05 -MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

ANUNCIOS

1- Inscribirse en EVA en: “Grupo de teórico virtual”
2- Completar: “Encuesta sobre uso de clases virtuales”
Es a efectos estadísticos…

3- Primer evaluación corta: Se realizará a partir del jueves a las 0:00 y hasta el sábado 2 de abril a las 23:55.
Temas: Unidad 1 (leyes de escala, cifras significativas, análisis dimensional y estimaciones sencillas).

4.- 1er. Parcial: Viernes 13 de mayo hora 16:00. En forma presencial

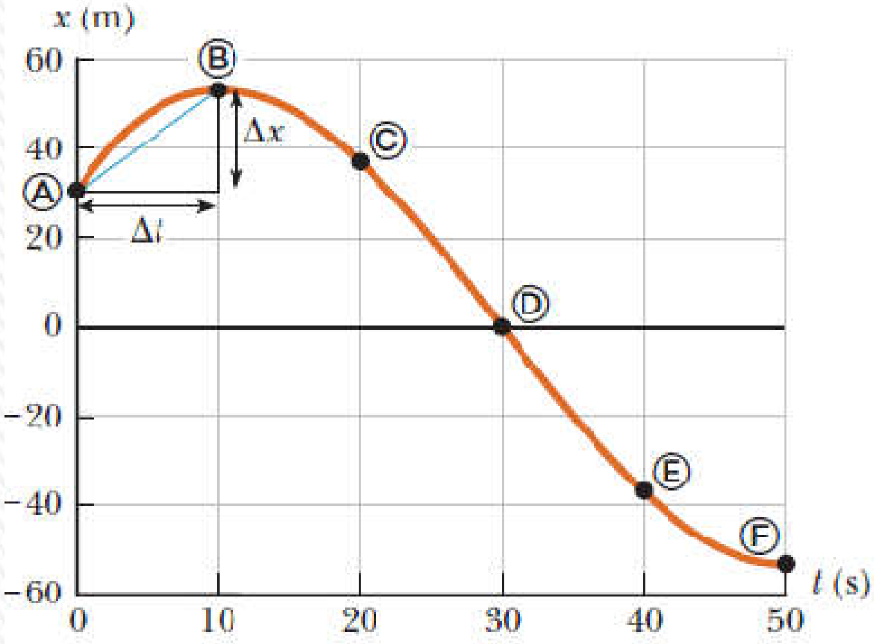
5- Consultas: me voy a conectar 30 minutos antes de cada clase virtual por si tienen consultas a realizar, en todo caso puedo ampliar el rango o eventualmente poner una clase especial a coordinar.

6- La clase se va a grabar…

Repaso clase pasada

Marco de referencia: eje x, origen, dirección y sentido positivo.
Posición: función ley horaria x(t)
Desplazamiento Δx: *cambio de posición:*
y está dado por $\Delta x = x_f - x_i$
Distancia *longitud total del trayecto* recorrido al moverse desde x_i a x_f.
Rapidez media:

$$rapidez\ media = \frac{distancia\ total}{tiempo\ total}$$



Velocidad media cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo Δt en el que se realiza el mismo:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_F - x_I}{t_F - t_I}$$

Velocidad instantánea *v* *es* la velocidad media cuando el intervalo de tiempo Δt se hace muy pequeño (estrictamente es prácticamente nulo).

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Rapidez instantánea: cantidad escalar, magnitud de la velocidad instantánea.

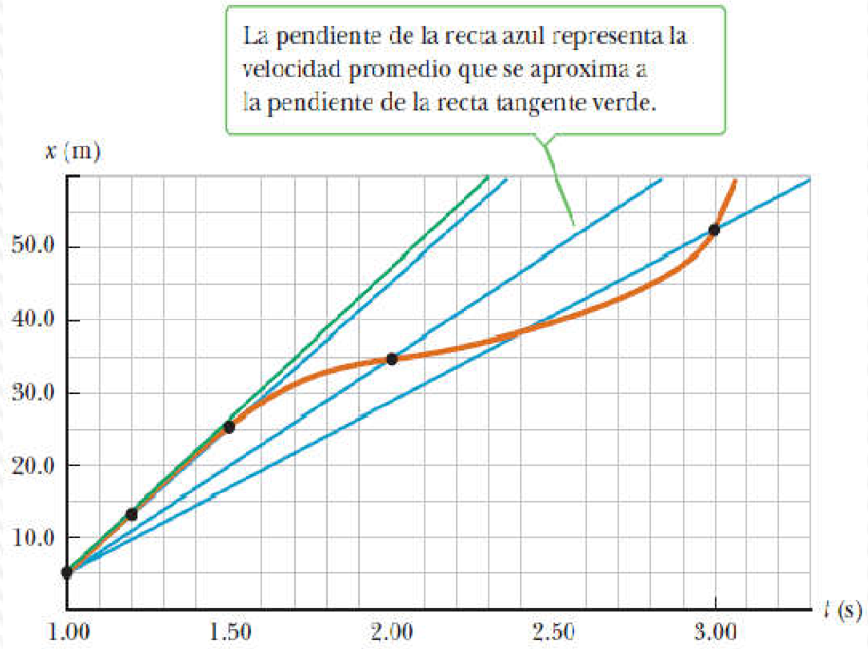
Repaso clase pasada

Aceleración Es el cambio de velocidad de un objeto al transcurrir el tiempo.
Aceleración media a_m durante el intervalo de tiempo Δt es el cambio en la velocidad Δv dividida entre Δt:

$$a_m \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

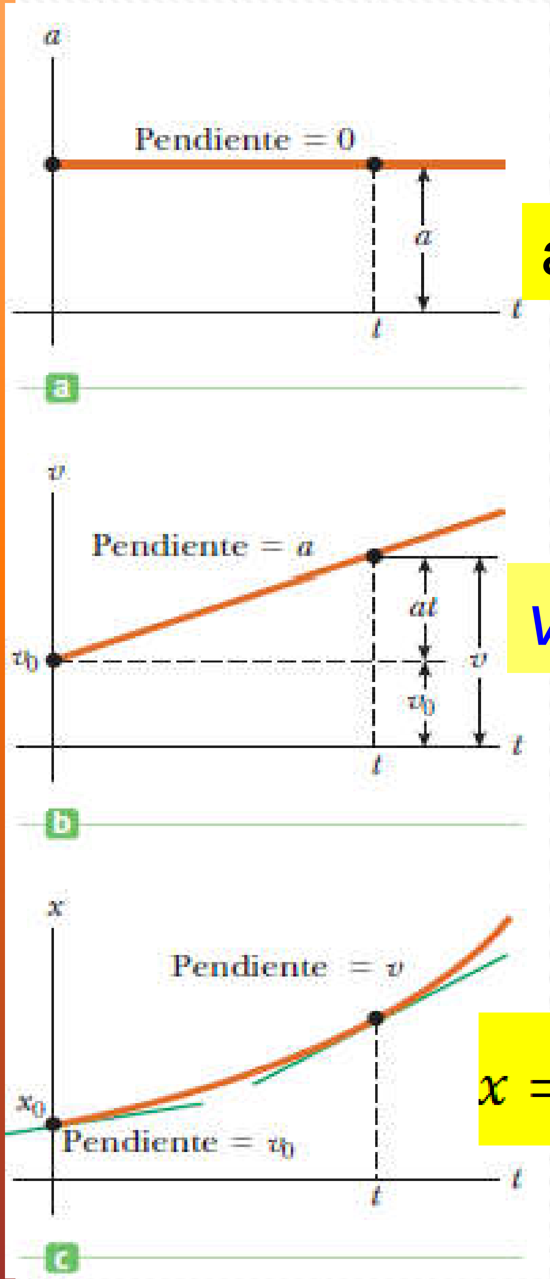
Aceleración instantánea *a* es el límite de la aceleración media conforme el intervalo de tiempo Δt tiende a cero:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$



Repaso clase pasada

Movimiento en una dimensión con aceleración constante



$a = a_m$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

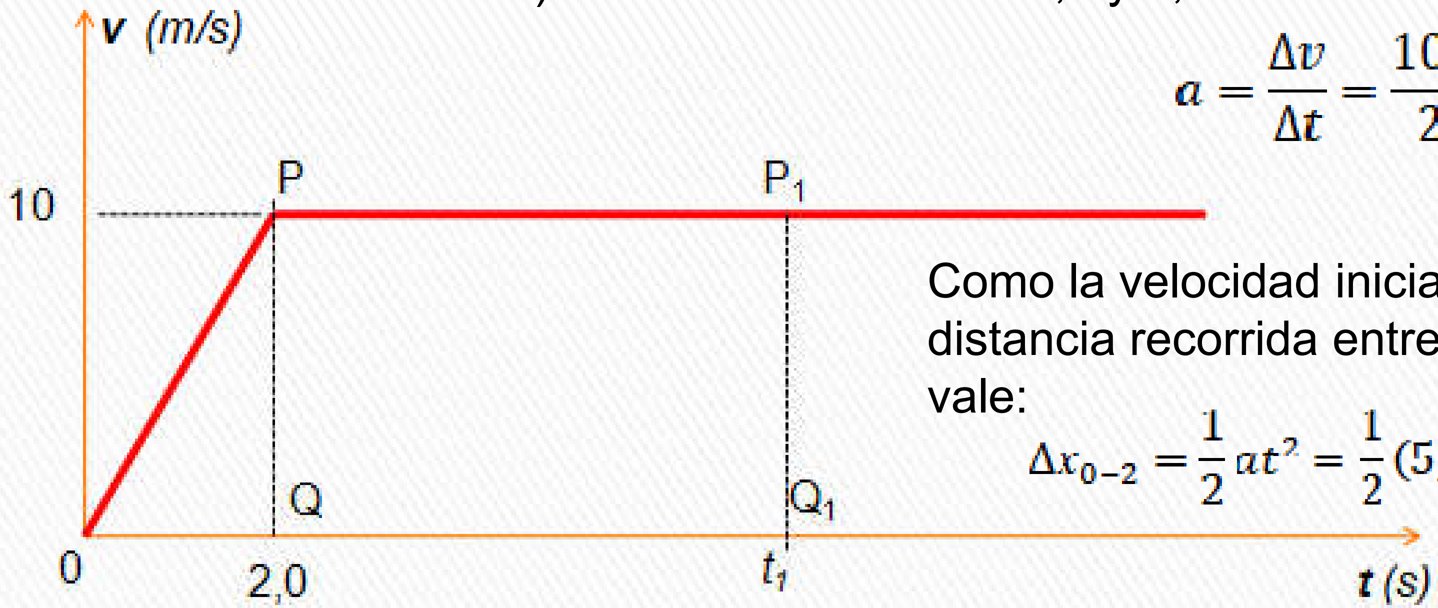
$v = v_0 + at$

El área bajo la gráfica *v* en términos de *t* para cualquier objeto es igual al desplazamiento *Δx* del objeto.

$$x = x_0 + v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

Ejemplo: Ejercicio 2.2

Un velocista promedio puede mantener una aceleración máxima durante 2,0 s cuando su rapidez máxima es de 10 m/s. Después de alcanzar su rapidez máxima, su aceleración es igual a cero y entonces avanza a rapidez constante.
Suponga que la aceleración es constante durante los primeros 2,0 s del recorrido, que parte del reposo y en línea recta.
a) ¿Qué distancia ha recorrido el velocista cuando alcanza su máxima rapidez?
b) ¿Cuál es la magnitud de su velocidad media en el recorrido de las siguientes longitudes: i) 50 m; ii) 100 m y ii) 200 m?



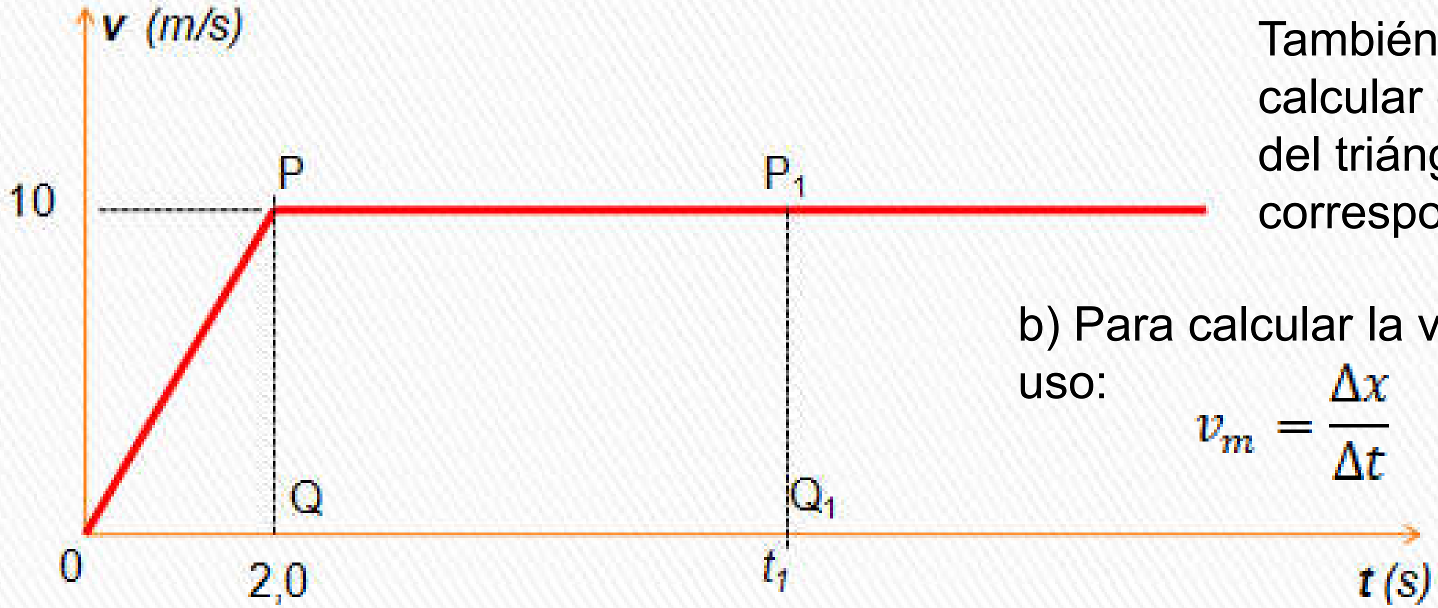
a) La aceleración entre 0,0 y 2,0 s es constante:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\ m/s}{2,0\ s} = 5,0\ m/s^2$$

Como la velocidad inicial es nula, la distancia recorrida entre 0,0 y 2,0 s vale:

$$\Delta x_{0-2} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(5,0)(2,0)^2 = 10\ m$$

Ejemplo: Ejercicio 2.2



También se podía calcular como el área del triángulo 0PQ, que corresponde a 10 m

b) Para calcular la velocidad media uso:

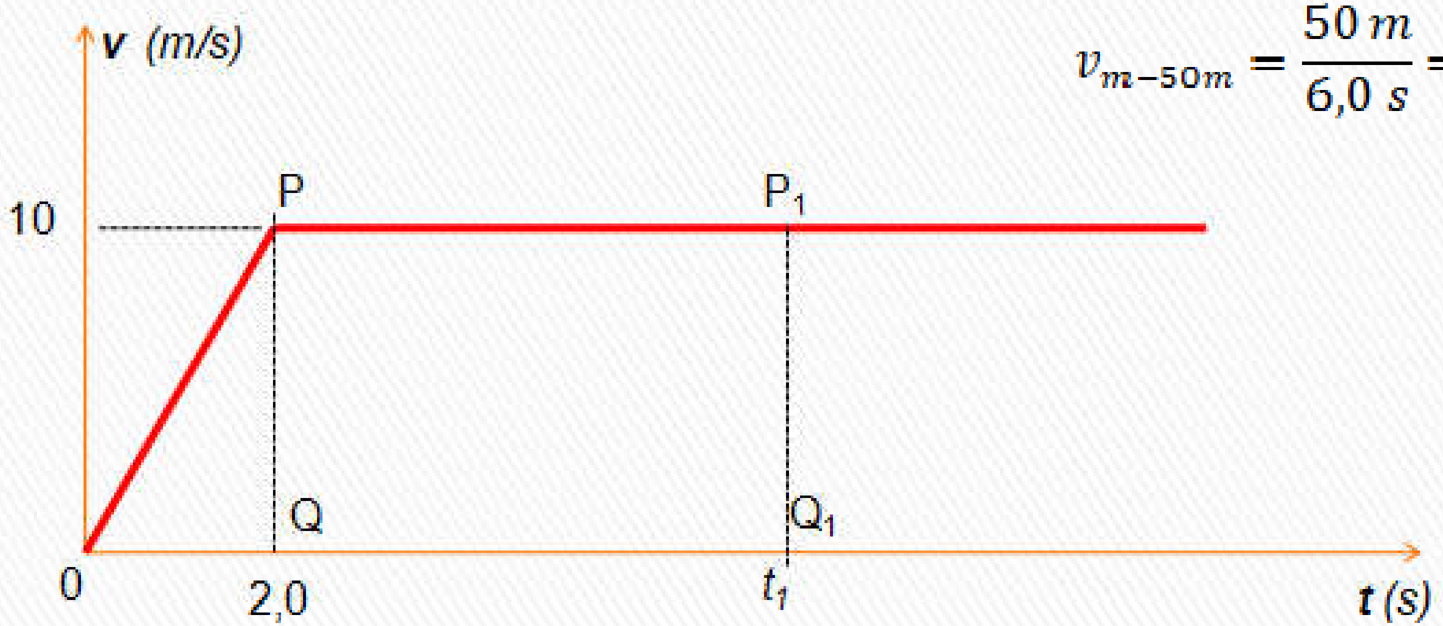
$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Por lo tanto debo conocer los intervalos de tiempo en los que se producen los distintos desplazamientos.
Para determinarlos, voy a usar el hecho de que el desplazamiento es igual al área bajo la curva v(t).
Si el área del triángulo OPQ vale 10 m, para un desplazamiento de 50 m, entonces el área del rectángulo PP_1Q_1Q debe valer 40 m, y se tiene que cuando la velocidad es constante, recorre 10 m eb cada segundo… por tanto , la base del rectángulo debe valer 4,0 s con lo que t_1= 6,0 s.

$$v_{m-50m} = \frac{50\ m}{6{,}0\ s} = 8{,}3\ m/s$$

Ejemplo: Ejercicio 2.2

$$v_{m-50m} = \frac{50\,m}{6{,}0\,s} = 8{,}3\,m/s$$



P P1

El desplazamiento de los 100 m, se va a producir 9,0 segundos después de alcanzar la rapidez máxima (pues debe recorres 90 m):

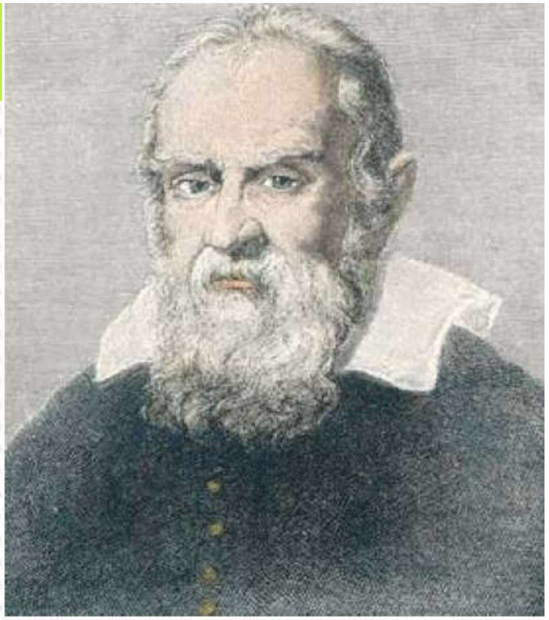
$$v_{m-100m} = \frac{100\,m}{11\,s} = 9{,}1\,m/s$$

$$v_{m-200m} = \frac{200\,m}{21\,s} = 9{,}5\,m/s$$

OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

Si despreciamos la resistencia del aire, todos los objetos caen bajo la influencia de la gravedad a la superficie de la Tierra con la misma aceleración constante.

Según la tradición, Galileo descubrió la **ley de caída libre** de objetos al observar que dos pesas diferentes se dejaban caer de manera simultánea desde la Torre inclinada de Pisa golpeando la superficie de la Tierra aproximadamente en el mismo tiempo.

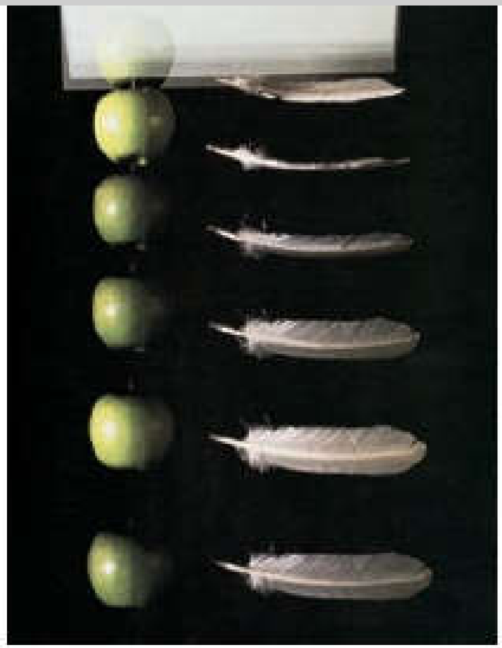


Galileo Galilei
Físico y astrónomo italiano
(1564-1642)

Caída libre caso idealizado de movimiento donde se omite la resistencia del aire

Apolo XV: Martillo y pluma cayendo al mismo tiempo en la Luna:

https://www.youtube.com/watch?v=BNEI9wop1KM&ab_channel=Cibermitanios



En el vacío, la manzana y la pluma, liberadas simultáneamente desde el reposo, cae con idéntico movimiento

OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

Caída libre: movimiento bajo la influencia sólo de la gravedad,. con una **aceleración** de magnitud igual a ***g.***

El valor de *g disminuye con el aumento de la altitud y también varía ligeramente con la latitud.* En la superficie de la Tierra, el valor de *g es aproximadamente 9,80 m/s*^{2}.

Si se pasa por alto la resistencia del aire y se supone que la aceleración en caída libre no varía con la altitud en una distancia vertical corta, entonces el movimiento de un objeto en caída libre es el mismo que el movimiento en una dimensión bajo aceleración constante.

Convencionalmente se define hacia "arriba" como el sentido de *y positiva,* y se usa a *y* como variable de posición.

En este caso sabemos que la aceleración g siempre va a estar dirigida hacia abajo

Por ejemplo, si consideramos que lanzamos un objeto desde una altura determinada (que designaremos con y_0,) hacia arriba con una velocidad inicial v_0 (que tiene por tanto sentido contrario a la aceleración g), la ecuación que me da la posición (la altura del objeto) en función del tiempo es:

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

en tanto que la velocidad estará dada por:

$$v = v_0 - gt$$

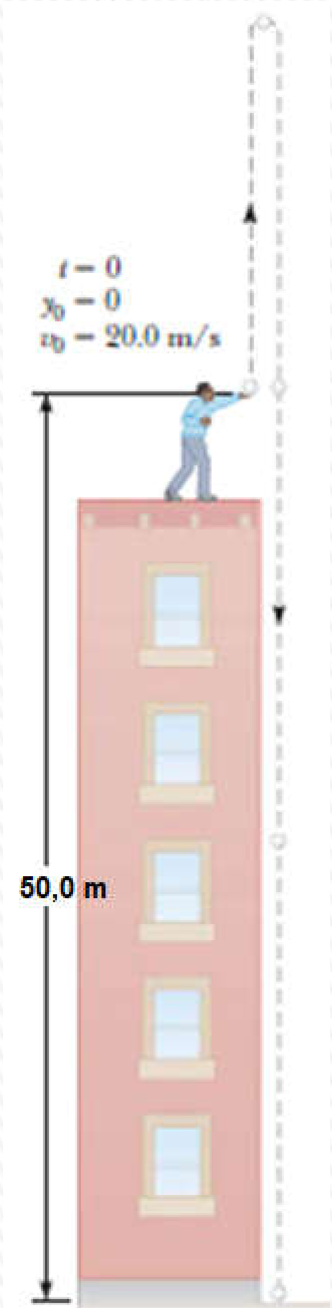
OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

1. El signo de g: Tener en cuenta que *g es un número positivo.* La aceleración gravitacional descendente se indica explícitamente al establecer la aceleración como $a_y = -g$.

2. Aceleración en lo alto del movimiento:
Un error común es considerar que la aceleración de un proyectil en lo alto de su trayectoria es cero.
Aunque la velocidad en lo alto del movimiento de un objeto que se lanza hacia arriba, momentáneamente se hace cero, *la aceleración todavía corresponde a la gravedad en este punto.*
Si la velocidad y la aceleración fuesen cero, el proyectil permanecería en lo alto.

Fotografía con múltiples destellos de una pelota en caída libre.

Ejemplo: lanzamiento de una piedra



Se lanza una piedra desde la parte superior de un edificio con una velocidad inicial de 20,0 m/s en una trayectoria rectilínea hacia arriba, desde una altura inicial de 50,0 m sobre el nivel del suelo. La piedra libra el borde del techo de su camino hacia abajo, como se muestra en la figura. Determine:
a) el tiempo necesario para que la piedra alcance su altura máxima; b) la altura máxima, c) el tiempo necesario para que la piedra regrese a la altura de la cual fue lanzada y la velocidad de la piedra en ese instante, d) el tiempo necesario para que la piedra alcance la superficie de la tierra y e) la velocidad y posición de la piedra en *t=5,00 s. Omita la resistencia* del aire.

Supondremos como sistema coordenado el eje y con sentido positivo hacia arriba y con el origen *en el nivel* en que se tira la piedra ($y_0 = 0$).
Usaremos las ecuaciones cinemáticas de la velocidad y la posición para la piedra y sustituimos la información dada, todas las respuestas surgen de estas dos ecuaciones al usar álgebra mediante la sustitución del tiempo.
Tener en cuenta que la piedra llega al reposo por un instante en su altura máxima, por lo que puedo hacer *v=0 y calculo el tiempo en que llega a dicha altura máxima*

Ejemplo: lanzamiento de una piedra

La velocidad inicial es hacia arriba (positiva) mientras que la aceleración es g hacia abajo (por tanto será negativa), entonces nuestras ecuaciones son:

$$v = v_0 - gt \qquad \Delta y = y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Que sustituyendo los valores numéricos resultan:

$$v = 20{,}0 - 9{,}80t \quad \Delta y = y - 0 = 20{,}0t - \frac{1}{2} \times 9{,}80t^2 \qquad y = 20{,}0t - 4{,}90t^2$$

a) El tiempo que demora en llegar a la altura máxima lo determinamos a través de aquel que hace nula la velocidad:

$$v = 0 = 20{,}0 - 9{,}80t \qquad \Longrightarrow \quad t = \frac{-20{,}0}{-9{,}80} = 2{,}04\ s$$

b) La altura máxima que alcanza la piedra la hallamos sustituyendo este tiempo en la expresión que da la altura y:

$$y_{max} = 20{,}0(2{,}04) - 4{,}90(2{,}04)^2 = 20{,}4\ m$$

c) La piedra alcanza nuevamente a la altura de lanzamiento cuando y= 0:

$$y = 0 = 20{,}0t - 4{,}90t^2 = t(20{,}0 - 4{,}90t)$$

El tiempo que buscamos es: $t = \dfrac{20{,}0}{4{,}90} = 4{,}08\ s$

Observar que este tiempo es el doble que el que se necesita para alcanzar la altura máxima: **el tiempo de subida es el mismo que el de bajada!!**

Ejemplo: lanzamiento de una piedra

d) El tiempo que demora en llegar al piso, es aquel en el que y = - 50,0 m (que corresponde a la altura del edificio)

$$y = -50{,}0 = 20{,}0t - 4{,}90t^2$$

$$4{,}90t^2 - 20{,}0t - 50{,}0 = 0$$

$$t = \frac{20{,}0 \pm \sqrt{20{,}0^2 - 4 \times (4{,}90) \times (-50{,}0)}}{2 \times 4{,}90} = \frac{20{,}0 \pm \sqrt{400 + 980}}{9{,}80}$$

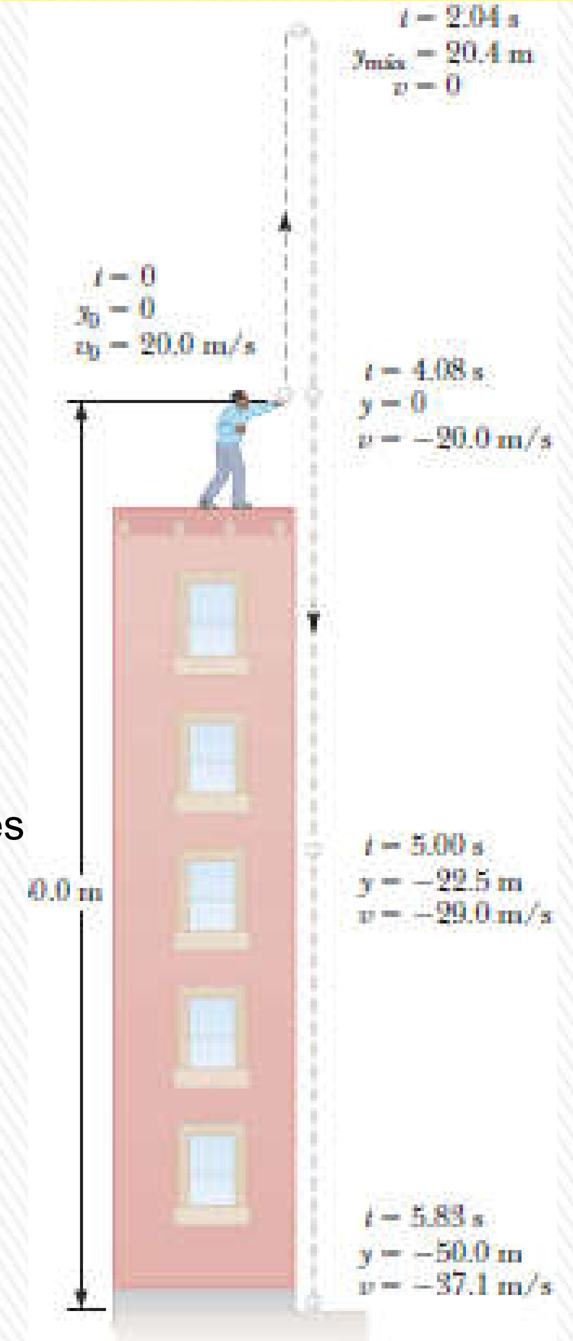
Como debo obtener un tiempo positivo:

$$t = \frac{20{,}0 + \sqrt{1380}}{9{,}80} = 5{,}83\ s$$

e) Finalmente en esta parte sustituyo t=5,0 en ambas ecuaciones

$$v\ (t = 5{,}00) = 20{,}0 - 9{,}80 \times 5{,}00 = -29{,}0\ m/s$$

$$y(t = 5{,}00) = 20{,}0 \times 5{,}00 - 4{,}90 \times 5{,}00^2 = -22{,}5\ m$$



Ejemplo: lanzamiento de una piedra (resolución simbólica)

Con referencia al ejemplo anterior, usaremos manipulación simbólica para calcular el tiempo $t_{máx}$ *que le toma a la piedra* alcanzar su altura máxima y determinar una expresión para la altura máxima independiente del tiempo.
Las respuestas se expresan sólo en términos de las cantidades v_0, g y y_0.

Como hicimos en el ejemplo numérico, imponemos que la velocidad se anula:

$$v = 0 = v_0 - g t_{máx} \qquad \Rightarrow \boxed{t_{máx} = \frac{v_0}{g}}$$

Tiempo que demora en alcanzar la altura máxima en un lanzamiento vertical

Ahora para calcular la altura máxima ($y_{máx}$) sustituyo este valor de $t_{máx}$:

$$y_{máx} = v_0 t_{máx} - \frac{1}{2} g t_{máx}{}^2 = v_0 \left(\frac{v_0}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2$$

$$y_{máx} = \left(\frac{v_0{}^2}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0{}^2}{g^2}\right) = \frac{v_0{}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_0{}^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_0{}^2}{g}$$

$$\boxed{y_{máx} = h_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}}$$

altura máxima que se alcanza en un lanzamiento vertical con velocidad inicial v_0

SALTO VERTICAL

Podemos usar las expresiones con aceleración constante para analizar los saltos verticales.

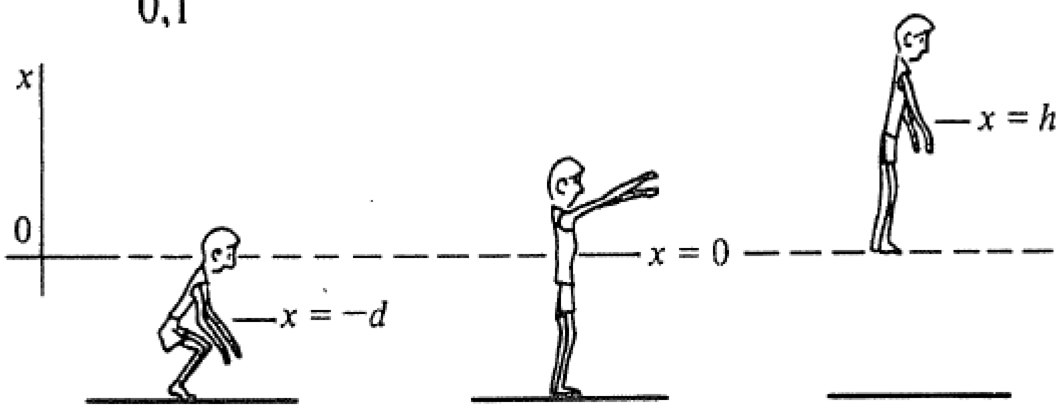
Distancias de aceleración d y alturas verticales h para varios animales. Todas las distancias están en metros.

	Distancia de aceleración (d)	Altura vertical (h)
Seres humanos	0,5	1,0
Canguro	1,0	2,7
Lemur (mono)	0,16	2,2
Rana	0,09	0,3
Langosta	0,03	0,3
Pulga	0,0008	0,1

La tabla muestra las alturas registradas para algunos animales en salto vertical. Para el hombre no se consideran los saltos con técnicas especiales que se utilizan en competencias (con récord mundial de 2,45 m del cubano Sotomayor), sino que se considera la elevación con respecto a su punto medio cuando el mismo se encuentra parado (ver figura)

Posiciones durante salto vertical:

a) agachado con v=0;
b) completamente extendido en el despegue, con $v=v_d$;
c) altura máxima con v=0.
d) La coordenada x indica la altura del punto medio de la persona.



SALTO VERTICAL- *Ejemplo: el saltamontes*

***Los saltamontes y las langostas** son capaces de alcanzar, en ausencia de rozamiento con el aire, unos 45 cm en salto vertical. A partir de este dato es posible encontrar la velocidad* $\boldsymbol{v_d}$ *con que necesita despegar del suelo.*

El punto de máxima altura está caracterizado por una velocidad cero en dicho punto.
Es decir, v = 0 cuando y = 0,45 m. Como parte desde el suelo, $y_0 = 0$

$$v = 0 = v_0 - gt$$

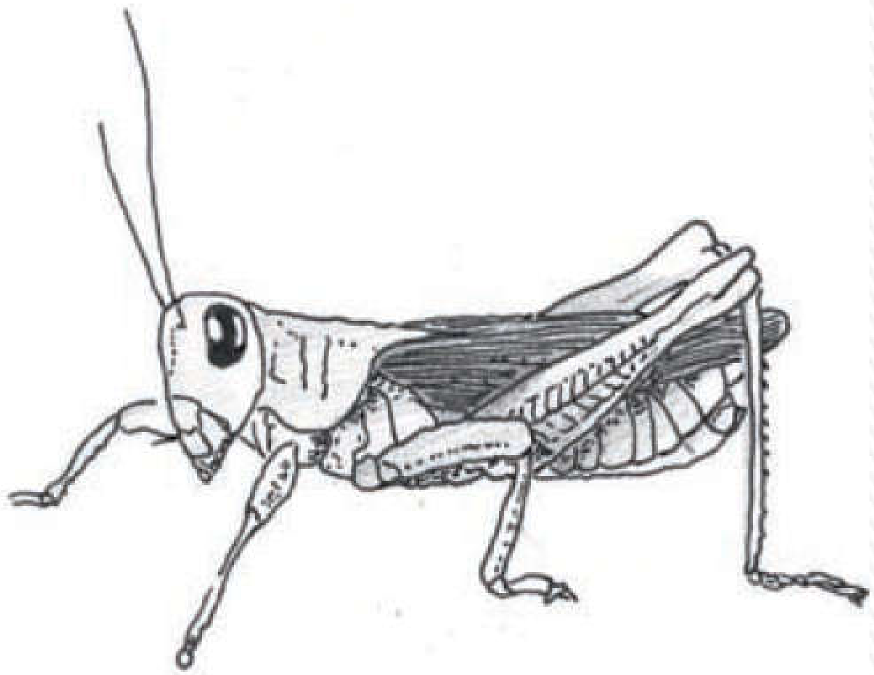
el tiempo en que alcanza la altura máxima vale:

$$t = \frac{v_0}{g}$$

Sustituyendo:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \left(\frac{v_0}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2(9{,}8)(0{,}45)} = 3{,}0\, m/s$$



Saltamontes. Nótense los potentes músculos del fémur en las patas saltadoras

Esta v_0 es la velocidad de despegue $\boldsymbol{v_d} \approx 3{,}0\ m/s$

SALTO VERTICAL- *Ejemplo: el saltamontes*

Para llegar a despegar con esta velocidad, el saltamontes tiene que flexionar sus patas y luego extenderlas imprimiendo un movimiento que supondremos como uniformemente acelerado hacia arriba durante el tiempo que dura la extensión. La longitud a lo largo de la cual el movimiento se acelera hasta llegar a la velocidad de despegue es del orden de magnitud de la longitud de las patas, unos l = 3,0 cm. Calculemos la aceleración que necesita para llegar a dicha velocidad.

Suponemos que parte del reposo y llega a la velocidad a la v_d con una aceleración constante (o media) *a*:

$$v_d = a.t$$

Por lo tanto:

$$t = \frac{v_d}{a}$$

En ese tiempo se recorre una distancia *l*:

$$l = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v_d}{a}\right)^2 = \frac{v_d^2}{2a}$$

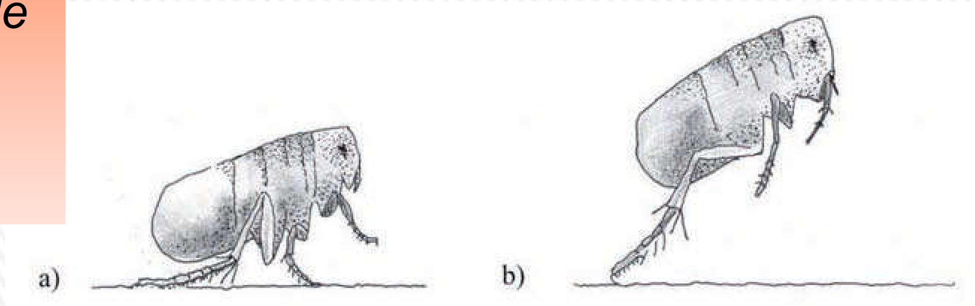
$$a = \frac{v_d^2}{2l} = \frac{3{,}0^2}{2(0{,}030)} = 1{,}5 \times 10^2\ m/s$$

Entonces la aceleración de despegue es del orden de 150 m/s, es decir unos 15*g* (*g* es la aceleración gravitatoria)

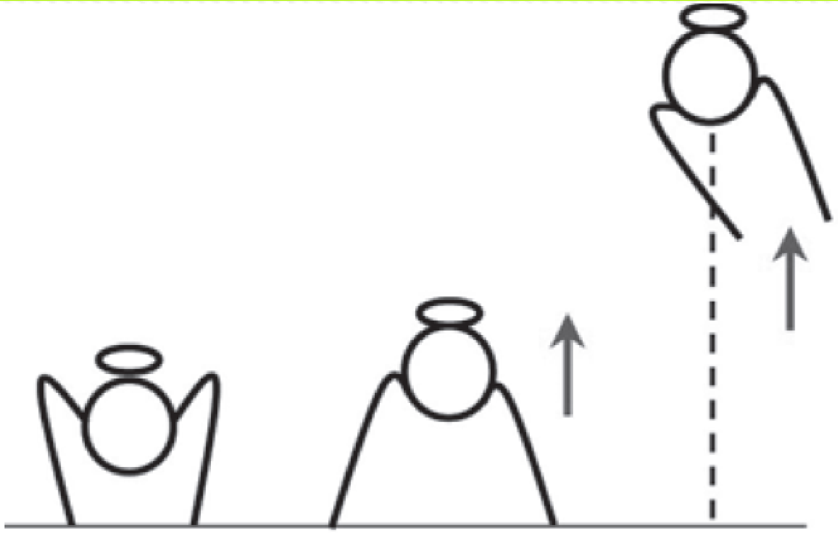
SALTO VERTICAL en los animales

Muchos animales están especialmente dotados para el salto como modo de huir de los depredadores, de desplazarse o de alcanzar a sus presas.
En el salto en vertical, resulta que, las capacidades saltadoras son bastante independientes del tamaño.
Para animales isométricos, es decir, que tienen la misma forma aunque sean de distinto tamaño, la velocidad de despegue que pueden alcanzar es la misma y, por lo tanto, si no hubiera rozamiento llegarían exactamente a la misma altura (esto lo veremos más adelante cuando tratemos energía).
Un pequeño canguro de 30 *cm de altura puede llegar a saltar* 2 metros, lo mismo que un canguro de más de 1,5 metros de altura.
Animales de proporciones distintas pueden alcanzar velocidades de despegue distintas, pero su rango de variación no es muy grande.
Una pulga *del género Pulex, por ejemplo, puede llegar a saltar unos 25 cm en vacío (en aire alcanza* algo menos de 20 *cm debido al rozamiento que, para un animal tan pequeño, es* muy grande), es decir, cerca de unas 200 veces su propia altura.

Esquema de una pulga (*Spilopsyllus) de 1,5 mm de longitud. a) Un milisegundo* antes de saltar. b) Durante el primer milisegundo de vuelo.



SALTO VERTICAL en los animales



Fases de flexión, despegue y vuelo de una pulga.

Una persona salta en vertical apenas 60 *cm (ó 1,0 m en el caso de atletas) que es mucho* menos que su propia altura.
Récord mundial de salto alto: 2,45 *m,* pero en este tipo de salto, el centro de gravedad del atleta parte en despegue de una altura inicial superior a 1,0 m y convierte parte de la velocidad de su carrera en velocidad vertical y, además, la técnica del salto permite girar el cuerpo alrededor del listón y superarlo aunque se encuentre por encima del centro de gravedad del saltador

En un salto en vertical puro, el único impulso es el que se da al flexionar y luego extender las piernas.
Si tras el impulso inicial se mantienen las piernas extendidas, los pies difícilmente superarán los 60 *cm de separación del suelo.*
El rozamiento con el aire, para el caso de una persona, es irrelevante, por lo que podemos calcular directamente la velocidad de despegue, unos 3,4 *m/s, no muy distinta de la alcanzada por* el saltamontes.

SALTO VERTICAL en los animales

Sin embargo, el espacio y el tiempo de aceleración son mucho mayores para una persona que para un animal de pequeño tamaño, por lo que las aceleraciones que deben imprimir a su movimiento de impulso son muy distintas, como puede verse en la tabla.

Magnitud	Pulga	Escar. de resorte	Saltamontes	Rana	Gálago	Persona
Masa	0,5 mg	40 mg	0,44 g	10 g	200 g	70 kg
Altura de salto	25 cm	33 cm	45 cm	40 cm	220 cm	60 cm
Distancia de aceleración	0,075 cm	0,077 cm	3 cm	4 cm	30 cm	50 cm
Velocidad de despegue	2,2 m/s	2,5 m/s	3,0 m/s	2,8 m/s	6,6 m/s	3,4 m/s
Tiempo de despegue	0,0007 s	0,0006 s	0,02 s	0,03 s	0,09 s	0,29 s
Aceleración	3.200 m/s^2	4.200 m/s^2	150 m/s^2	98 m/s^2	72 m/s^2	12 m/s^2
Ac. en términos de g	330 g	429 g	15 g	10 g	7 g	1,2 g

SALTO VERTICAL en los animales

Los valores anteriores son para saltos en el vacío, los reales son bastante menores en los animales más pequeños debido al rozamiento con el aire.

Notar las enormes aceleraciones que alcanzan los animales más pequeños (cerca de 500 g, *límite aproximado de resistencia a la destrucción de los* tejidos blandos y órganos internos) para llegar, a lo largo de una diminuta longitud de aceleración, hasta velocidades de despegue de entre 2 *m/s y 3 m/s.*

En los humanos, aceleraciones del orden o superiores a 10 *g producen ya daños* irreversibles.

Mayor aceleración de despegue: **escarabajos de resorte y cigarra espumadora**.

Escarabajo de resorte (*Elateridae*): *cuando se encuentra en posición invertida, con abdomen hacia* arriba, curva el dorso y activa un mecanismo de recuperación elástica que permite a algunos de ellos, como los del género *Athous, saltar* hasta 30 *cm en aire desarrollando aceleraciones de despegue de más de* 400 *g.*

Cigarra espumadora (Philaenus spumarius)*:con una* longitud de unos 6 *mm es capaz de elevarse a alturas de 40 cm a 70 cm,* generando en la fase de impulso aceleraciones del orden de unos 400 *g.*

En los animales saltadores más pequeños ha surgido evolutivamente un procedimiento para darse impulso distinto a la contracción muscular directa: es un mecanismo tipo catapulta que acumula energía de contracción de los músculos en un dispositivo que actúa como un resorte y que, cuando se suelta, dispara al animal hacia arriba.

SALTO VERTICAL en los animales

Videos de salto de escarabajo de resorte (*Elateridae):*

https://www.youtube.com/watch?v=I9TWo7cJA6Q&ab_channel=ScienceGal

https://www.youtube.com/watch?v=2rQ8tRK2Y5w&ab_channel=AntLab

Video de salto *cigarra espumadora (Philaenus spumarius):*

https://www.youtube.com/watch?v=XaViqneTq_E&ab_channel=ScienceVio

SALTO VERTICAL en los animales

Similar a un arquero que flexiona el arco usando su fuerza muscular durante un cierto intervalo de tiempo y luego éste recupera su forma original, en un tiempo mucho menor, impulsando la flecha con una velocidad que no podría nunca ser alcanzada mediante la acción directa del brazo.

Los pequeños animales utilizan un mecanismo con **resilina**, una proteína con propiedades elásticas parecidas a las del caucho, capaz de almacenar energía elástica en volúmenes diminutos, con propiedades elásticas superiores a las de los mejores cauchos sintéticos, pudiéndose alargar hasta varias veces su longitud en reposo de forma reversible, sin deformaciones permanentes.

Los animales más grandes, incluidos todos los mamíferos, adquieren la aceleración necesaria para despegar mediante la acción simple de los músculos de las piernas.

El **gálago** *un primate* saltador de pequeño tamaño, *o los **canguros**,* alcanzan una altura superior a la del resto de los animales, debido a que su configuración corporal es tal que los músculos activados al saltar suponen una fracción de la masa total del cuerpo muy superior a lo habitual en el resto de los animales.