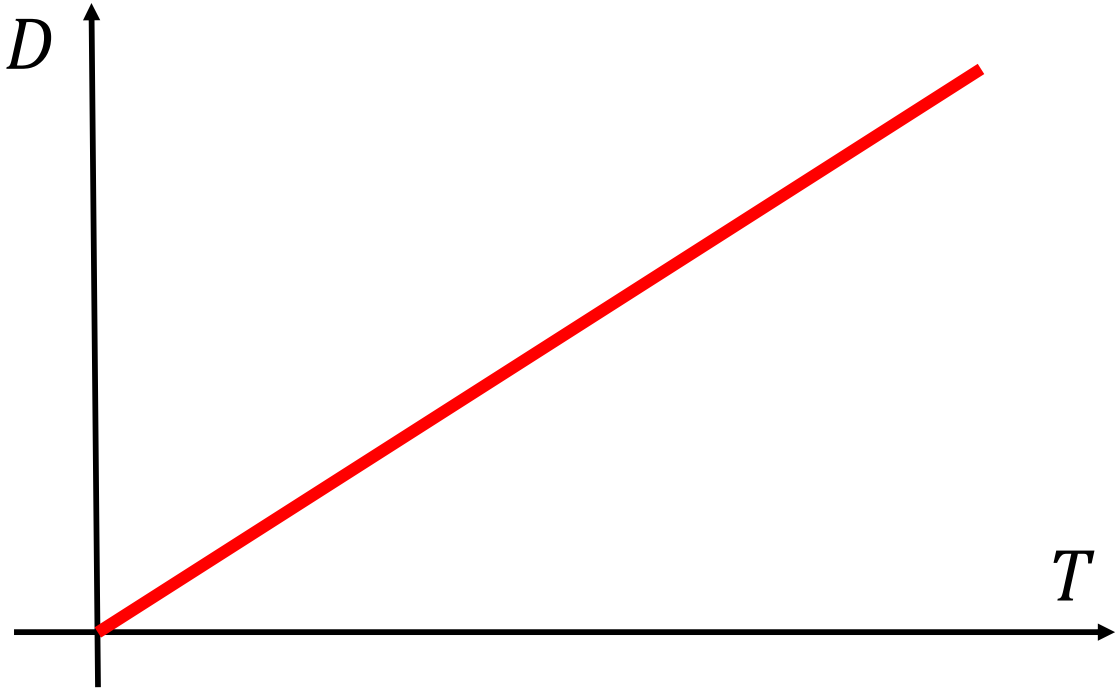
Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

¿Cómo varía el Coeficiente de Difusión en función de T, η, r?

Temperatura: variable directamente proporcional al coeficiente de difusión.

$$D(T) = \frac{k_B}{6\pi\eta r} T$$

$$y = a\,x + b \qquad b \approx 0$$



Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

¿Cómo varía el Coeficiente de Difusión en función de T, η, r?

Viscosidad del medio:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r} \Rightarrow D(\eta) = \frac{k_B T}{6\pi r} \cdot \frac{1}{\eta}$$

$$f(x) = a \cdot \frac{1}{x}$$

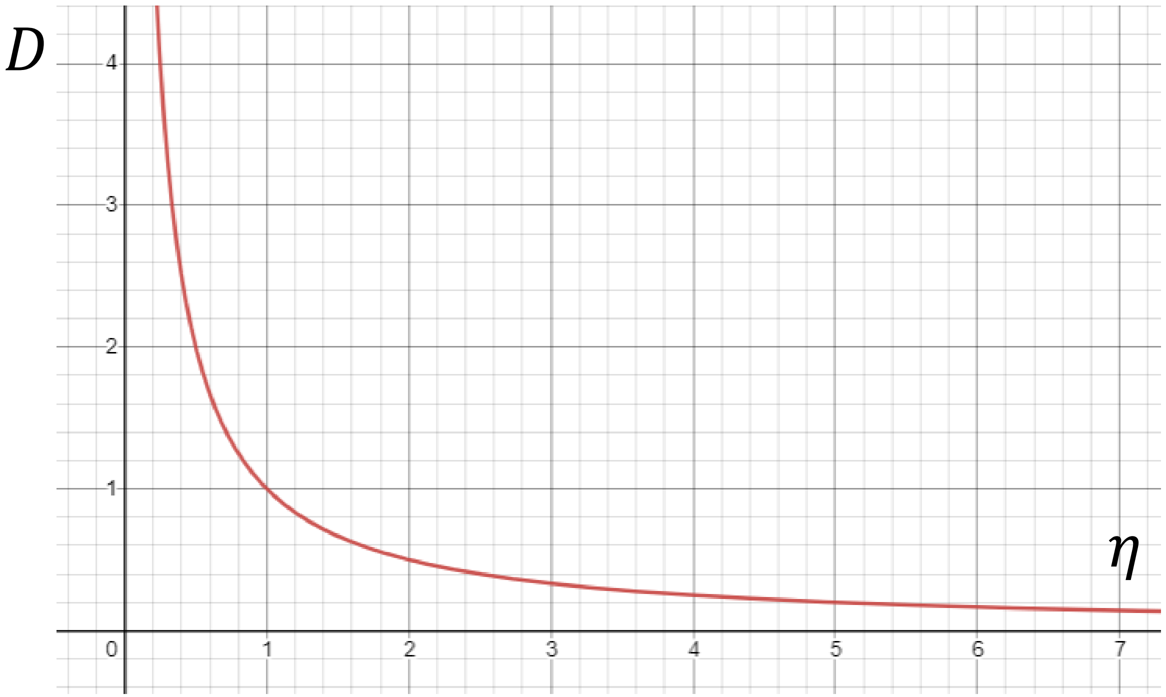
Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

¿Cómo varía el Coeficiente de Difusión en función de T, η, r?

Viscosidad del medio: variable inversamente proporcional al coeficiente de difusión.

$$D(\eta) = \frac{k_B T}{6\pi r} \cdot \frac{1}{\eta}$$

$$f(x) = a \cdot \frac{1}{x}$$



Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

¿Cómo varía el Coeficiente de Difusión en función de T, η, r?

Radio de la partícula:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r} \Longrightarrow D(r) = \frac{k_B T}{6\pi\eta} \cdot \frac{1}{r}$$

$$f(x) = a \cdot \frac{1}{x}$$

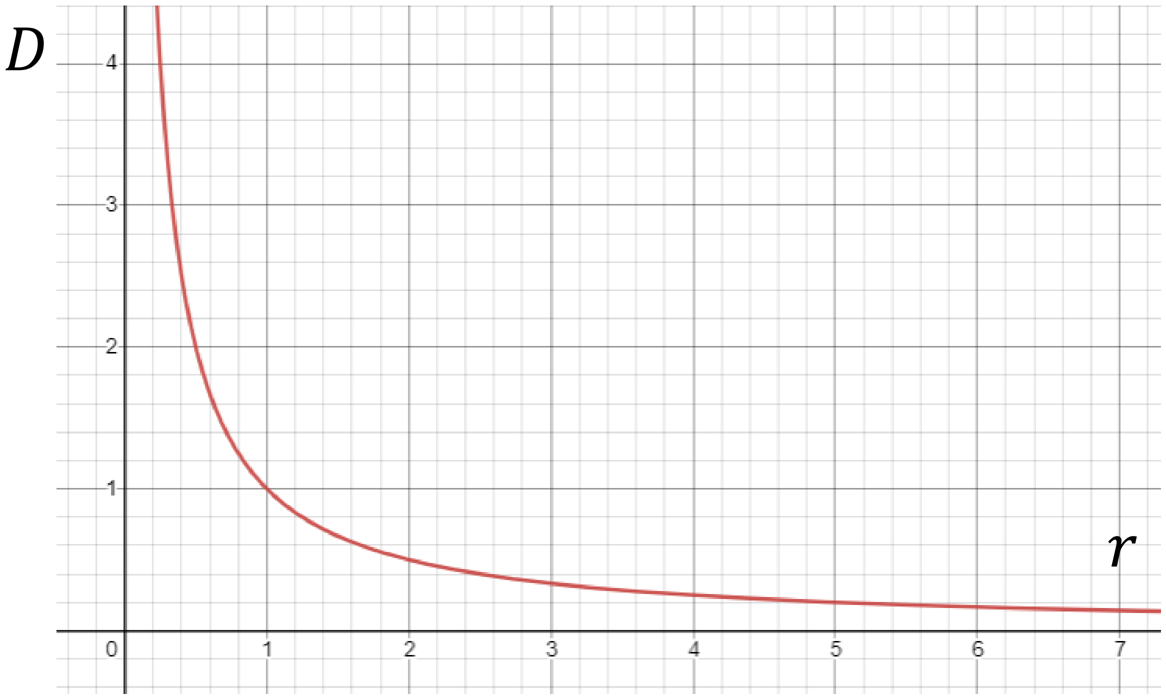
Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

¿Cómo varía el Coeficiente de Difusión en función de T, η, r?

Radio de la partícula: variable inversamente proporcional al coeficiente de difusión.

$$D(r) = \frac{k_B T}{6\pi\eta} \cdot \frac{1}{r}$$

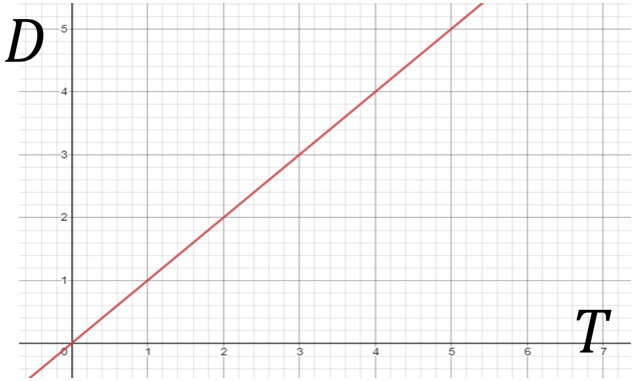
$$f(x) = a \cdot \frac{1}{x}$$

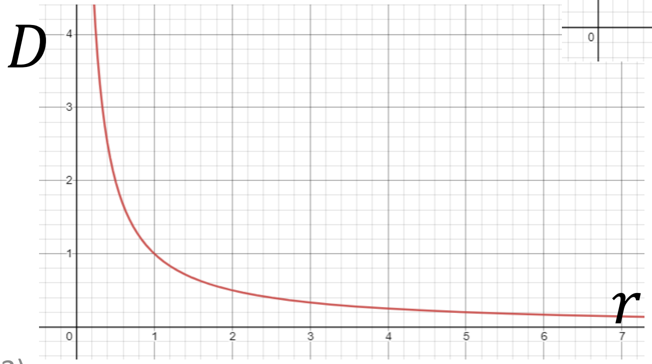


Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Por lo tanto:

- La **temperatura** es **directamente proporcional** al coeficiente de difusión.
- El **coeficiente de viscosidad del medio** es **inversamente proporcional** al coeficiente de difusión.
- El **radio de la partícula** es **inversamente proporcional** al coeficiente de difusión.





Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Uniendo ambas ecuaciones:

$$\overline{x^2} = 2Dt = 2\left(\frac{k_B T}{6\pi\eta r}\right)t = \frac{k_B T}{3\pi\eta r}t$$

Puesto que $\left[\,\overline{x^2}\,\right] = [L]^2$, definimos una variable de desplazamiento (en unidad de L) como:

$$\sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{\left(\frac{k_B T}{3\pi\eta r}\right)t}$$

A $\sqrt{\overline{x^2}}$ se le conoce como **Desplazamiento Cuadrático Medio**.

Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Preguntas:

1. ¿Cómo afecta la temperatura al desplazamiento cuadrático medio?
2. ¿Cómo afecta la viscosidad al desplazamiento cuadrático medio?
3. ¿Cómo afecta el radio de la partícula al desplazamiento cuadrático medio?

Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Preguntas:

¿Cómo afecta la temperatura al desplazamiento cuadrático medio?

Si $\sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{\left(\frac{k_B T}{3\pi\eta r}\right) t}$ podemos definir $\sqrt{\overline{x^2}} = f(T)$ como:

$$f(T) = \sqrt{\frac{k_B t}{3\pi\eta r}}\sqrt{T} = \sqrt{\frac{k_B t}{3\pi\eta r}}(T)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f(x) = ax^{\frac{1}{2}} = a\sqrt{x} \;\; con\; x, a > 0$$

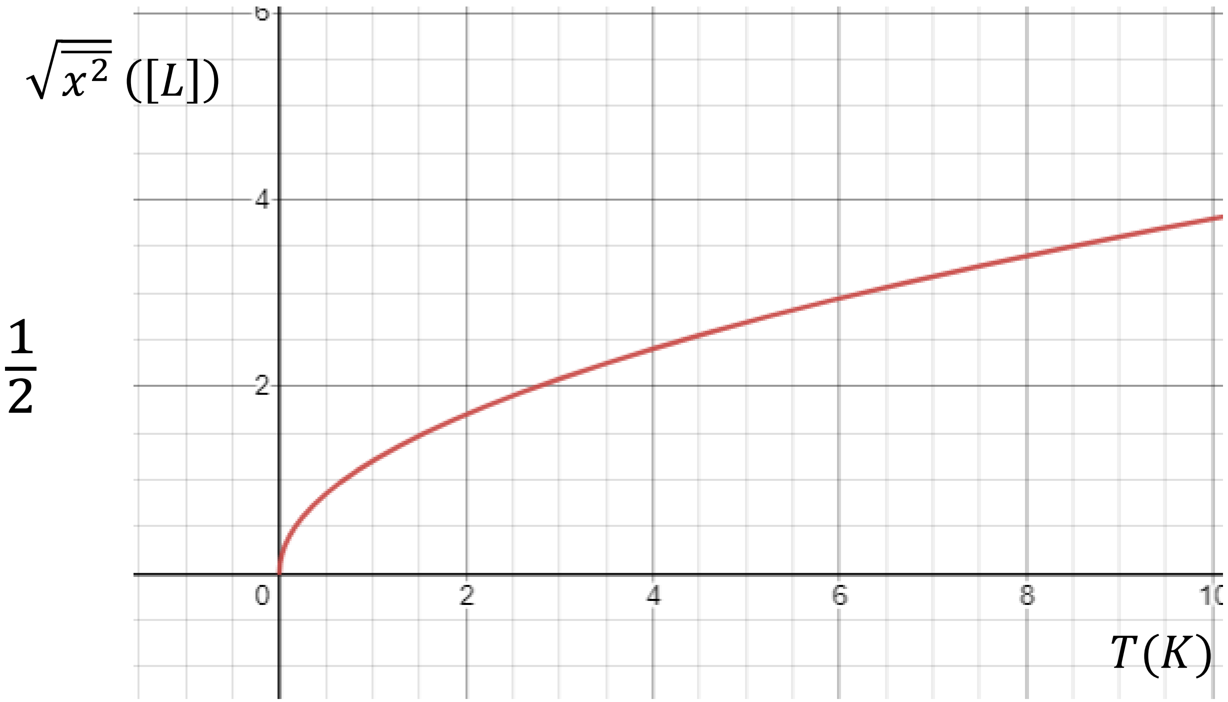
¿Por qué $a > 0$?

Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Preguntas:

¿Cómo afecta la temperatura al desplazamiento cuadrático medio?

$$f(T) = \sqrt{\frac{k_B t}{3\pi\eta r}}\sqrt{T} = \sqrt{\frac{k_B t}{3\pi\eta r}}(T)^{\frac{1}{2}}$$



Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Preguntas:

¿Cómo afecta la viscosidad al desplazamiento cuadrático medio?

Si $\sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{\left(\frac{k_B T}{3\pi\eta r}\right) t}$ podemos definir $\sqrt{\overline{x^2}} = f(\eta)$ como:

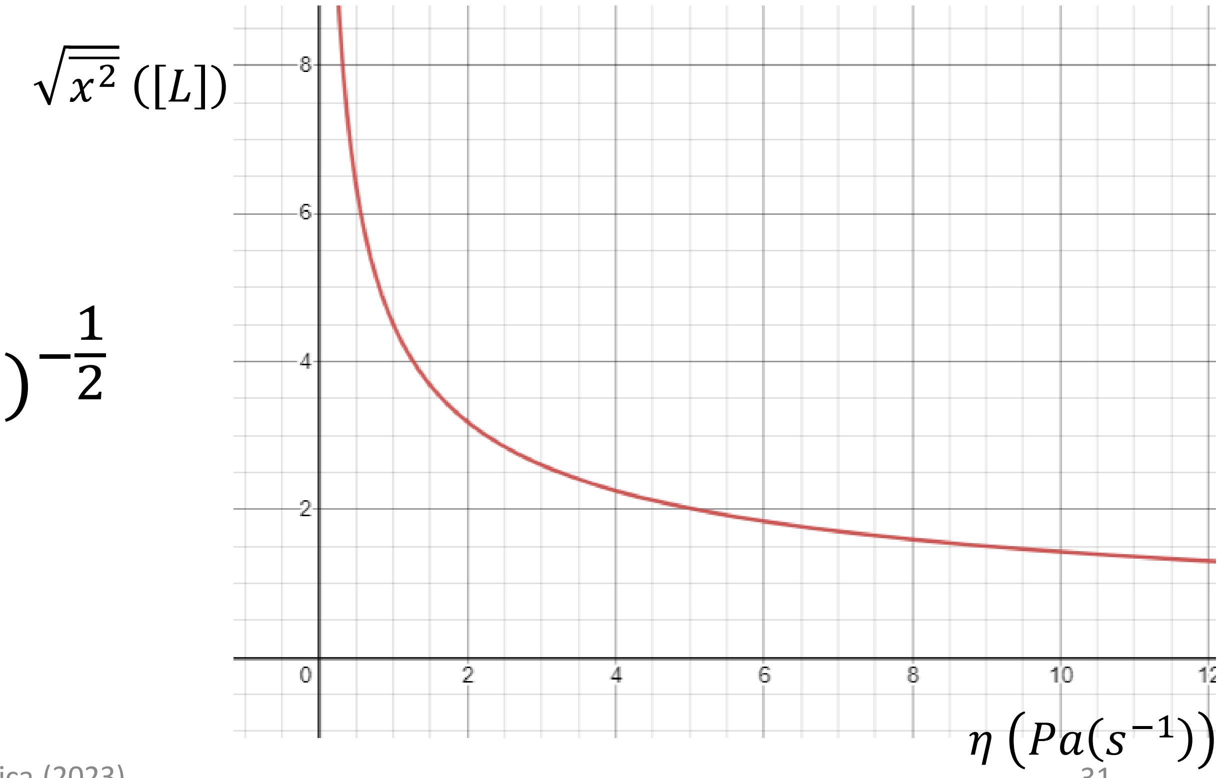
$$f(\eta) = \sqrt{\frac{k_B t T}{3\pi r}} \sqrt{\frac{1}{\eta}} = \sqrt{\frac{k_B T t}{3\pi r}} (\eta)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f(x) = a x^{-\frac{1}{2}} = \frac{a}{\sqrt{x}} \quad con\ x, a > 0$$

Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Preguntas:

¿Cómo afecta la viscosidad al desplazamiento cuadrático medio?

$$f(\eta) = \sqrt{\frac{k_B t T}{3\pi r}}\sqrt{\frac{1}{\eta}} = \sqrt{\frac{k_B T t}{3\pi r}}(\eta)^{-\frac{1}{2}}$$



Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Preguntas:

¿Cómo afecta el radio de la partícula al desplazamiento cuadrático medio?

Si $\sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{\left(\frac{k_B T}{3\pi\eta r}\right) t}$ podemos definir $\sqrt{\overline{x^2}} = f(r)$ como:

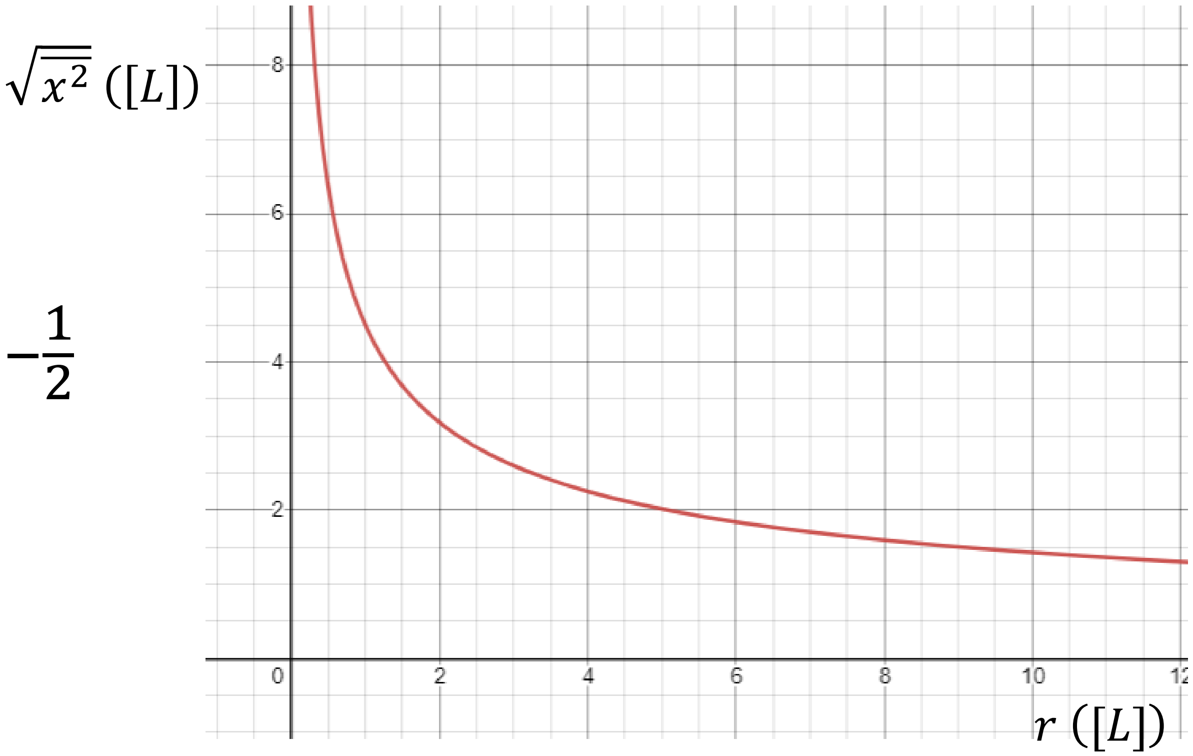
$$f(r) = \sqrt{\frac{k_B t T}{3\pi\eta}} \sqrt{\frac{1}{r}} = \sqrt{\frac{k_B T t}{3\pi\eta}} (r)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f(x) = a x^{-\frac{1}{2}} = \frac{a}{\sqrt{x}} \quad con\ x, a > 0$$

Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Preguntas:

¿Cómo afecta el radio de la partícula al desplazamiento cuadrático medio?

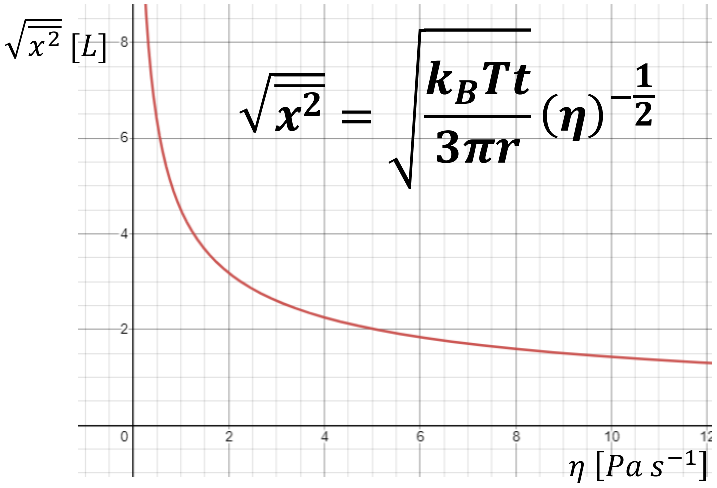
$$f(r) = \sqrt{\frac{k_B t T}{3\pi\eta}}\sqrt{\frac{1}{r}} = \sqrt{\frac{k_B T t}{3\pi\eta}}(r)^{-\frac{1}{2}}$$

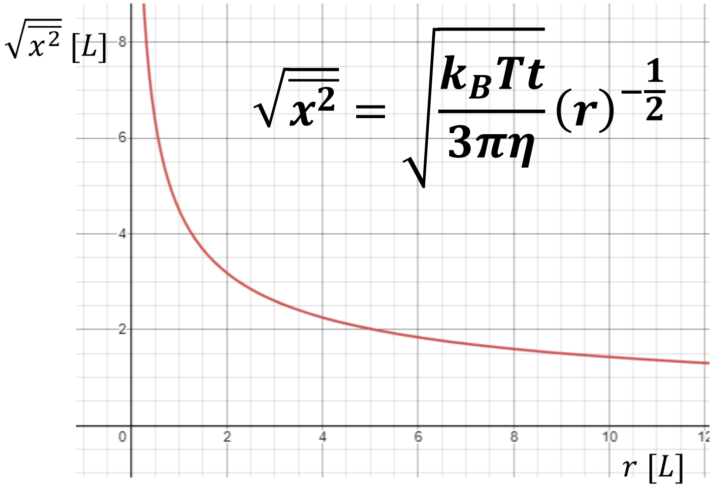


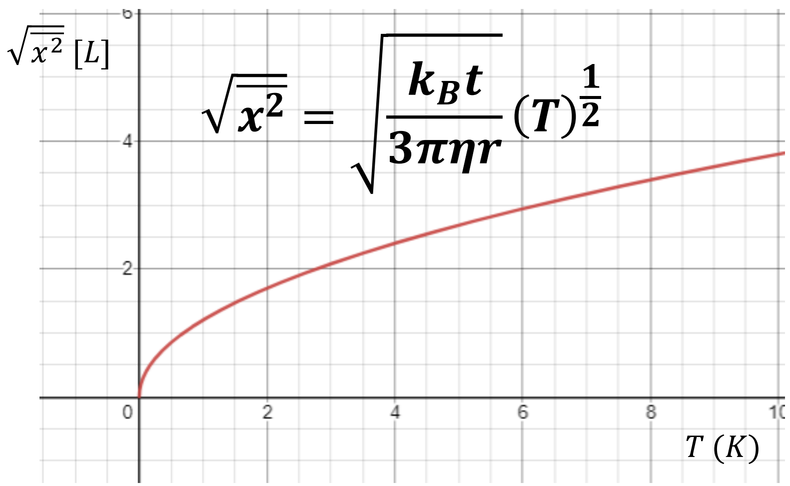
Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r

Por lo tanto:

- Si **aumentamos la viscosidad del medio, disminuye el MB**.
- Si **aumentamos el radio de la partícula, disminuye el MB**.
- Si **aumentamos la temperatura, aumenta el MB**.







Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- **Análisis dimensional del $\boldsymbol{D, \eta}$**
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Análisis dimensional del D, η

Sabiendo que:

$$\overline{x^2} = 2Dt \Longrightarrow D = \frac{\overline{x^2}}{2t} \Longrightarrow [D] = \frac{\left[\,\overline{x^2}\,\right]}{[t]} = \frac{[L^2]}{[T]} = [L^2][T^{-1}]$$

En el SI:

$$[D] = [L^2][T^{-1}] = m^2 s^{-1}$$

En condiciones biológicas usualmente trabajamos con micras ($\mu m = 1 \times 10^{-6}\ m$). En fisicoquímica experimental, los valores de difusión suelen encontrarse en $cm^2\ s^{-1}$.

Análisis dimensional del $\boldsymbol{D}, \boldsymbol{\eta}$

Sabiendo que:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r} \Longrightarrow \eta = \frac{k_B T}{6\pi D r}$$

Sabemos que las unidades de la Constante de Boltzmann son:

$$[k_B] = \frac{J}{K}$$

Un Joule se define como (**Definición de Trabajo**):

$$[\,J\,] = [F][L] = Nm$$

Un Newton se define como (**Definición de Fuerza**):

$$[N] = [M][L][T]^{-2} = kg\,\frac{m}{s^2}$$

Análisis dimensional del $\boldsymbol{D}, \boldsymbol{\eta}$

Por lo tanto,

$$[k_B] = \frac{J}{K} = \frac{Nm}{K} = \frac{kg\left(\frac{m^2}{s^2}\right)}{K} = \frac{(m^2)(kg)}{Ks^2}$$

Suplantando en el despeje para el Coeficiente de Viscosidad:

$$[\eta] = \frac{[k_B][T]}{[D][r]} = \left(\frac{m^{\cancel{2}}kg}{\cancel{K}s^{\cancel{2}}}\right)(\cancel{K})\frac{1}{(m^2\cancel{s^{-1}})(\cancel{m})} = \frac{kg}{s\ m} = kg\ s^{-1}\ m^{-1}$$

$$\Longrightarrow [\eta] = [M][T]^{-1}[L]^{-1}$$

Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

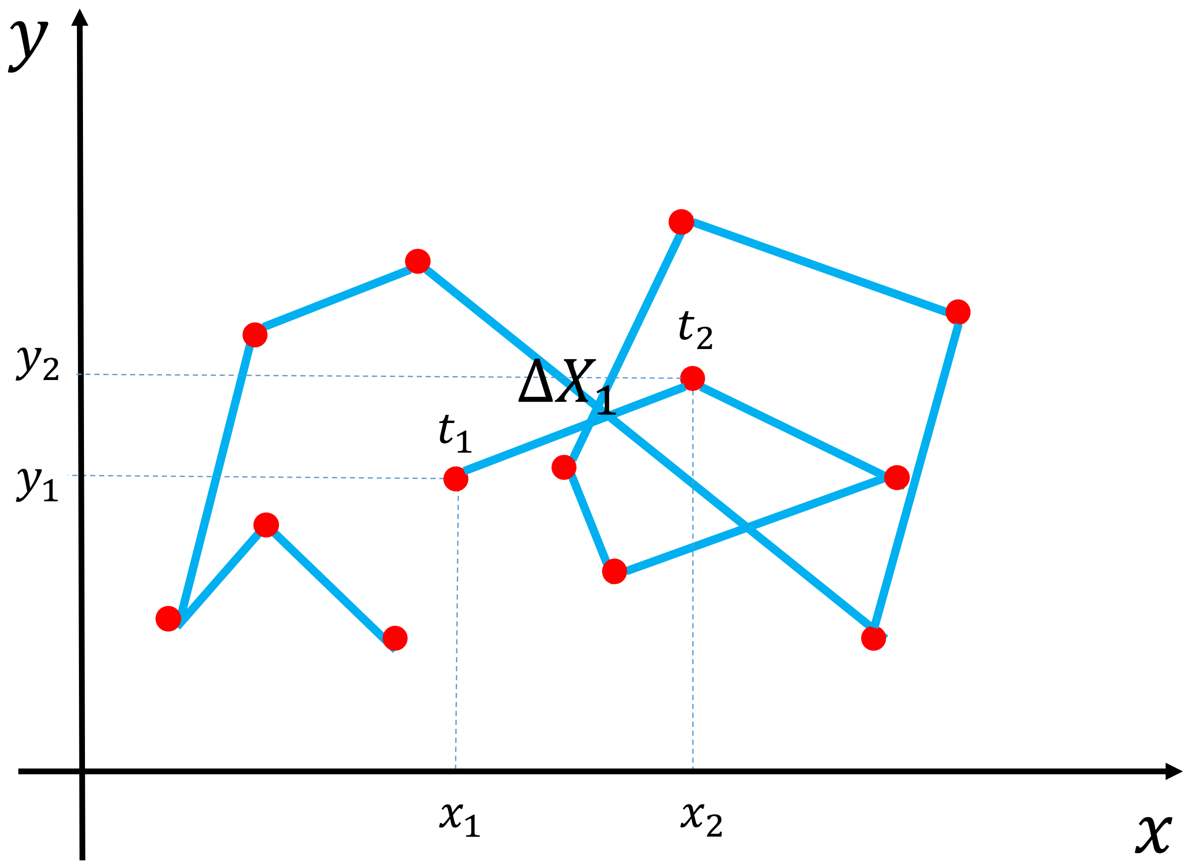
Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- **Determinación de $\boldsymbol{D, N_A}$**
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Determinación de $\boldsymbol{D}, \boldsymbol{N_A}$

A partir de un conjunto de datos de desplazamiento ΔX y duraciones Δt es posible determinar el Coeficiente de Difusión (D) calculando la pendiente de la curva $f(t) = \overline{X^2}(t)$. Dicha curva es una recta de la forma:

$$y = mx + b$$



Determinación de D, N_A

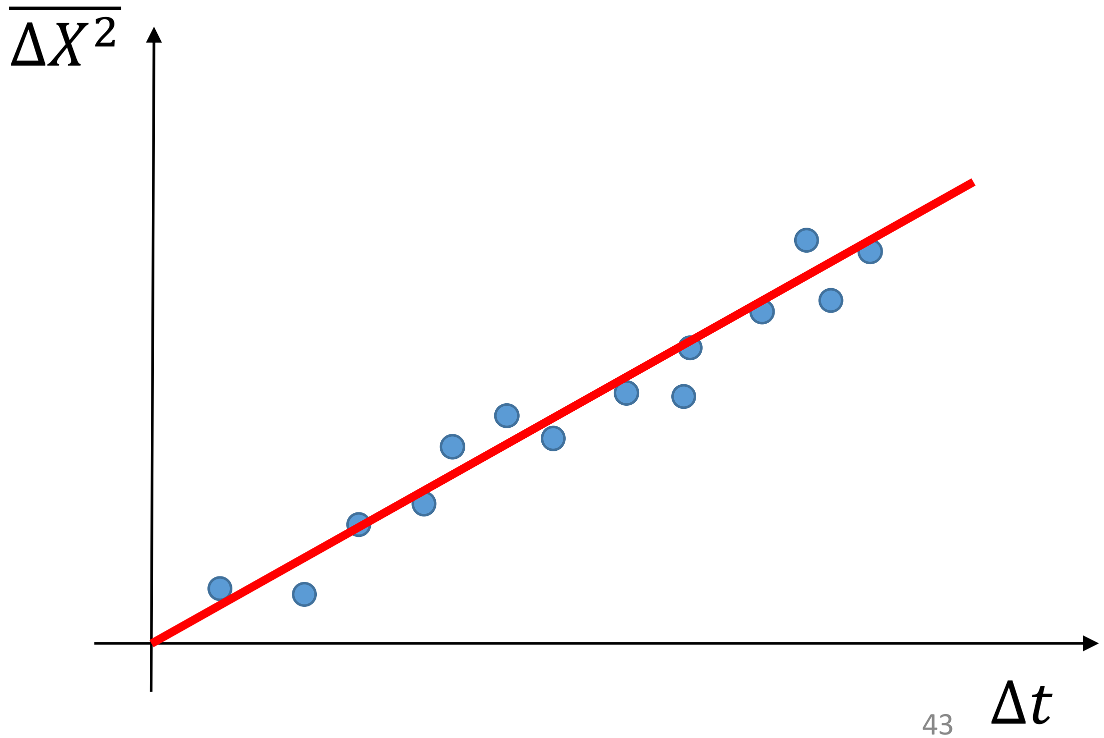
Tomando todos los ΔX_i y Δt_i armamos una tabla de valores y calculamos ΔX_i^2. El **Coeficiente de Difusión se calcula a partir de la *pendiente* de la curva** de mejor ajuste de los datos.

ΔX_i	ΔX_i^2	Δt_i
ΔX_1	ΔX_1^2	Δt_1
ΔX_2	ΔX_2^2	Δt_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
ΔX_n	ΔX_n^2	Δt_n

$$\overline{\Delta X^2} = 2D\, t$$

≈ 0

$$y = m\, x + b$$



Determinación de D, N_A

Dada la 2da Ecuación de Einstein para MB:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r}$$

La Constante de Boltzmann puede expresarse en términos del **Número de Avogadro (N_A)** y la **Constante Universal de los Gases (R)**:

$$k_B = \frac{R}{N_A}$$

¿De dónde sale esto?

El Coeficiente de Difusión queda expresado en términos del Número de Avogadro:

$$D = \frac{RT}{6N_A\pi\eta r}$$

Determinación de $\boldsymbol{D}, \boldsymbol{N_A}$

Por lo tanto,

$$\overline{\Delta X^2} = 2Dt = 2\left(\frac{RT}{6N_A\pi\eta r}\right)\Delta t = \frac{RT}{3N_A\pi\eta r}\Delta t$$

La pendiente de la curva $f(\Delta t) = \overline{\Delta X^2}(\Delta t)$ permite calcular el **Número de Avogadro**.

$$N_A = \frac{RT}{3\pi\eta r\left(pend\left(\frac{\overline{\Delta X^2}}{\Delta t}\right)\right)}$$

¿Cómo obtengo la pendiente?

Contenido de la clase

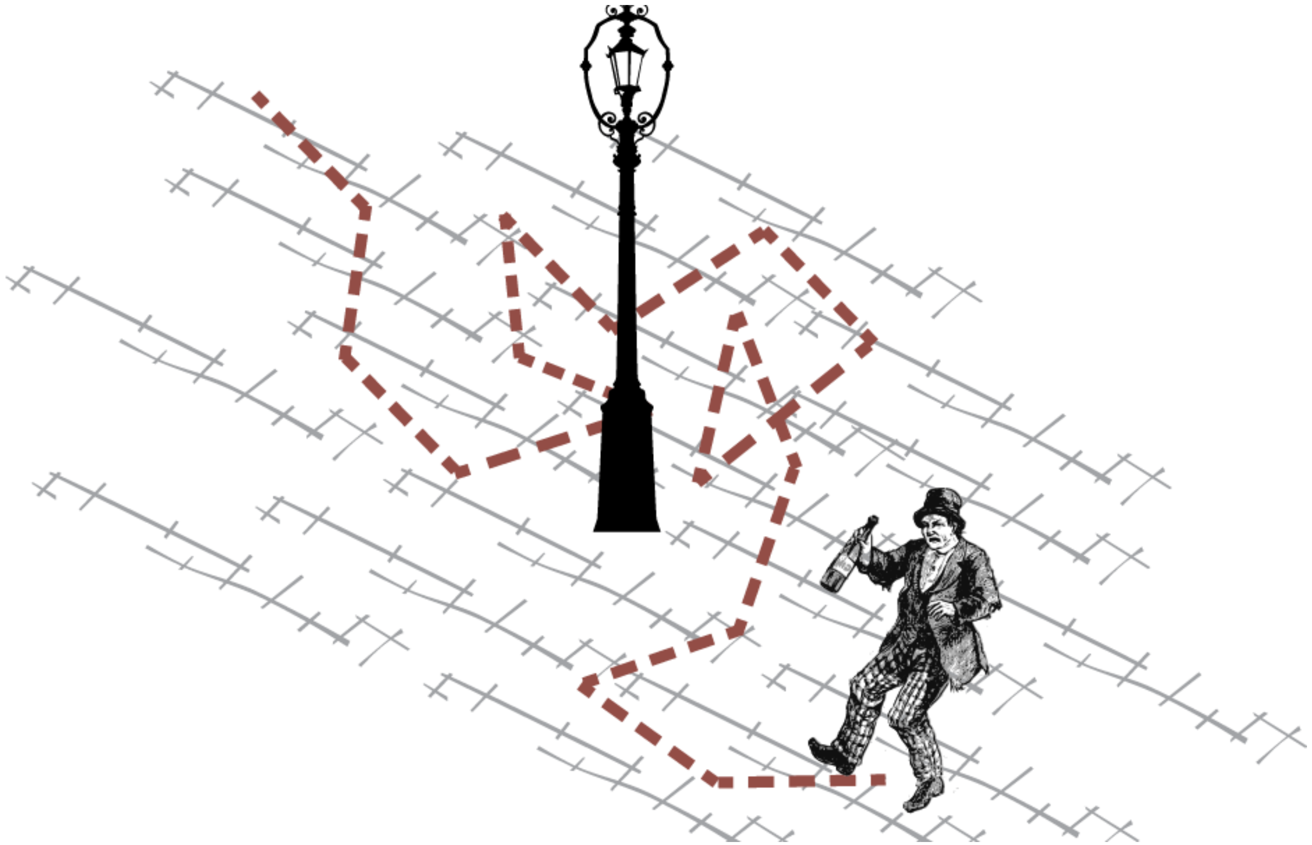
- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- **Difusión y marcha aleatoria**
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

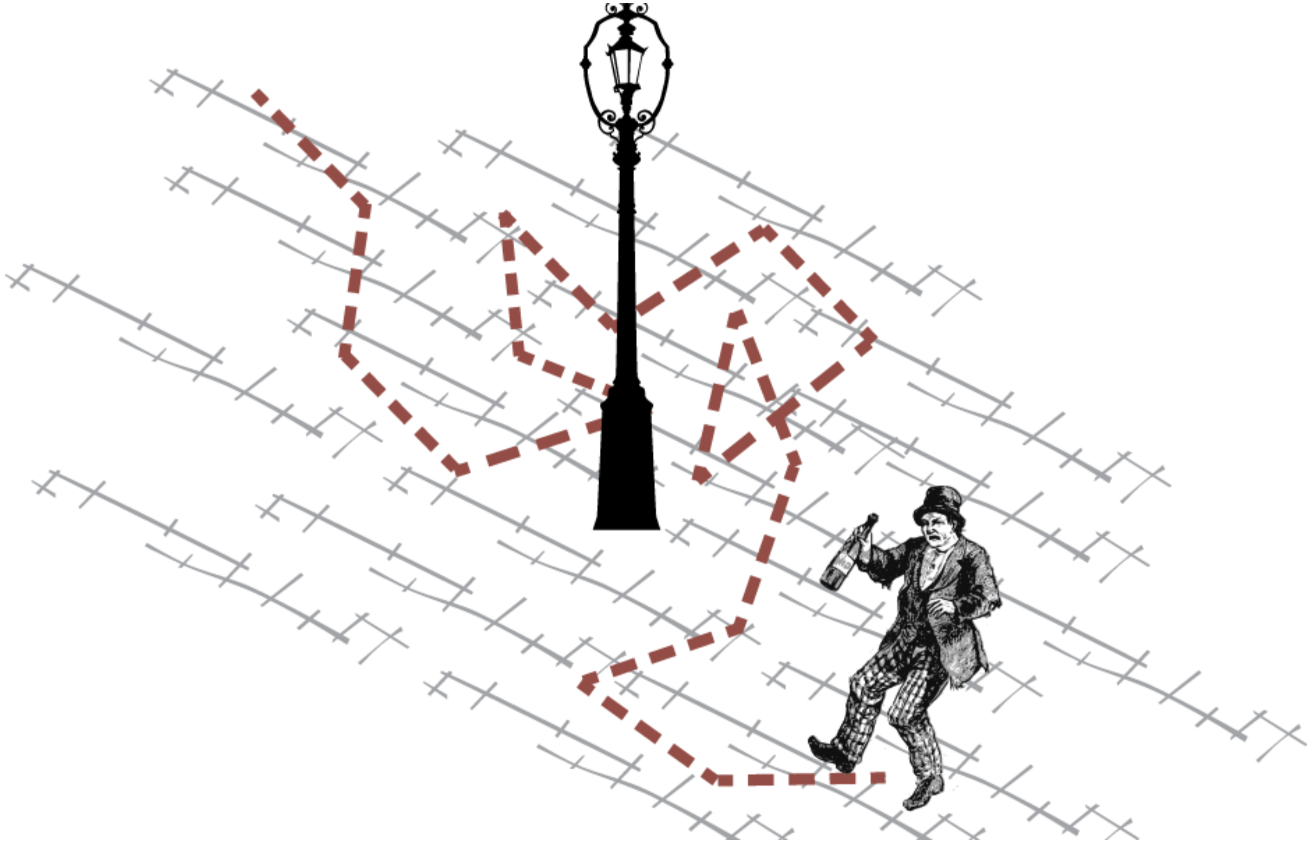
Difusión y marcha aleatoria

El movimiento browniano es un fenómeno microscópico que ocurre debido a la agitación térmica de las partículas en un medio. Esta agitación implica que las partículas se mueven de manera aleatoria.



Difusión y marcha aleatoria

Por lo tanto, proporciona una **explicación molecular del fenómeno macroscópico de difusión**, regido por las **leyes de Fick**, establecidas por Adolf Fick en 1855.



Difusión y marcha aleatoria

Las **Leyes de Fick** establecen que:

$$J = -DA\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right), \qquad \left(\frac{\partial C}{\partial t}\right) = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right)$$

En particular nos interesa una solución para la **2da Ley de Fick**:

$$C(x,t) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D t}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

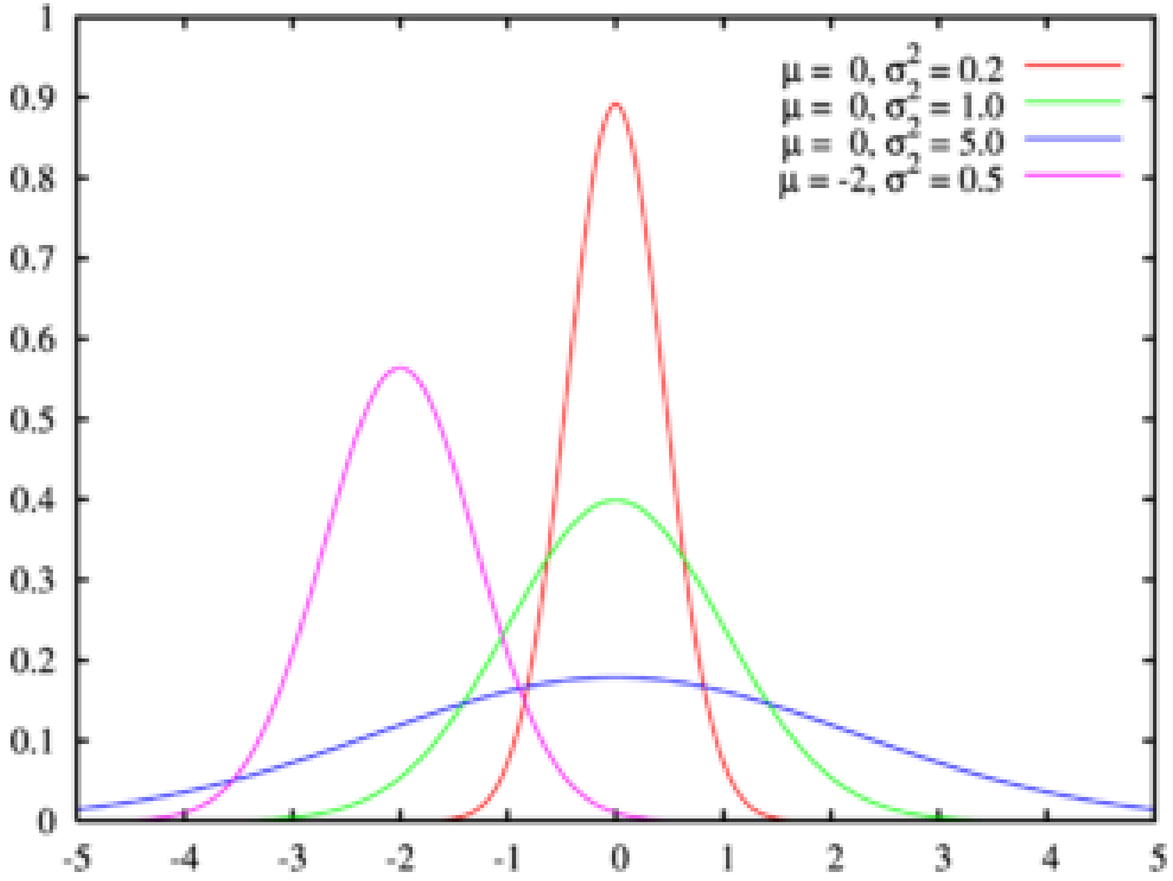
Dicha curva es un tipo de **Curva o Distribución Gaussiana** que es de la forma:

$$f(x) = a e^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}}$$

Difusión y marcha aleatoria

$$C(x,t) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D t}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

Las curvas gaussianas tienen una forma característica ("de campana"). Las curvas de la solución de la Ley de Fick están centradas en cero.



Difusión y marcha aleatoria

De esta curva podemos extraer el **Promedio (Esperanza)** de los datos, la **Varianza** y el **Desvío Estándar**.

$$dado \quad X\colon\ f(x) = ae^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}} \Longrightarrow \begin{cases} E(X) = \bar{X} = b \\ Var(X) = c^2 \\ \sigma(X) = \sqrt{c^2} = c \end{cases}$$

En la solución de la Ley de Fick:

$$dado\ X\colon\ C(x,t) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}} \Longrightarrow \begin{cases} E(X) = 0 \\ Var(X) = 2Dt \\ \sigma(X) = \sqrt{2Dt} \end{cases}$$

2da Ley de Einstein

Desplazamiento cuadrático medio

Difusión y marcha aleatoria

Conociendo la distribución de posiciones de una marcha aleatoria podemos obtener el Coeficiente de Difusión a partir del cálculo de la Varianza.

$$E(X) = \bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i = 0$$

$$Var(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2 \Rightarrow si\ \bar{X} = 0 \Rightarrow Var(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i^2$$

$$Var(X) = 2Dt \Rightarrow D = \frac{Var(X)}{2t}$$

Difusión y marcha aleatoria

Vamos a **simular una marcha aleatoria**. Nuestro experimento aleatorio será "*tirar una moneda*" donde a cada resultado le asignaremos un valor (Ej.: +1 para cara, -1 para número). El experimento aleatorio lo haremos en una planilla de cálculo (Ej.: Calc en Linux, Excel en Windows, Google Sheets en Google Drive).

Iteración	**Número aleatorio**	**Resultado de la moneda**
1	x_1	
2	x_2	
$\vdots$	$\vdots$	
24	x_{24}	

Difusión y marcha aleatoria

Para generar un número aleatorio en la planilla de cálculo ejecutaremos el comando:

```
=aleatorio()
```

Este comando genera un número (pseudo-)aleatorio a partir de una **Distribución Uniforme Continua** entre 0 y 1. Es decir, todos los valores reales entre 0 y 1 tienen igual probabilidad de ser sorteados.

Iteración	Número aleatorio	Resultado de la moneda
1	x_1	
2	x_2	
$\vdots$	$\vdots$	
24	x_{24}	

Difusión y marcha aleatoria

Para asignarle un valor de +1 o -1 a nuestro número aleatorio debemos introducir un nuevo comando, utilizando una Función Condicional:

```
=si(celda>0,5;1;-1)
```

Este comando establece que para cada celda mayor a 0,5 le asigne el valor de 1, de lo contrario le asigna el valor -1.

Iteración	Número aleatorio	Resultado de la moneda
1	x_1	$+1$
2	x_2	-1
$\vdots$	$\vdots$	-1
24	x_{24}	$+1$

Difusión y marcha aleatoria

Finalmente, se toma la suma con el comando:

```
=suma(celda_inicial:celda_final)
```

1. Suma a 6: sumo los 6 primeros resultados.
2. Suma a 12: sumo los 12 primeros resultados.
3. Suma a 24: sumo todos los resultados.

En total hay 16 conjuntos de 24 valores cada uno. Con estos datos se construye un **histograma de valores**.

[En este link van a encontrar un ejemplo de lo hecho en clase: https://docs.google.com/spreadsheets/d/1ey0ksflpyOcR3Fo-Bn_11LYw9c_PBEUulL7IrkTyqJY/edit?usp=sharing]

Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

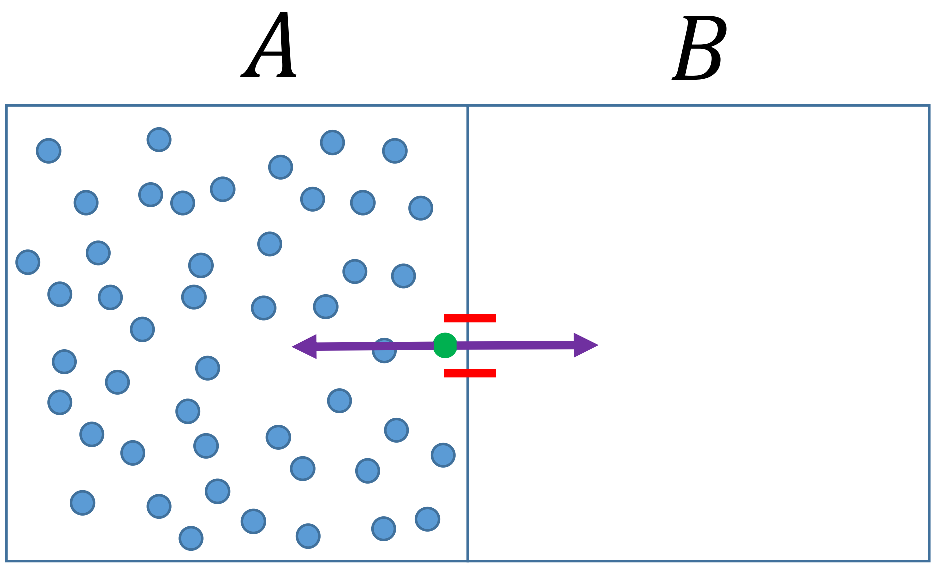
Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- **Interpretación mecánico-estadística de $\boldsymbol{D}$**
- Transporte intracelular

Interpretación mecánico-estadística de D

Si el desplazamiento promedio de una partícula es 0: **¿por qué observamos difusión?**

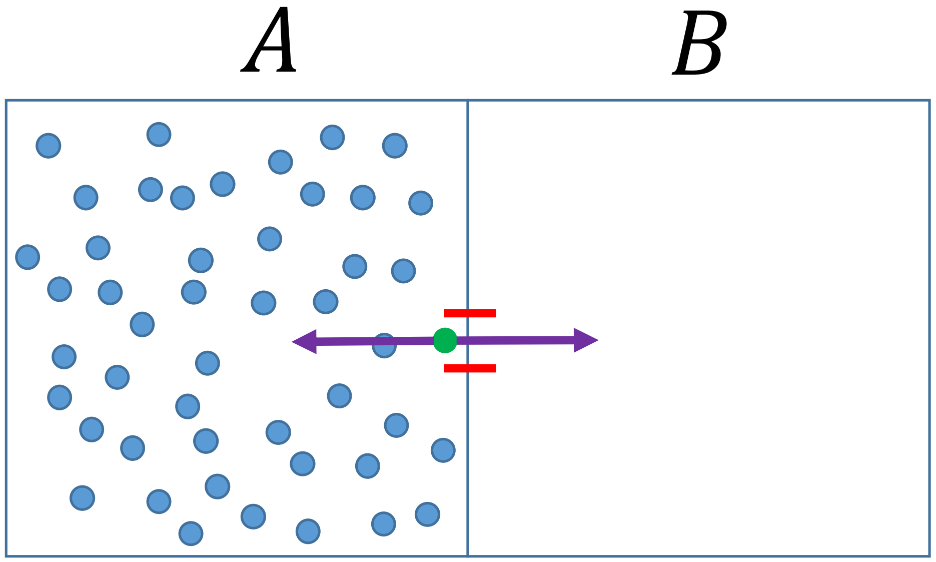
Puesto que las partículas *se mueven de forma aleatoria*, la probabilidad de pasar del compartimento A al compartimento B *es exactamente igual* a la probabilidad de pasar del compartimento B al A.



Interpretación mecánico-estadística de D

Si el desplazamiento promedio de una partícula es 0: **¿por qué observamos difusión?**

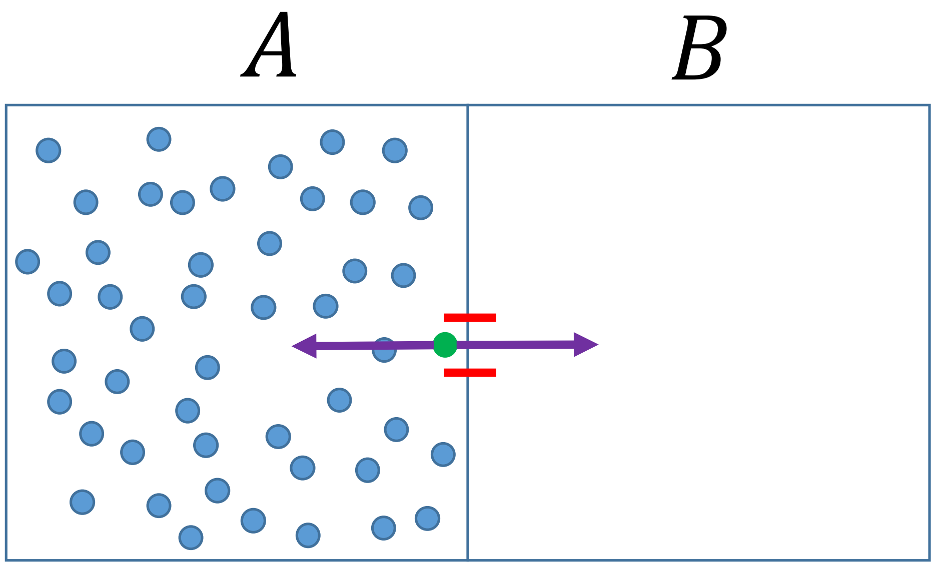
Sin embargo, el *comportamiento macroscópico* de todo el sistema implica una tendencia de las partículas a moverse desde el compartimento A (mayor concentración) al compartimento B (menor concentración).



Interpretación mecánico-estadística de D

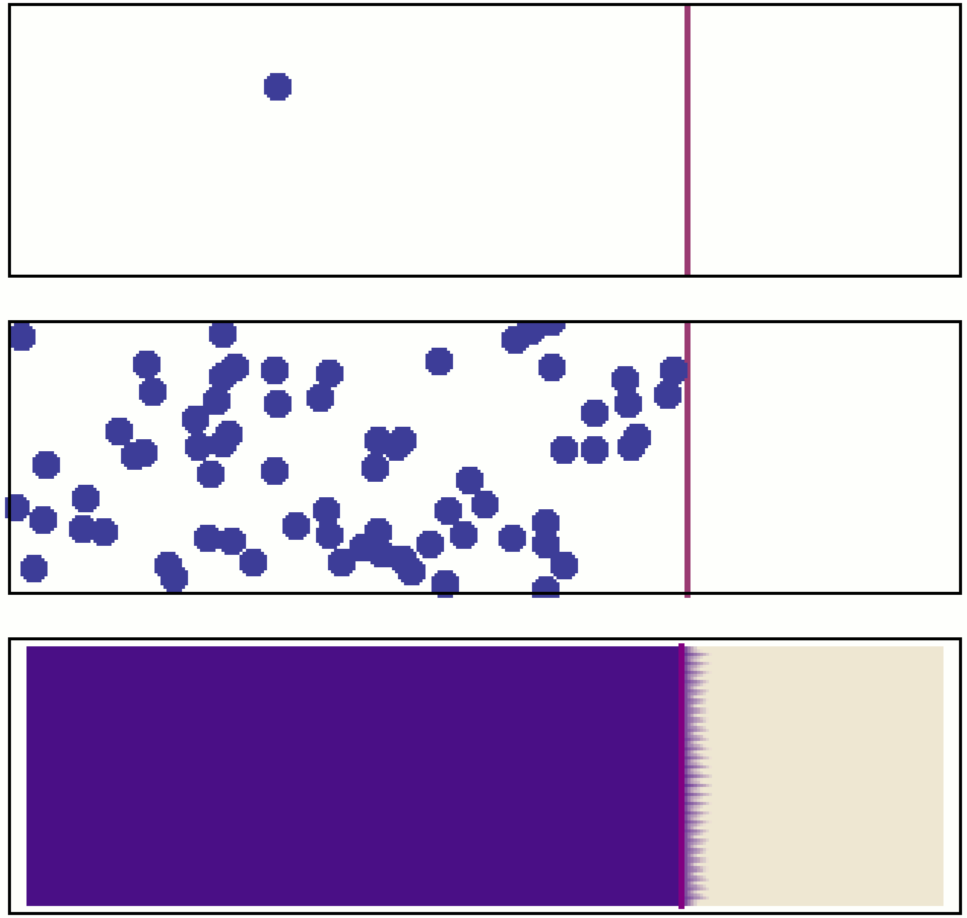
Si el desplazamiento promedio de una partícula es 0: **¿por qué observamos difusión?**

Como el comportamiento microscópico de *una* partícula no establece la tendencia general del conjunto de partículas a moverse de manera preferencial, decimos que **la difusión es una propiedad emergente del sistema.**



Interpretación mecánico-estadística de D

Wikipedia

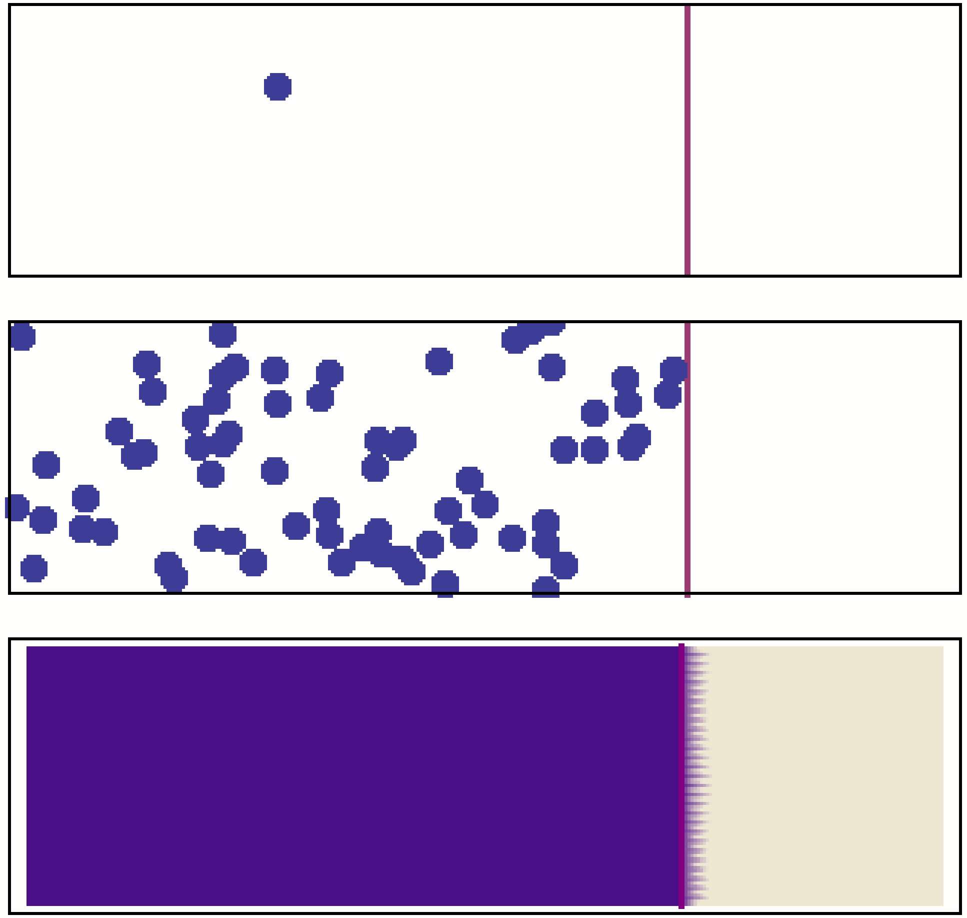


Esta interpretación demuestra que la difusión de un soluto en un medio es una manifestación macroscópica del MB y por lo tanto podemos definirla como el **movimiento neto de masa desde una región de mayor concentración a una de menor concentración**.

Interpretación mecánico-estadística de D

Se demuestra que un **fenómeno microscópico aleatorio** como el MB produce un **efecto físico macroscópico determinista** como es la difusión de un soluto en un medio.

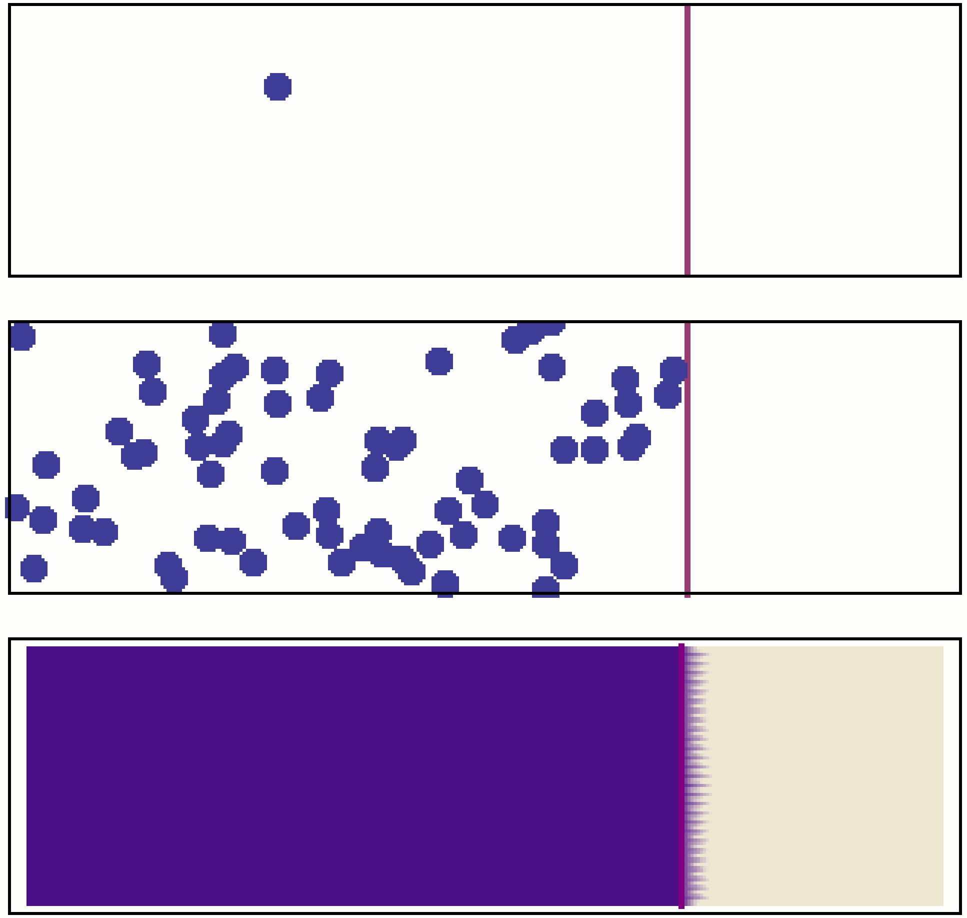
Wikipedia



Interpretación mecánico-estadística de *D*

Esta interpretación se basa en la suposición de que es equivalente seguir el desplazamiento de una partícula por mucho tiempo que el de muchas partículas en un mismo instante de tiempo (**Teorema Ergódico**).

Wikipedia



Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- Transporte intracelular

Contenido de la clase

- Introducción al práctico de Biofísica
- Introducción histórica al Movimiento Browniano (MB)
- Observación del MB
- Análisis cuantitativo del MB en función de T, η, r
- Análisis dimensional del D, η
- Determinación de D, N_A
- Difusión y marcha aleatoria
- Interpretación mecánico-estadística de D
- **Transporte intracelular**

Transporte intracelular

La difusión es un fenómeno físico de relevancia biológica.
Ej.: intercambio de sustancias en las células (Ver Práctico 02: Transporte de Membrana), intercambio gaseoso en el sistema respiratorio.

[Actividad 7]

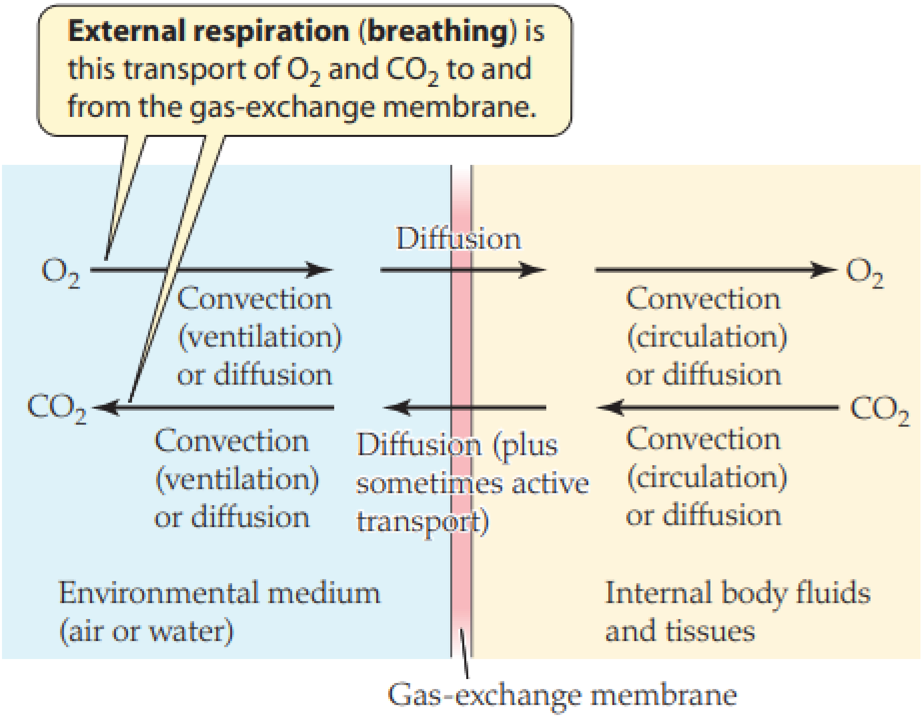


FIGURE 23.1 Generalized features of animal gas exchange O_2 and CO_2 move between the environmental medium and the internal tissues of an animal across a gas-exchange membrane.

Hill, R. W., Wyse, G. A., Anderson, M., & Anderson, M. (2012). *Animal physiology* (3rd Edition). Massachusetts: Sinauer associates.

Transporte intracelular

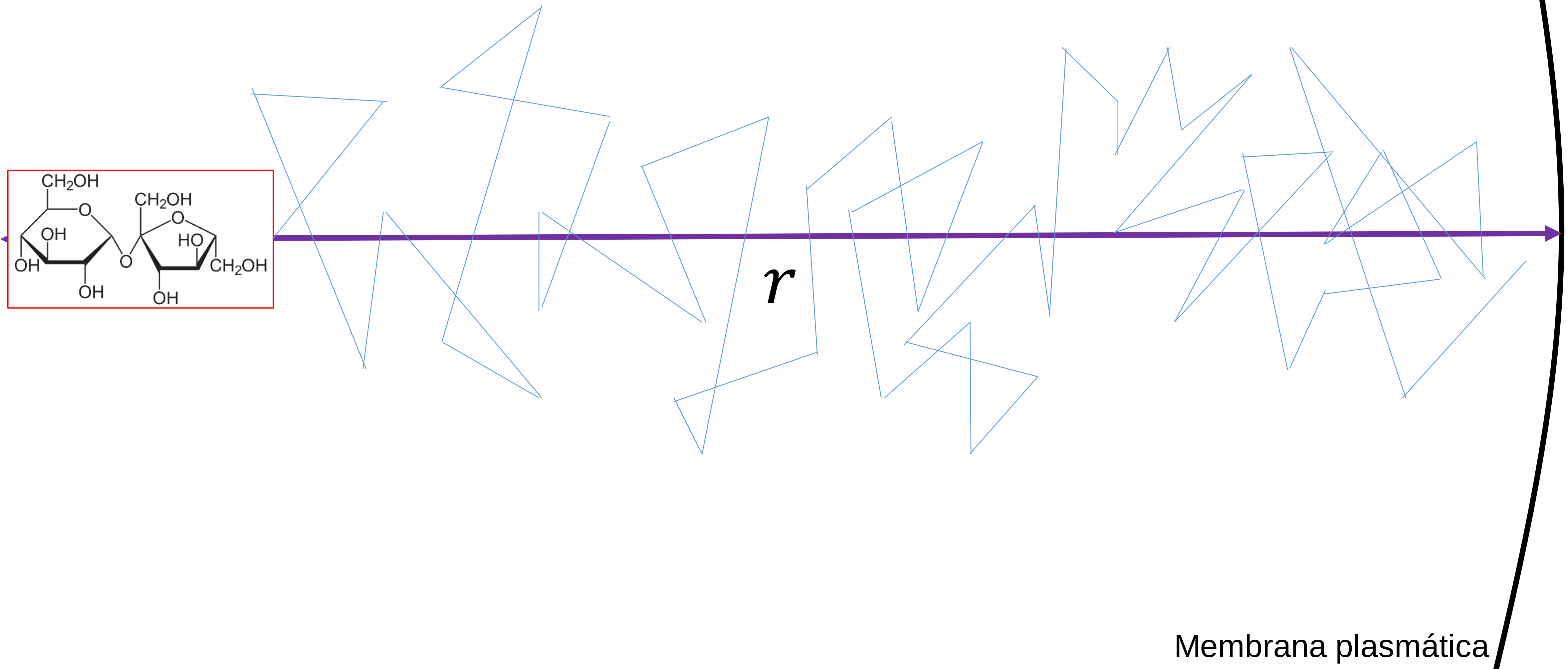
La expresión de la ecuación de Einstein para la difusión de una partícula esférica que experimenta MB en **tres dimensiones** es:

$$\overline{X^2} = 6Dt$$

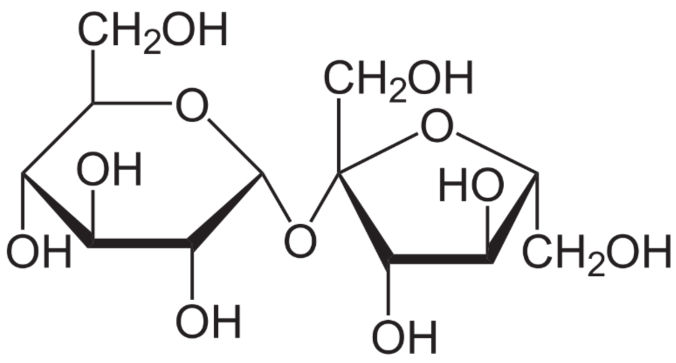
¿Pueden demostrarlo?

Supóngase que una molécula de sacarosa se sintetiza en el centro de una célula bacteriana esférica de radio $r = 0{,}7\ \mu m$. Si la constante de difusión para la sacarosa es $D_{C_{12}H_{22}O_{11}} = 1 \times 10^{-6}\ cm^2\ s^{-1}$, ¿qué tiempo requiere una molécula de sacarosa para difundir hasta la membrana celular? ¿Qué conclusión puede sacar al respecto?

Transporte intracelular



Transporte intracelular



$$\overline{X^2} = 6Dt$$
$$r = 0{,}7\ \mu m$$
$$D_{C_{12}H_{22}O_{11}} = 1 \times 10^{-6}\ cm^2\ s^{-1}$$
$$\Rightarrow \overline{X^2} = 6Dt \Rightarrow t = \frac{\overline{X^2}}{6D} \Rightarrow t = \frac{r^2}{6D}$$
$$r = 0{,}7\ \mu m = 0{,}7 \times 10^{-6} m = \frac{0{,}7 \times 10^{-6}\ m}{100\,\frac{cm}{m}} = 0{,}7 \times 10^{-4} cm$$
$$\Rightarrow t = \frac{(0{,}7 \times 10^{-4} cm)^2}{6(1 \times 10^{-6}\ cm^2\ s^{-1})} \Rightarrow \boldsymbol{t \cong 8{,}17 \times 10^{-4}\ s = 0{,}0817\ ms}$$

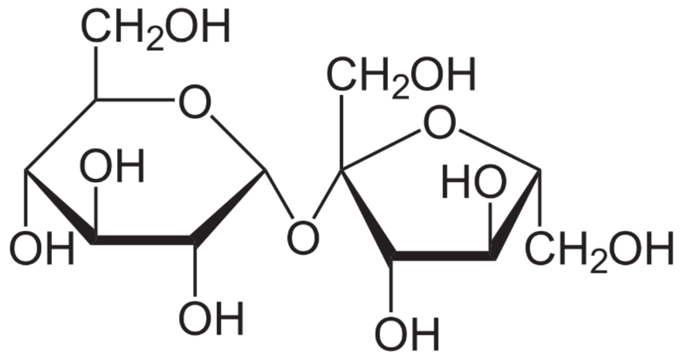
Transporte intracelular

$$a\ una\ velocidad: \quad v = \frac{r}{t} = \frac{0{,}7 \times 10^{-6}\ m}{8{,}17 \times 10^{-4}\ s} = 8{,}56 \times 10^{-4}\,\frac{m}{s}$$

$$supongamos\ que\ un\ organismo\ mide: \quad h = \sim 1\ m$$

$$t = \frac{h}{v} = \frac{1\ m}{8{,}56 \times 10^{-4}\ m\ s^{-1}} \cong 1168\ s \cong 20\ min$$

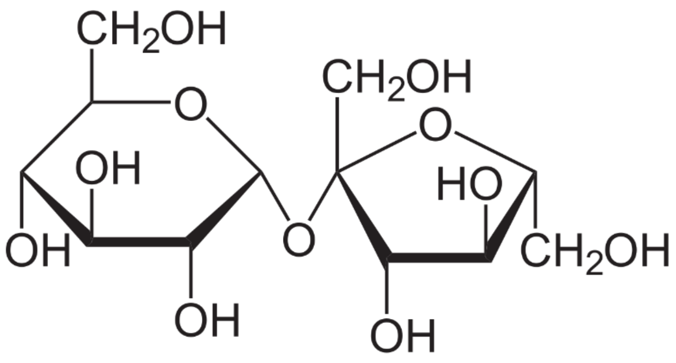
Si el organismo necesita transportar sacarosa a lo largo del cuerpo utilizando *únicamente* la difusión generada por el MB de las partículas, necesita un tiempo de 20 min para poder enviar sacarosa a un tejido ubicado a 1 metro desde donde se sintetizó.



Transporte intracelular

Este mecanismo es *ineficiente* a medida que aumenta el tamaño del organismo. En organismos multicelulares, se impone la necesidad de nuevas estrategias de transporte, generalmente asociados al gasto energético (*transporte activo*).

$$si\ \overline{x^2} = 2Dt \Longrightarrow \sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{2Dt} = \sqrt{2D}\sqrt{t}$$



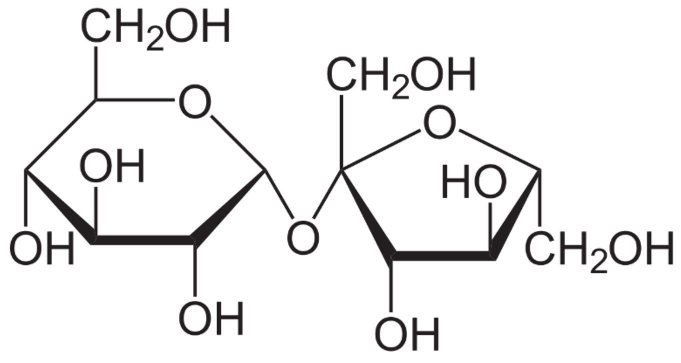
Transporte intracelular

$$a\ una\ velocidad: \quad v = \frac{r}{t} = \frac{0{,}7 \times 10^{-6}\ m}{8{,}17 \times 10^{-4}\ s} = 8{,}56 \times 10^{-4}\,\frac{m}{s}$$

$$supongamos\ que\ un\ organismo\ mide: \quad h = {\sim}1\ m$$

$$t = \frac{h}{v} = \frac{1\ m}{8{,}56 \times 10^{-4}\ m\ s^{-1}} \cong 1168\ s \cong 20\ min$$

En organismos microscópicos (principalmente procariotas), la difusión simple otorgada por la agitación térmica de las partículas podría seguir siendo un mecanismo útil para transporte de solutos en pequeñas distancias.



Resumen

- El MB es un fenómeno microscópico que ocurre debido a la agitación térmica de las partículas del medio.
- La teoría desarrollada por Einstein-Smoluchowski predijo ciertas ecuaciones para el Desvío Cuadrático Medio y el Coeficiente de Difusión.
- A partir de estas ecuaciones es posible utilizar datos experimentales que permitan calcular el Número de Avogadro.
- La difusión de una sustancia en solución es la consecuencia macroscópica del MB en el marco de un gradiente de concentración.

Resumen

- El comportamiento de un gran número de partículas en un mismo instante de tiempo es similar al comportamiento de las partículas individuales en el tiempo (Teorema Ergódico).
- El MB y la difusión son fenómenos de importancia biológica ya que establecen los límites físicos del transporte intracelular e intercelular pasivo.
- La difusión simple (generada por el MB de las partículas) no siempre es suficiente para satisfacer las necesidades de los seres vivos y es necesario implementar otras estrategias de transporte que generalmente implican un gasto energético.

Bibliografía

Morowitz, H. J. (1978). *Entropía para Biólogos: Introducción a la termodinámica biológica* (No. 621.01 M65Y). Cap. 12. [En EVA]
[En Español]