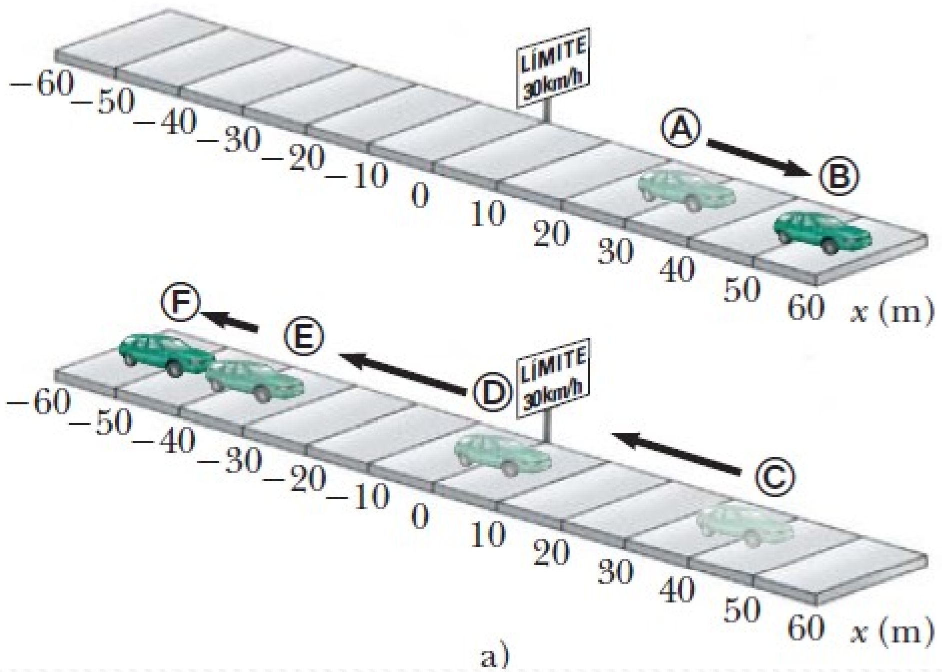
04 -MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Movimiento más sencillo: **cuerpo que viaja en línea recta** (**cinemática unidimensional**).
Trabajaremos con diferentes tipos de cantidades físicas tales como distancia, desplazamiento, rapidez, *velocidad y aceleración.*
Algunas de ellas son del tipo ***escalar*** *(distancia, rapidez) las cuales quedan definidas sabiendo sólo su magnitud (su valor numérico y unidad),*
pero otras son ***vectores*** *(desplazamiento, velocidad, aceleración), que para definirlas completamente además de su magnitud debo conocer su dirección y sentido.*

Para describir el movimiento de un objeto, primero debo poder describir su posición: **dónde se encuentra en un instante determinado.**
Debo especificar su posición respecto a un **marco de referencia** conveniente (sistema de coordenadas ortogonales).
Para el caso unidimensional, utilizo un eje, el eje x, en el donde establezco un origen: el 0.

POSICIÓN



En un movimiento unidimensional, (sobre una recta) basta establecer un punto como origen y un sentido determinado como positivo, la recta la defino como eje "*x*".

El automóvil en cierto instante estaba en la posición A (x = 30 m) y luego, en otro instante en la posición B (x= 50 m).

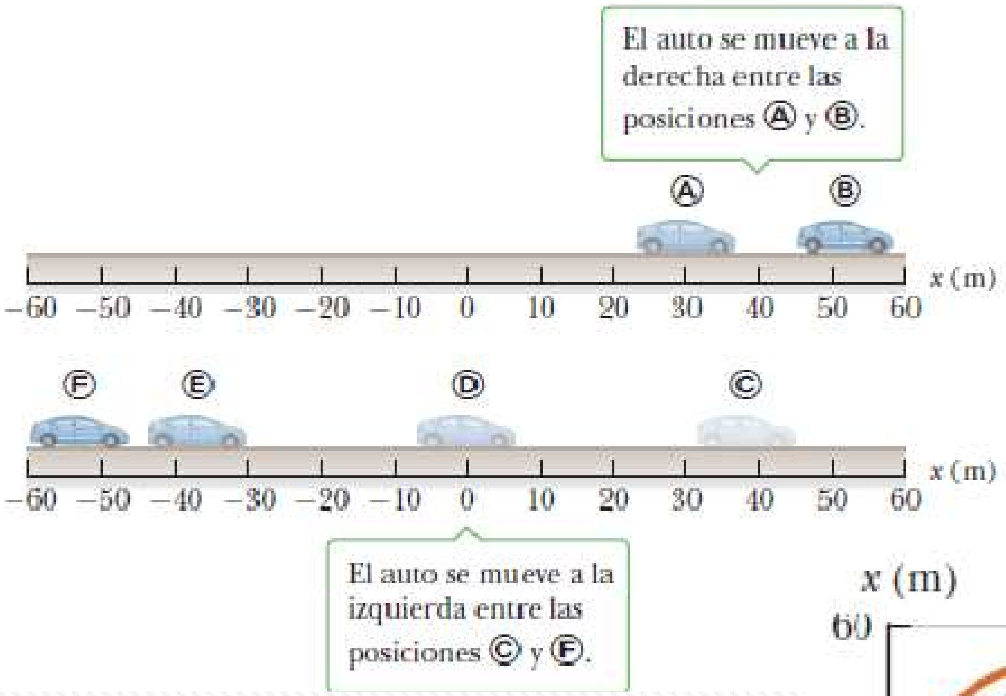
Defino el eje x en la dirección en que se mueve el móvil.

Sus diferentes posiciones las puedo representar como su ubicación en el eje x, respecto al origen 0.

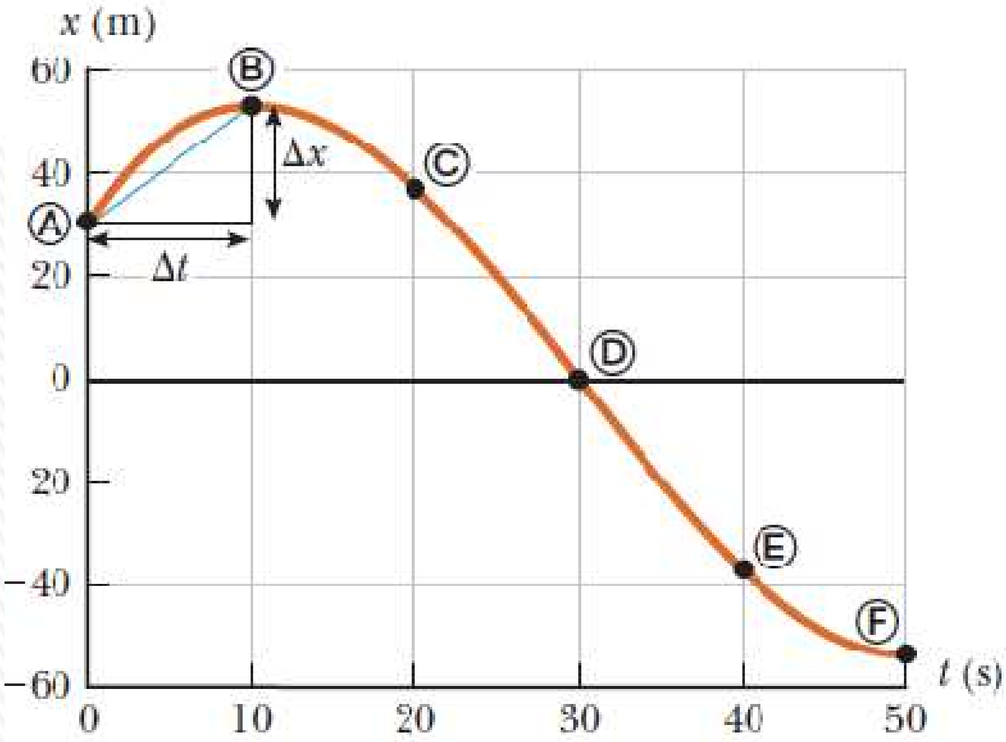
Al varíar el instante considerado (diferentes t), la posición cambia, por lo que puedo representar esto como una función de x que depende el tiempo t: $x(t)$. Esta función se le llama **ley horaria.**

Posición en función del tiempo

Un automóvil que se desplaza en línea recta hacia adelante y hacia atrás.



Podemos representar gráficamente esta función *x(t)* que me da las distintas posiciones (valores de *x*) para los diferentes instantes (valores de *t*).

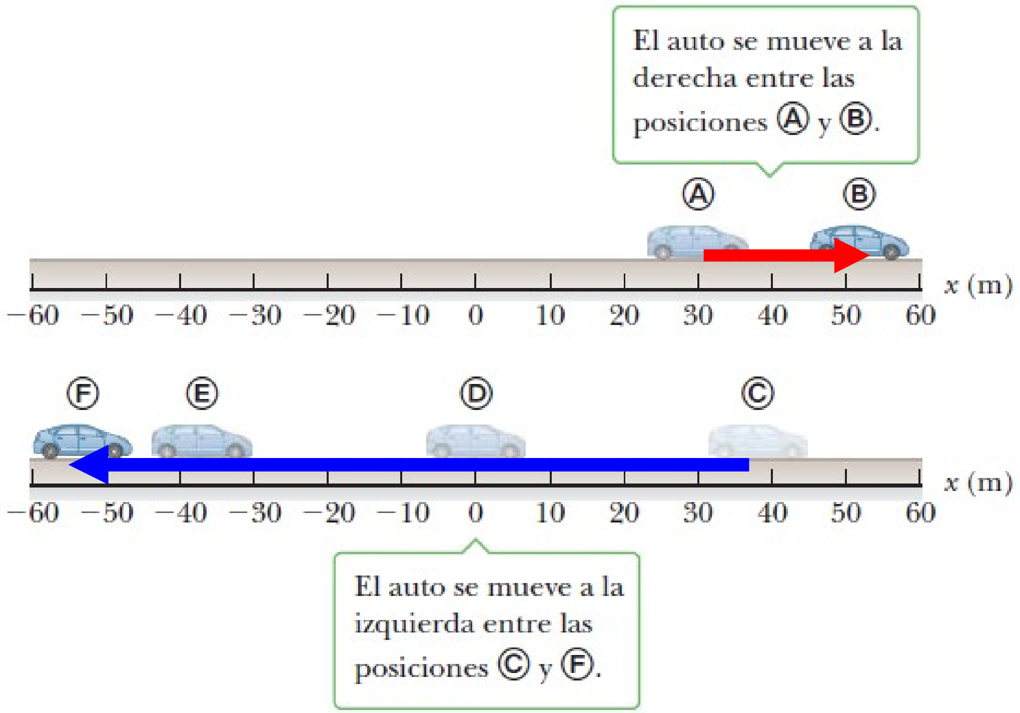


Desplazamiento (Δx)

Desplazamiento Δx *de un objeto:* *se define como su* ***cambio de posición,*** **dado por**

$$\Delta x = x_f - x_i$$

x_i posición inicial del auto *y*
x_f *la posición final*



Se usa la letra griega delta Δ, para indicar un cambio en cualquier cantidad física

Δx *("delta equis") es positiva* $x_f > x_i$ *y negativa si* $x_f < x_i$.

El desplazamiento es una **magnitud vectorial.**

El auto se mueve de A hasta B, posición inicial x_i *= 30 m y posición final* x_f *=52 m,*
$\Delta x = x_f - x_i = 52\ m - 30\ m = 22\ m.$
El sentido es positivo (de izquierda a derecha) (vector rojo)

Si el auto se mueve desde C hasta F , en tal caso x_i *= 38 m y* x_f *= -53 m, entonces*
$\Delta x = x_f - x_i = -53\ m - 38\ m = -91\ m$
El sentido negativo (de derecha a izquierda), vector azul.

Distancia

Distancia: *longitud total del trayecto* recorrido al moverse de un lugar a otro.
La distancia es una **cantidad escalar**, sólo tiene magnitud (tamaño o módulo), mientras que el desplazamiento es un vector, tiene además dirección y sentido.

El desplazamiento de un objeto *no* es lo mismo que la distancia que recorre.
Si lanzamos una pelota hacia arriba y la vuelvo a atrapar, la pelota recorre una *distancia* igual a dos veces la altura máxima que alcanza, pero su d*esplazamiento* es cero

Rapidez y velocidad media

En física existe una distinción evidente entre rapidez y velocidad: **rapidez** es una cantidad escalar, sólo tiene magnitud, mientras que la **velocidad** es un vector, pues tiene magnitud , dirección y sentido.

¿Por qué la velocidad es un vector? Si quiero ir a una ciudad a 70 km de distancia en el tiempo de una hora, no es suficiente conducir con una rapidez de 70 km/h; también necesito viajar en la dirección y sentido correctos.

Rapidez media o promedio de un objeto en un intervalo de tiempo determinado es la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total transcurrido

$$Rapidez\,media = \frac{distancia\ total}{tiempo\ total}$$

Velocidad media o promedio es una cantidad vectorial, definida como el cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo *Δt* en el que se realiza el mismo:

$$v_m \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Tanto la rapidez como la velocidad media tienen como unidad en el S.I. el m/s

Interpretación gráfica de la velocidad

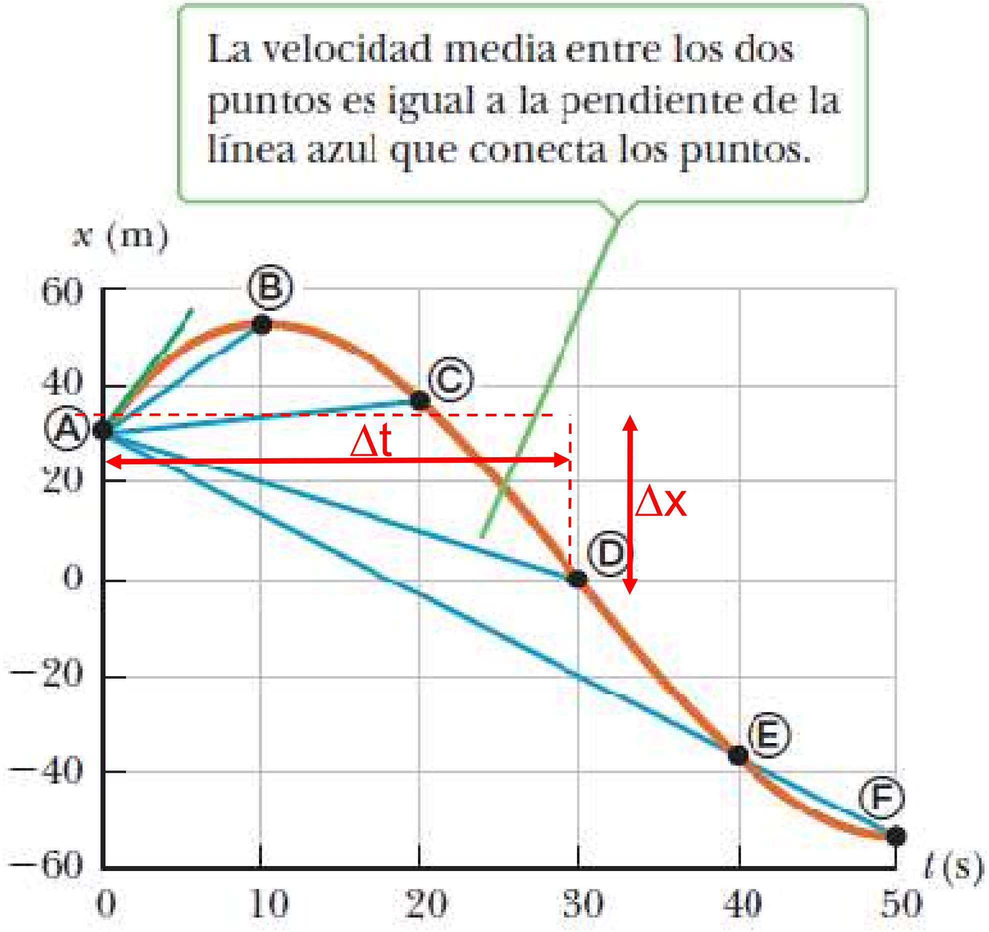
Se representa la ley horaria *x(t)*.

Supongamos que un móvil tiene distintas posiciones A, B, C, D, E y F, en distintos instantes.

La gráfica posición *vs.* tiempo en general no es una línea recta, salvo que la rapidez se mantenga constante.

Entre dos puntos cualesquiera se puede dibujar una línea recta, y la pendiente de esa recta es la velocidad media $\Delta x/\Delta t$ en ese intervalo de tiempo.

La velocidad media de un objeto durante el intervalo de tiempo Δt es igual a la pendiente de la línea recta que une los puntos inicial y final en una gráfica de la posición del objeto en términos del tiempo.



El cociente entre la variación de ordenadas (en nuestro caso Δ*x*) *y la variación de abscisas (en este caso* Δ*t*) se llama **pendiente de la recta.**

Desde el punto de vista geométrico es una medida de la inclinación de la recta, si la pendiente vale cero, la recta es horizontal, a mayor pendiente más se inclina la recta hacia la vertical….

Velocidad instantánea

Interesa conocer la rapidez, dirección y sentido que el móvil tiene en un cualquier instante dado, esto es su **velocidad instantánea.**

La **velocidad instantánea *v*** es igual a la velocidad media cuando el intervalo de tiempo Δ*t* se hace muy pequeño (estrictamente es prácticamente nulo).
Una forma matemática más precisa de definirla es como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo Δ*t* se hace infinitesimalmente pequeño:

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

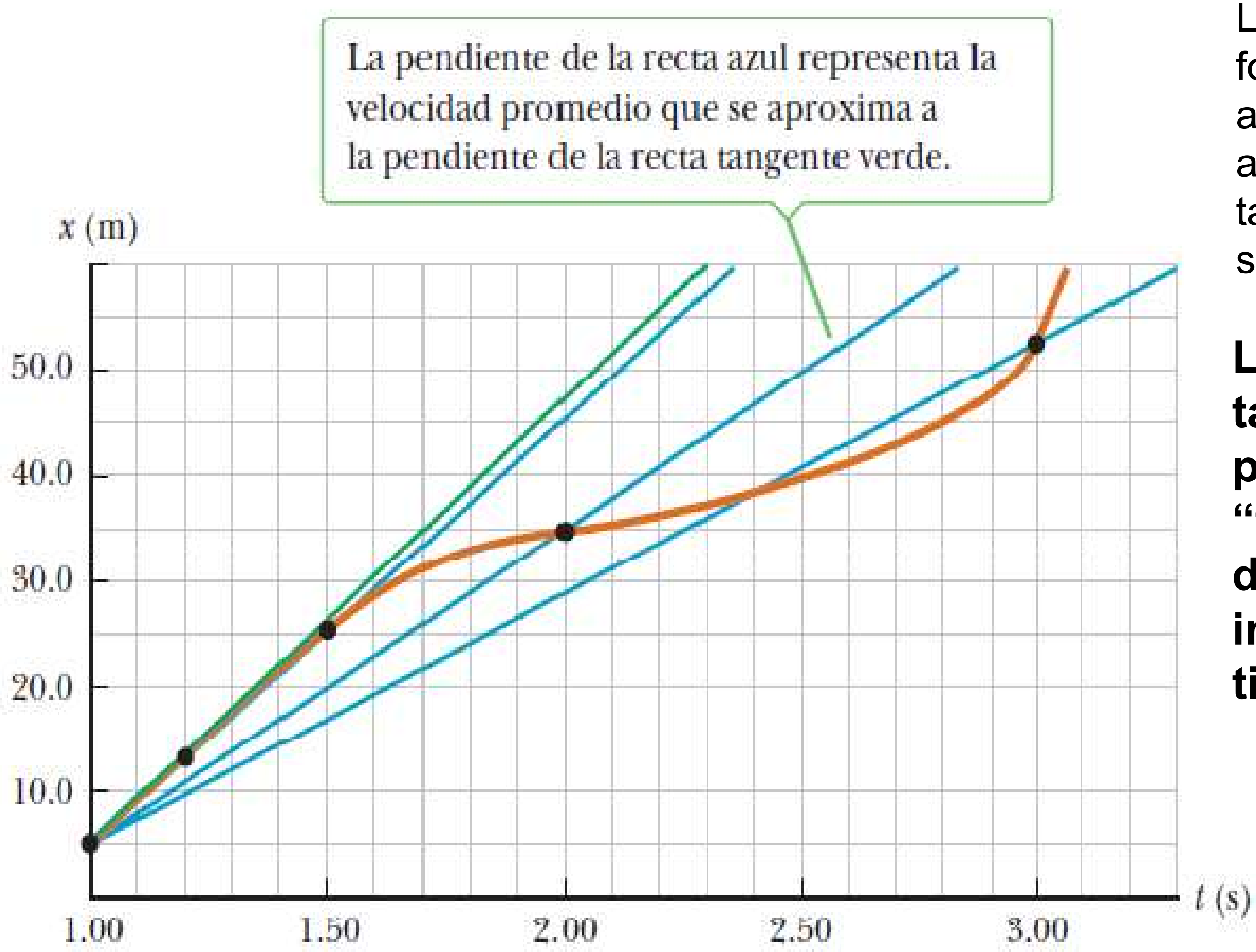
El intervalo de tiempo Δ*t* nunca llega a cero; pero *se aproxima* a cero.
En notación de cálculo, este límite se llama *derivada de x respecto a t, que se escribe dx/dt :*

$$v = \frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}$$

En física se acostumbra a escribir la derivada de una cierta variable respecto al tiempo, con la notación de colocar un punto sobre la variable.

Matemáticamente esto significa que **la velocidad instantánea es la derivada respecto al tiempo de la ley horaria *x*(*t*).**

Velocidad instantánea



La figura muestra las cuerdas formadas por las líneas azules gradualmente se aproximan a una recta tangente a medida que el Δt se hace más pequeño.

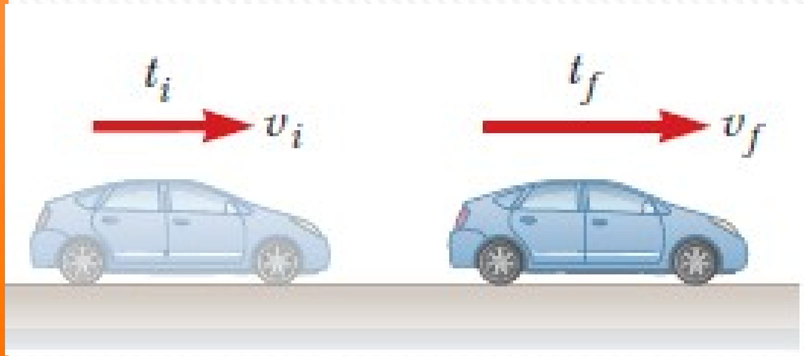
La pendiente de la recta tangente a la curva posición vs. tiempo en un "tiempo determinado" se define como la velocidad instantánea en ese tiempo.

La **rapidez instantánea** de un objeto, que es una cantidad escalar, se define como la **magnitud de la velocidad instantánea.**

Aceleración

Un móvil difícilmente viaja distancias considerables con velocidad constante.
El cambio de velocidad de un objeto al transcurrir el tiempo se le conoce como **aceleración**

Aceleración media



Un móvil se mueve a lo largo de una ruta recta, en el instante t_i *tiene una velocidad de* v_i *y en el momento* t_f *su velocidad es* v_f.
$\Delta v = v_f - v_i$ y, $\Delta t = t_f - t_i$
La **aceleración media** a_m durante el intervalo de tiempo Δt es el cambio en la velocidad Δv dividida entre Δt:

$$a_m \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Unidades SI: metros por segundo por segundo (m/s^2)

Para un movimiento rectilíno, el sentido de la velocidad de un objeto y el sentido de su aceleración se relacionan como sigue:

- si la velocidad y aceleración tienen el mismo sentido, la rapidez se incrementa con el tiempo (aumenta su magnitud).
- si la velocidad y la aceleración tienen sentidos opuestos, la rapidez disminuye con el tiempo (disminuye su magnitud).

Aceleración instantánea

Como la aceleración media puede variar en intervalos de tiempo diferentes, debemos definir la **aceleración instantánea**, en forma similar a la velocidad instantánea.

Aceleración instantánea (*a*) es el límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo Δt tiende a cero:

Usamos el término *aceleración* para referirnos a "aceleración instantánea".

$$a \equiv \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración instantánea es el límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero, este representa una derivada .

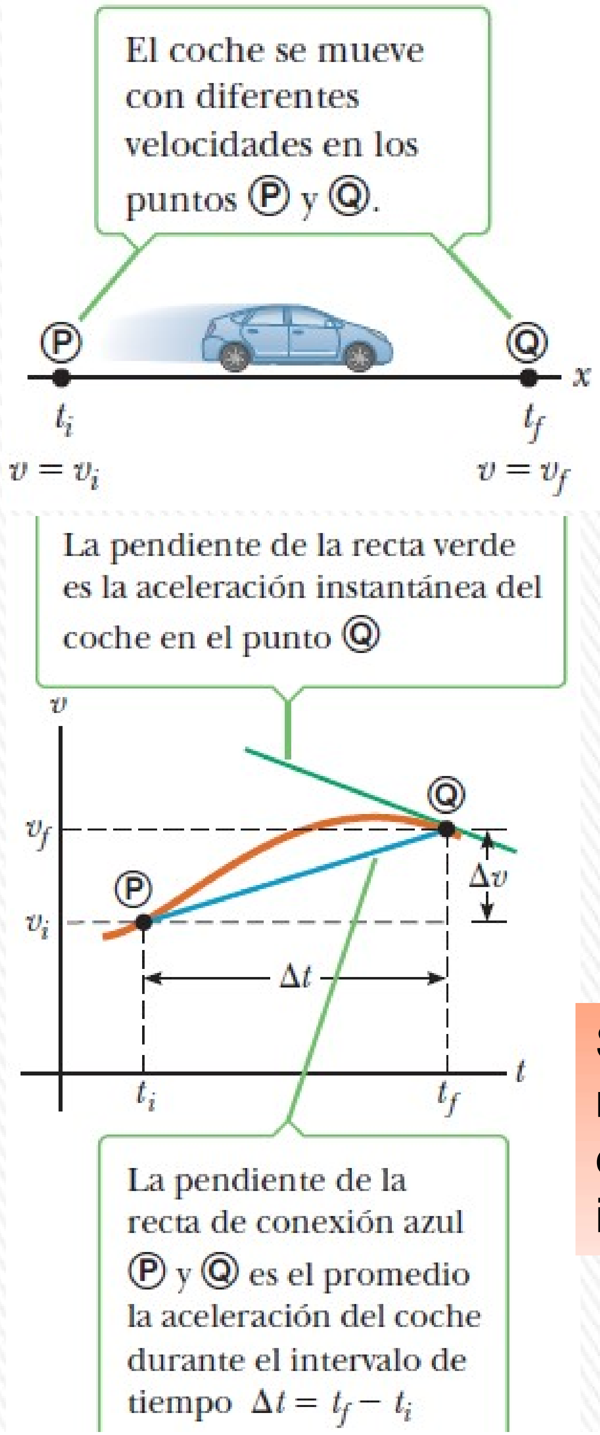
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Es decir que la aceleración instantánea es la derivada respecto al tiempo de la velocidad instantánea *v*(*t*).

Así como *v*(t) es la derivada de la ley horaria *x*(t) respecto al tiempo, la aceleración instantánea es la derivada de *v*(t) respecto al tiempo, entonces es la derivada segunda de *x* respecto a *t*

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

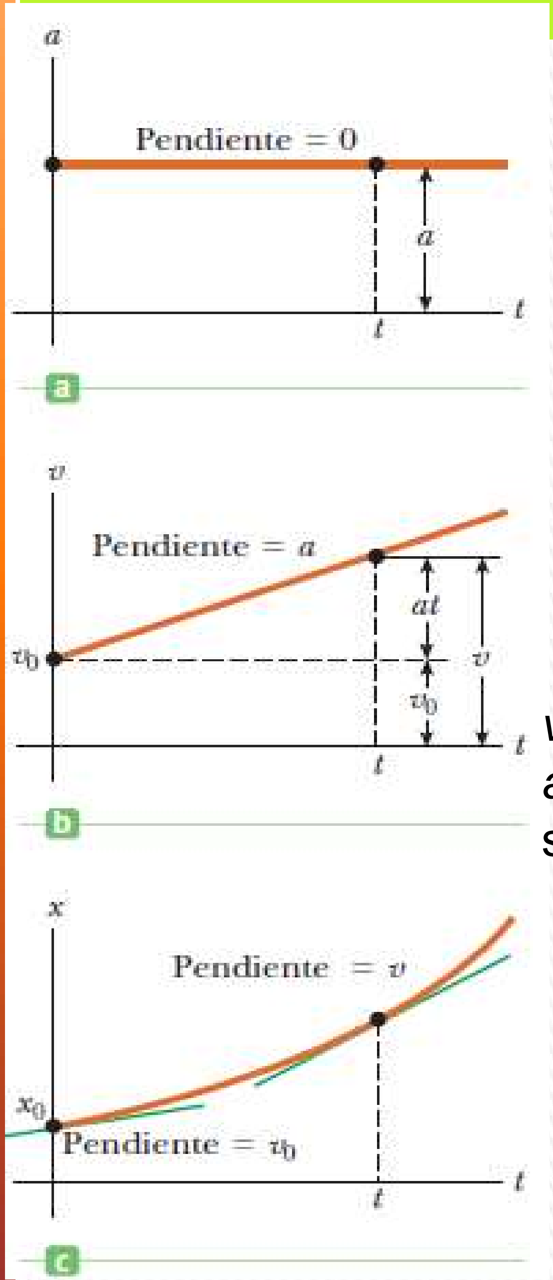
Aceleración instantánea



Gráfica de **velocidad vs. tiempo**, traza la velocidad de un objeto en términos del tiempo.
La **aceleración media** del móvil entre los tiempos t_i y t_f se puede hallar mediante la determinación de la pendiente de la recta que une los puntos P y Q.
Si pensamos que el punto P se acerca más y más al punto Q, la recta se aproxima cada vez más y se convierte en tangente en Q.
La **aceleración (instantánea) de un objeto en un tiempo determinado es igual a la pendiente de la recta tangente a la gráfica velocidad vs. tiempo en ese tiempo.**

Si la aceleración es constante en un movimiento rectilíneo, la gráfica velocidad *vs.* tiempo del movimiento es una línea recta y la aceleración instantánea es igual a su aceleración media.

Movimiento en una dimensión con aceleración constante



La gráfica de aceleración en función del tiempo para este caso se muestra en la figura a, y tenemos que la aceleración instantánea es igual a la aceleración media: $\mathbf{a = a_m}$

La gráfica de la velocidad (instantánea) *v* en términos de *t es* una línea recta con pendientes ya sea positiva, cero, o bien, negativa (figura b).

La velocidad *v*(*t*) para un instante cualquiera está dada por:

$$v = v_0 + at$$

v_0 es la velocidad inicial

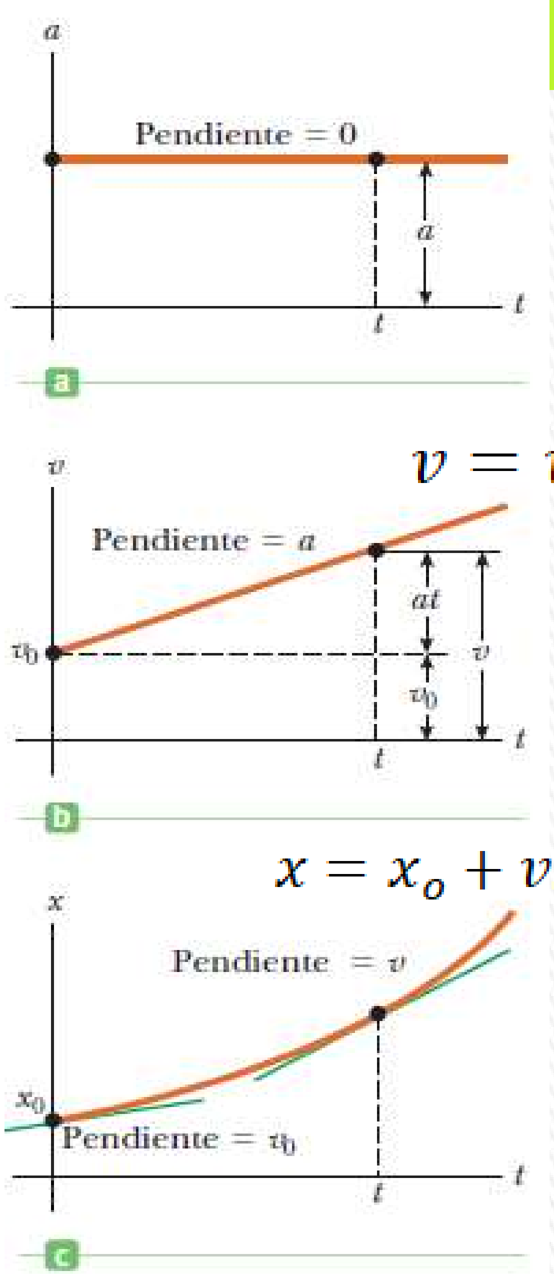
a es la aceleración, y puede ser positiva (si tiene el mismo sentido que v_0) negativa.

La posición para cualquier instante, *x(t)* está dada por:

$$x = x_0 + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

x_0 es la posición inicial, v_0 y *a*, la velocidad inicial y la aceleración respectivamente

Movimiento en una dimensión con aceleración constante



Otra expresión útil es poder expresar el desplazamiento *Δx* sin que aparezca explícitamente el tiempo, que reordenando se puede escribir como:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$v = v_0 + at$$

Veamos las representaciones gráficas de la aceleración, la velocidad y la posición en función del tiempo

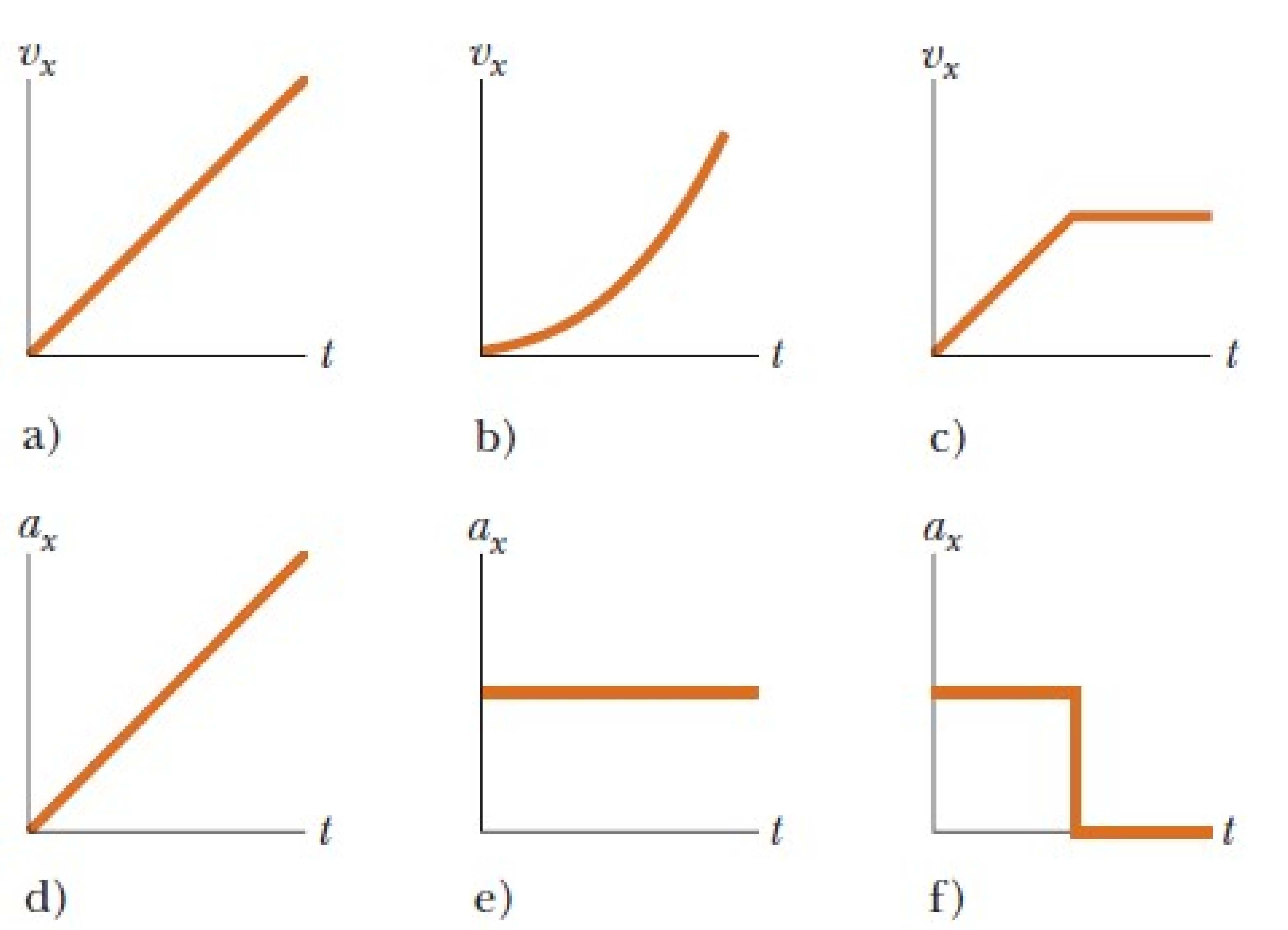
$$x = x_o + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Notar que el área bajo la recta de la figura b es igual al desplazamiento *Δx* en el intervalo considerado.
Este resultado es general.

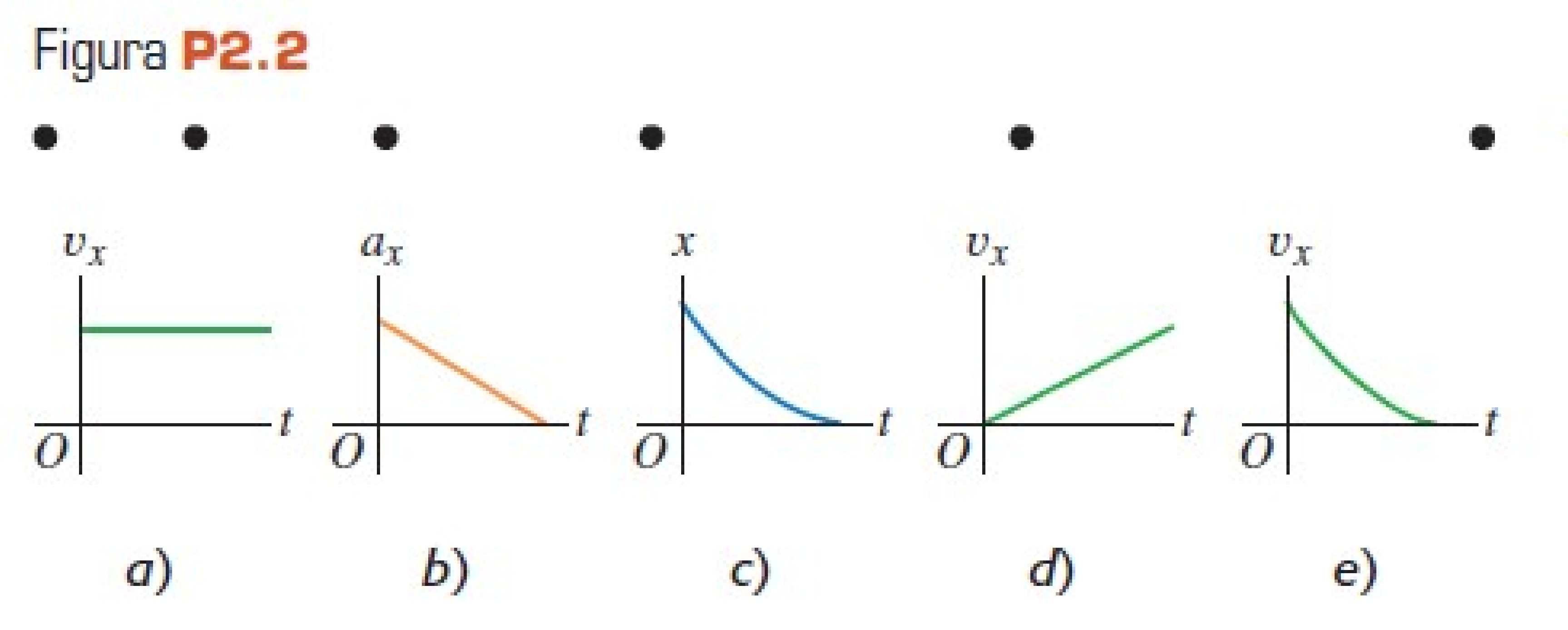
El área bajo la gráfica *v* en términos de *t* para cualquier objeto es igual al desplazamiento *Δx* del objeto.

PREGUNTA RÁPIDA

En la figura relacione cada gráfica v_x–*t de la parte superior* con la gráfica a_x–*t de la parte inferior que mejor describa el movimiento.*



PREGUNTA RÁPIDA

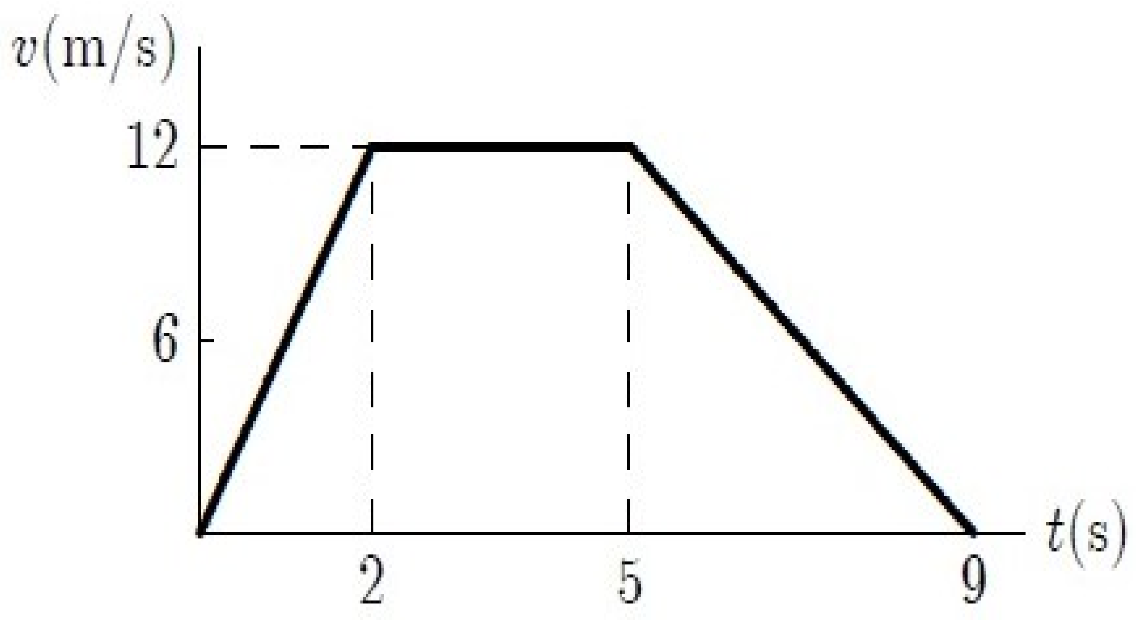


La parte superior del diagrama en la figura muestra una serie de fotografías de alta rapidez de un insecto que vuela en línea recta de izquierda a derecha (en la dirección +*x*). *Se supone que el intervalo de tiempo en que se toman las fotos es siempre el mismo.*
¿Cuál de las gráficas de la figura P2.2 es más probable que describa el movimiento del insecto?

Respuesta: d).

PREGUNTA RÁPIDA

Se representa el movimiento en línea recta de un móvil. ¿Cuánto recorre entre los 2 y 5 segundos?



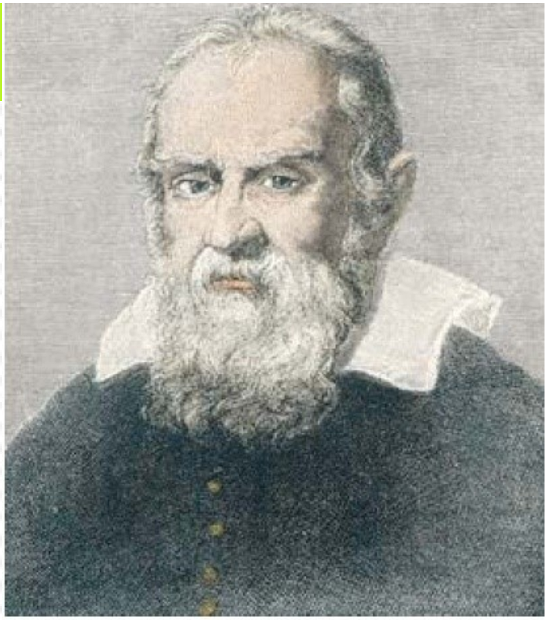
1. 12 m.
2. 36 m.
3. 60 m.
4. Ninguna de las otras respuestas es correcta.

Respuesta correcta:
2) 36 m.

OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

Si despreciamos la resistencia del aire, podemos considerar que todos los objetos caen bajo la influencia de la gravedad a la superficie de la Tierra con la misma aceleración constante.

Según la tradición, Galileo descubrió la **ley de caída libre** de objetos al observar que dos pesas diferentes se dejaban caer de manera simultánea desde la Torre inclinada de Pisa golpeando la superficie de la Tierra aproximadamente en el mismo tiempo.

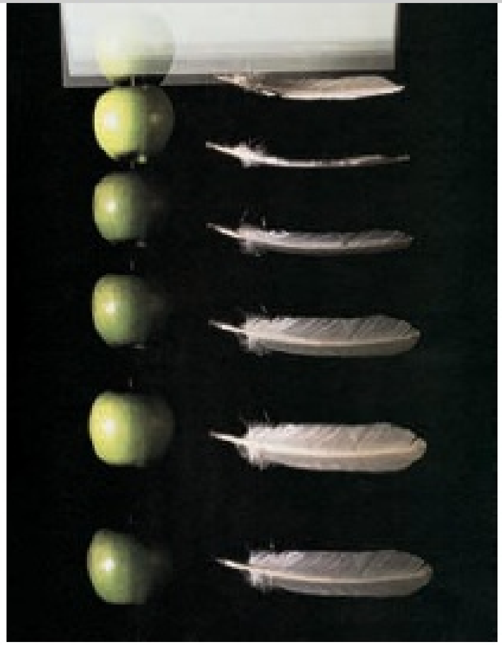


Galileo Galilei
Físico y astrónomo italiano
(1564-1642)

Caída libre caso idealizado de movimiento donde se omite la resistencia del aire y se supone aceleración constante.

Apolo XV: Martillo y pluma cayendo al mismo tiempo en la Luna:

https://www.youtube.com/watch?v=BNEI9wop1KM&ab_channel=Cibermitanios



En el vacío, la manzana y la pluma, liberadas simultáneamente desde el reposo, cae con idéntico movimiento

OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

Caída libre: movimiento bajo la influencia sólo de la gravedad, con una **aceleración** de magnitud igual a ***g.***

El valor de *g disminuye con el aumento de la altitud y también varía ligeramente con la latitud.* En la superficie de la Tierra, el valor de *g es aproximadamente 9,80 m/s*^{2}*.*

Si se pasa por alto la resistencia del aire y se supone que la aceleración en caída libre no varía con la altitud en una distancia vertical corta, entonces el movimiento de un objeto en caída libre es el mismo que el movimiento en una dimensión bajo aceleración constante.

Convencionalmente se define hacia "arriba" como el sentido de *y positiva,* y se usa a *y* como variable de posición*.*

En este caso sabemos que la aceleración g siempre va a estar dirigida hacia abajo

Por ejemplo, si consideramos que lanzamos un objeto desde una altura determinada (que designaremos con y_0,) hacia arriba con una velocidad inicial v_0 (que tiene por tanto sentido contrario a la aceleración g), la ecuación que me da la posición (la altura del objeto) en función del tiempo es:

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

En tanto que la velocidad estará dada por:

$$v = v_0 - gt$$

Ejemplo: lanzamiento de una piedra

Supongamos que lanzamos una piedra hacia arriba con una velocidad v_0.
Tomamos como origen el punto de lanzamiento., por lo que *y* $y_0 = 0$
Vamos a calcular el tiempo $t_{máx}$ *que le toma a la piedra* alcanzar su altura máxima y determinar una expresión para la altura máxima independiente del tiempo.
Las respuestas se expresan sólo en términos de las cantidades v_0, g.

En el punto donde alcanza la altura máxima, la velocidad en ese instante se vuelve cero:

$$v = 0 = v_0 - g t_{máx} \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_{máx} = \frac{v_0}{g}}$$

Tiempo que demora en alcanzar la altura máxima en un lanzamiento vertical

Ahora para calcular la altura máxima ($y_{máx}$) sustituyo este valor de $t_{máx}$:

$$y_{máx} = v_0 t_{máx} - \frac{1}{2} g t_{máx}{}^2 = v_0 \left(\frac{v_0}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2$$

$$y_{máx} = \left(\frac{v_0{}^2}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0{}^2}{g^2}\right) = \frac{v_0{}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_0{}^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_0{}^2}{g}$$

$$\boxed{y_{máx} = h_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}}$$

altura máxima que se alcanza en un lanzamiento vertical con velocidad inicial v_0

OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

1. El signo de g: Tener en cuenta que *g es un número positivo.* La aceleración gravitacional descendente se indica explícitamente al establecer la aceleración como $a_y = -g$.

2. Aceleración en lo alto del movimiento:
Un error común es considerar que la aceleración de un proyectil en lo alto de su trayectoria es cero.
Aunque la velocidad en lo alto del movimiento de un objeto que se lanza hacia arriba, momentáneamente se hace cero, *la aceleración todavía corresponde a la gravedad en este punto.*
Si la velocidad y la aceleración fuesen cero, el proyectil permanecería en lo alto.

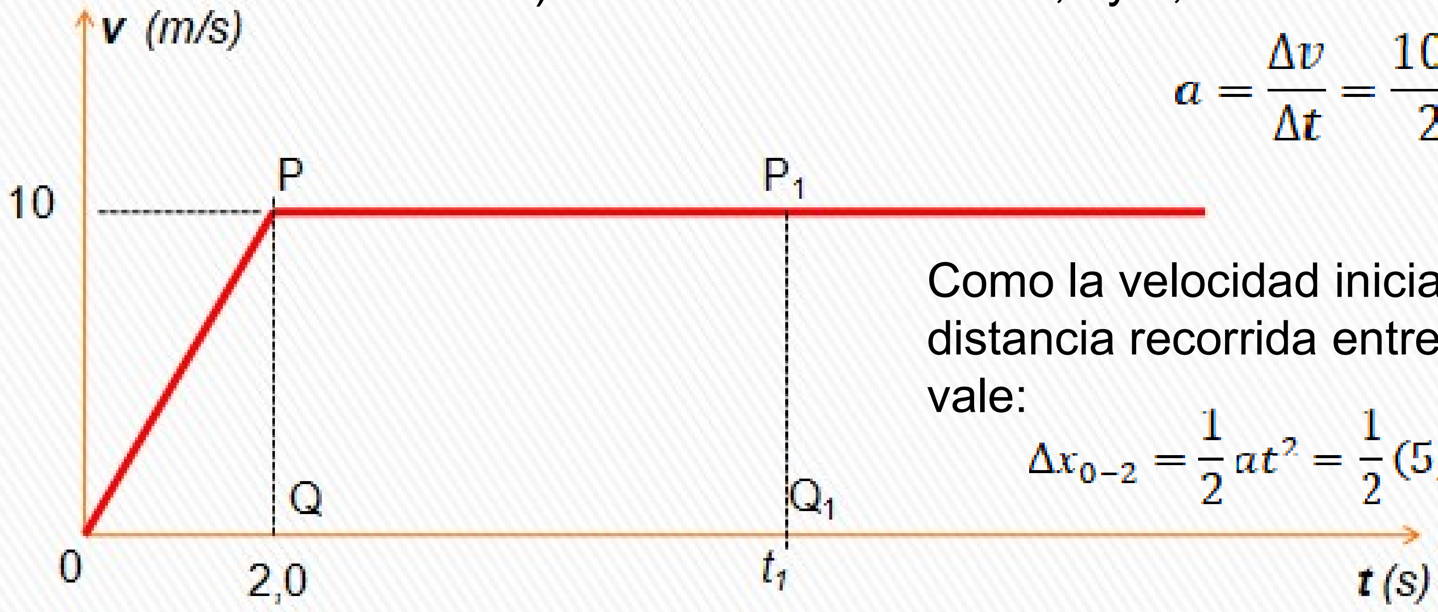
Fotografía con múltiples destellos de una pelota en caída libre.

Ejemplo: Ejercicio 2.2

Un velocista promedio puede mantener una aceleración máxima durante 2,0 s cuando su rapidez máxima es de 10 m/s. Después de alcanzar su rapidez máxima, su aceleración es igual a cero y entonces avanza a rapidez constante.
Suponga que la aceleración es constante durante los primeros 2,0 s del recorrido, que parte del reposo y en línea recta.
a) ¿Qué distancia ha recorrido el velocista cuando alcanza su máxima rapidez?
b) ¿Cuál es la magnitud de su velocidad media en el recorrido de las siguientes longitudes: i) 50 m; ii) 100 m y ii) 200 m?

a) La aceleración entre 0,0 y 2,0 s es constante:

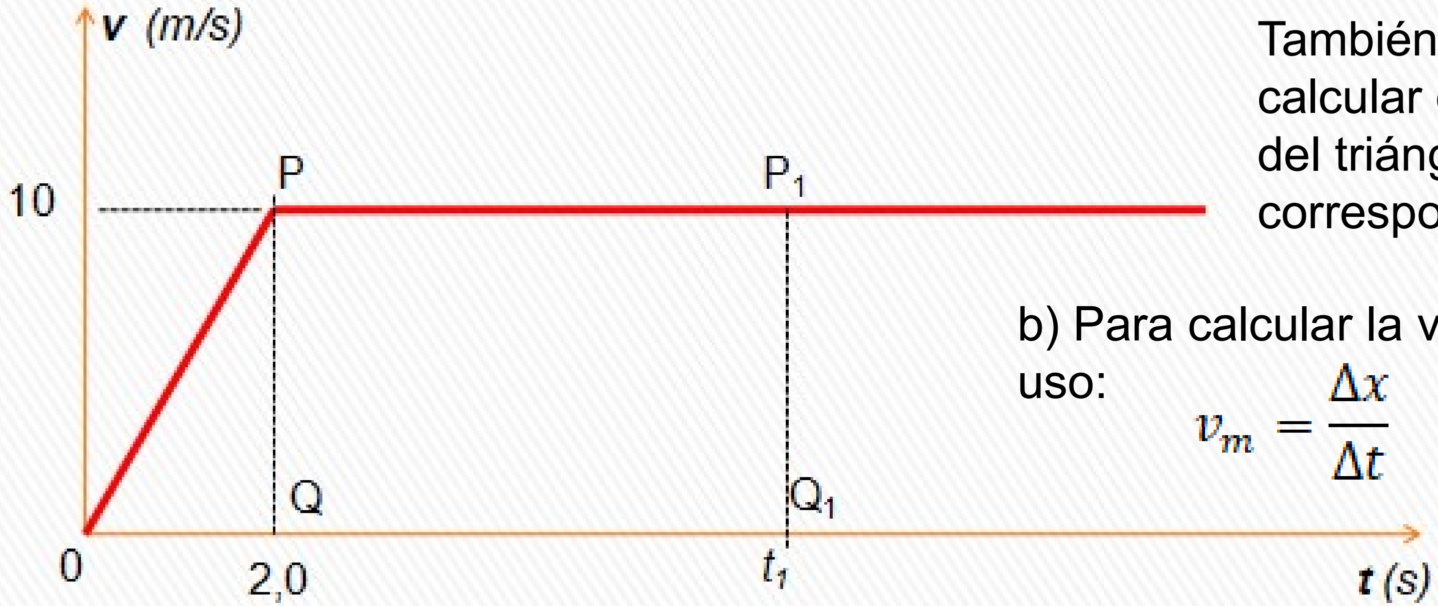
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\ m/s}{2,0\ s} = 5,0\ m/s^2$$



Como la velocidad inicial es nula, la distancia recorrida entre 0,0 y 2,0 s vale:

$$\Delta x_{0-2} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2}(5,0)(2,0)^2 = 10\ m$$

Ejemplo: Ejercicio 2.2



También se podía calcular como el área del triángulo 0PQ, que corresponde a 10 m

b) Para calcular la velocidad media uso:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Por lo tanto debo conocer los intervalos de tiempo en los que se producen los distintos desplazamientos.

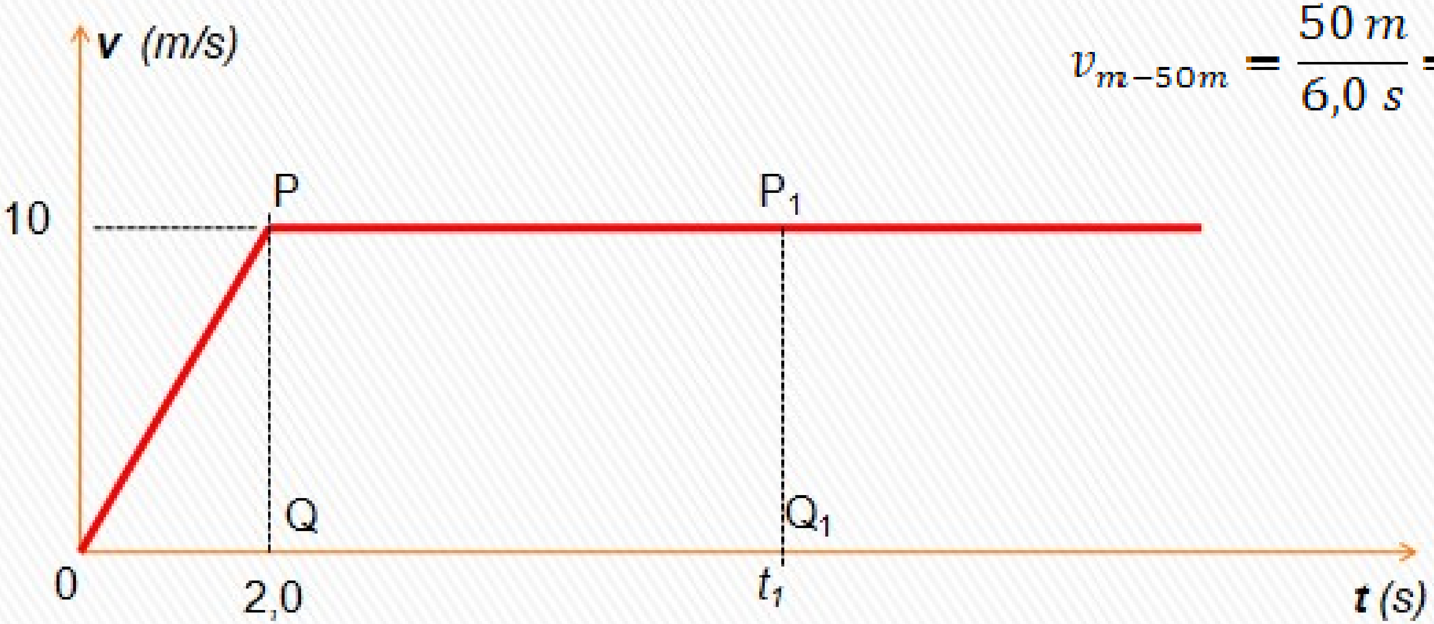
Para determinarlos, voy a usar el hecho de que el desplazamiento es igual al área bajo la curva v(t).

Si el área del triángulo OPQ vale 10 m, para un desplazamiento de 50 m, entonces el área del rectángulo PP_1Q_1Q debe valer 40 m, y se tiene que cuando la velocidad es constante, recorre 10 m eb cada segundo… por tanto , la base del rectángulo debe valer 4,0 s con lo que t_1= 6,0 s.

$$v_{m-50m} = \frac{50\ m}{6{,}0\ s} = 8{,}3\ m/s$$

Ejemplo: Ejercicio 2.2

$$v_{m-50m} = \frac{50\,m}{6{,}0\ s} = 8{,}3\,m/s$$



P $\qquad\qquad\qquad$ P_1

El desplazamiento de los 100 m, se va a producir 9,0 segundos después de alcanzar la rapidez máxima (pues debe recorres 90 m):

$$v_{m-100m} = \frac{100\,m}{11\,s} = 9{,}1\,m/s$$

$$v_{m-200m} = \frac{200\,m}{21\,s} = 9{,}5\,m/s$$