05 –VECTORES Y MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Repaso clase pasada

Marco de referencia: eje x, origen, dirección y sentido positivo.

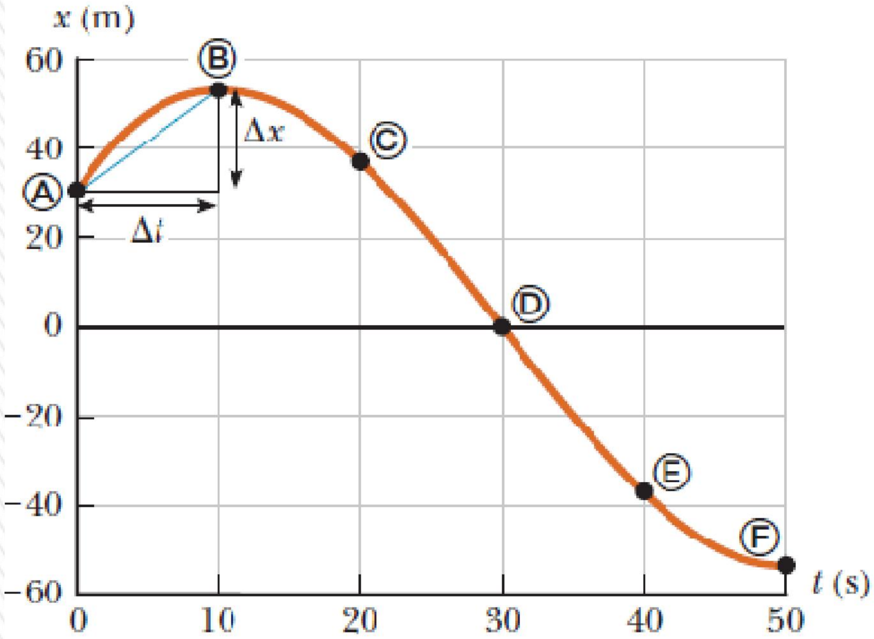
Posición: función ley horaria x(t)

Desplazamiento Δx: *cambio de posición: y está dado por* $\Delta x = x_f - x_i$

Distancia *longitud total del trayecto* recorrido al moverse desde x_i a x_f.

Rapidez media:

$$rapidez\ media = \frac{distancia\ total}{tiempo\ total}$$



Velocidad media cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo Δt en el que se realiza el mismo:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_F - x_I}{t_F - t_I}$$

Velocidad instantánea *v* *es* la velocidad media cuando el intervalo de tiempo Δt se hace muy pequeño (estrictamente es prácticamente nulo).

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Rapidez instantánea: cantidad escalar, magnitud de la velocidad instantánea.

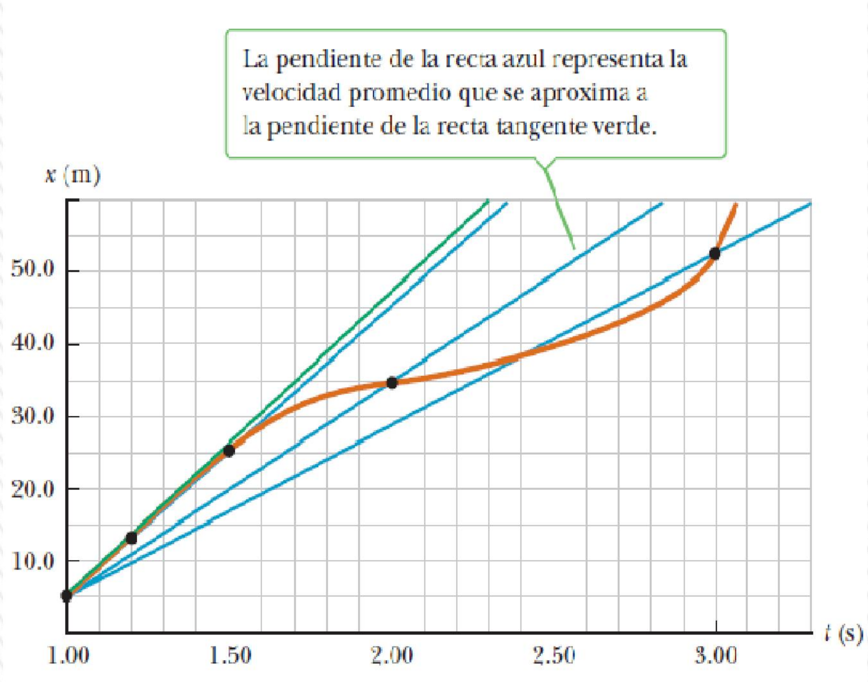
Repaso clase pasada

Aceleración Es el cambio de velocidad de un objeto al transcurrir el tiempo.
Aceleración media a_m durante el intervalo de tiempo Δt es el cambio en la velocidad Δv dividida entre Δt:

$$a_m \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

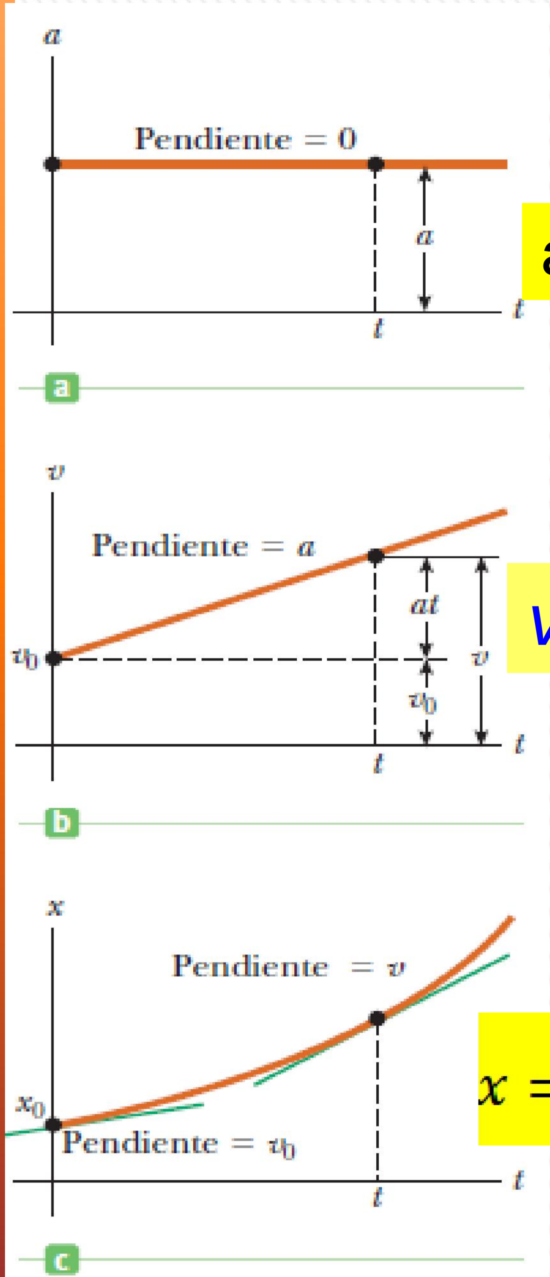
Aceleración instantánea a es el límite de la aceleración media conforme el intervalo de tiempo Δt tiende a cero:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$



Repaso clase pasada

Movimiento en una dimensión con aceleración constante



$a = a_m$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$v = v_0 + at$

El área bajo la gráfica *v* en términos de *t* para cualquier objeto es igual al desplazamiento *Δx* del objeto.

$$x = x_0 + v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

Repaso clase pasada

Caída libre: movimiento bajo la influencia sólo de la gravedad, con una **aceleración** de magnitud igual a ***g.***
El valor de *g disminuye con el aumento de la altitud y también varía ligeramente con la latitud.* En la superficie de la Tierra, el valor de *g es aproximadamente 9,80 m/s*^{2}.
Si se pasa por alto la resistencia del aire y se supone que la aceleración en caída libre no varía con la altitud en una distancia vertical corta, entonces el movimiento de un objeto en caída libre es el mismo que el movimiento en una dimensión bajo aceleración constante.

Lanzamiento hacia arriba con velocidad inicial v_0

$$v = v_0 - gt$$

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Tiempo que demora en alcanzar la altura máxima en un lanzamiento vertical

$$\Longrightarrow \quad t_{máx} = \frac{v_0}{g}$$

Altura máxima (medida a partir de y_0) que se alcanza en un lanzamiento vertical con velocidad inicial v_0

$$y_{máx} = h_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Lanzamiento desde altura H con velocidad inicial $v_0 = 0$

Tiempo que demora en alcanzar el piso (y = 0):

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Velocidad con que llega al piso:

$$v = \sqrt{2Hg}$$

Ejemplo: Ejercicio 2.2

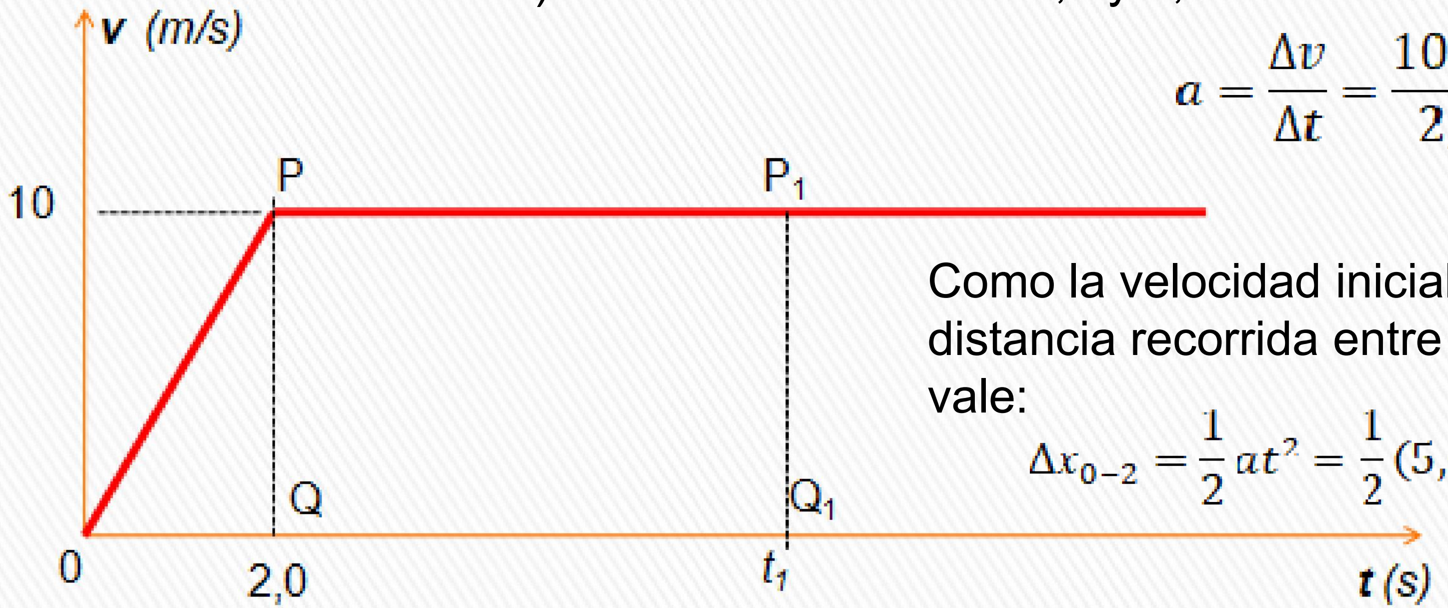
Un velocista promedio puede mantener una aceleración máxima durante 2,0 s cuando su rapidez máxima es de 10 m/s. Después de alcanzar su rapidez máxima, su aceleración es igual a cero y entonces avanza a rapidez constante. Suponga que la aceleración es constante durante los primeros 2,0 s del recorrido, que parte del reposo y en línea recta.

a) ¿Qué distancia ha recorrido el velocista cuando alcanza su máxima rapidez?

b) ¿Cuál es la magnitud de su velocidad media en el recorrido de las siguientes longitudes: i) 50 m; ii) 100 m y ii) 200 m?

a) La aceleración entre 0,0 y 2,0 s es constante:

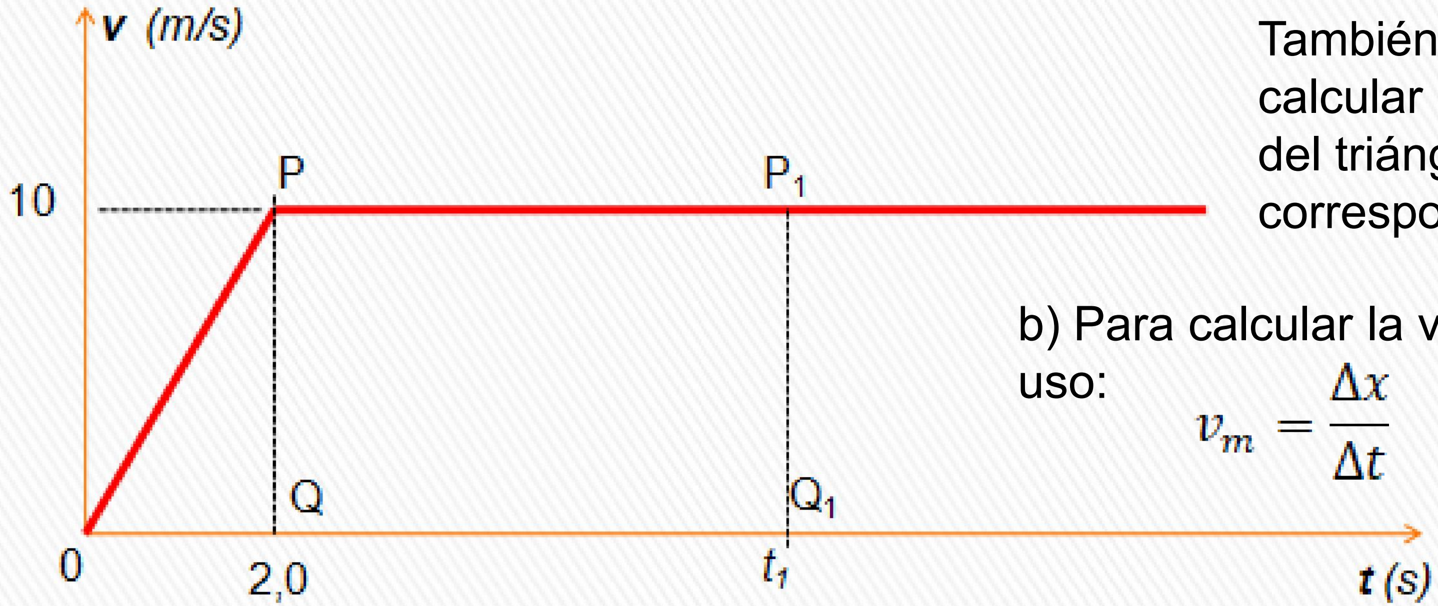
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\ m/s}{2,0\ s} = 5,0\ m/s^2$$



Como la velocidad inicial es nula, la distancia recorrida entre 0,0 y 2,0 s vale:

$$\Delta x_{0-2} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(5,0)(2,0)^2 = 10\ m$$

Ejemplo: Ejercicio 2.3



También se podía calcular como el área del triángulo 0PQ, que corresponde a 10 m

b) Para calcular la velocidad media uso:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

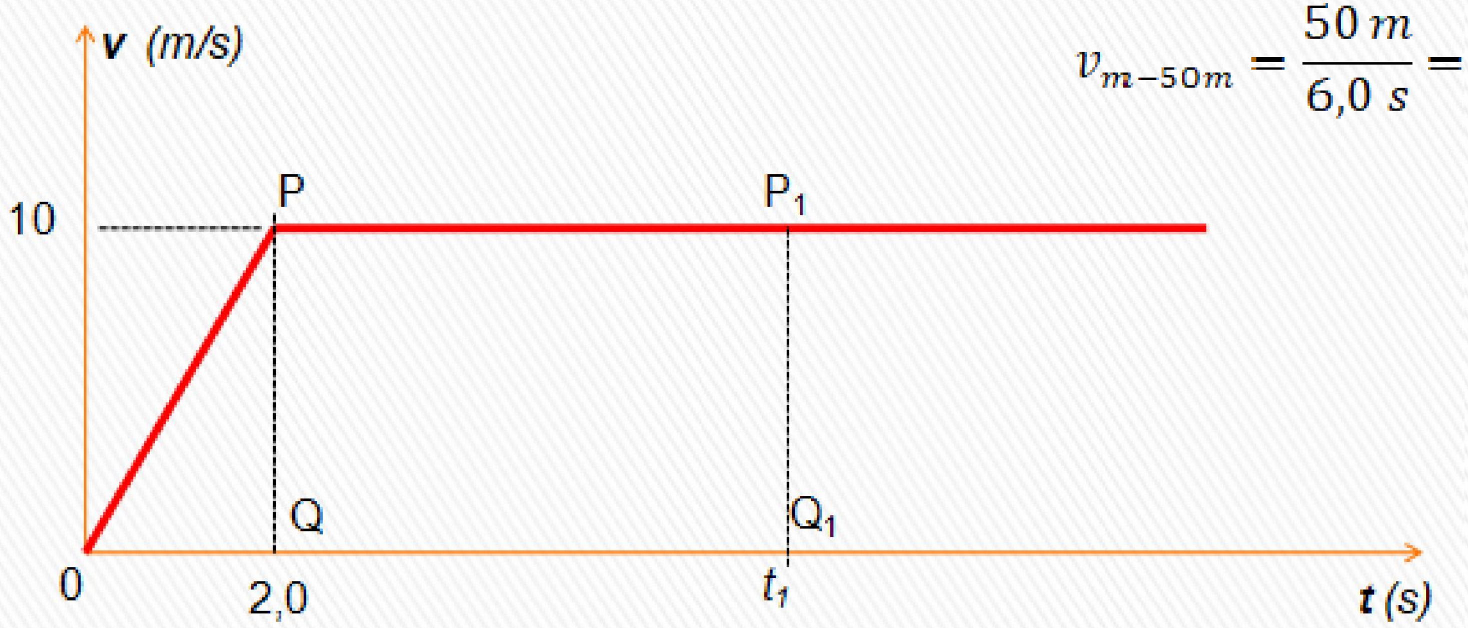
Por lo tanto debo conocer los intervalos de tiempo en los que se producen los distintos desplazamientos.

Para determinarlos, voy a usar el hecho de que el desplazamiento es igual al área bajo la curva v(t).

Si el área del triángulo OPQ vale 10 m, para un desplazamiento de 50 m, entonces el área del rectángulo PP_1Q_1Q debe valer 40 m, y se tiene que cuando la velocidad es constante, recorre 10 m eb cada segundo… por tanto , la base del rectángulo debe valer 4,0 s con lo que t_1= 6,0 s.

$$v_{m-50m} = \frac{50\ m}{6{,}0\ s} = 8{,}3\ m/s$$

Ejemplo: Ejercicio 2.2



$$v_{m-50m} = \frac{50\,m}{6{,}0\ s} = 8{,}3\,m/s$$

P P1

El desplazamiento de los 100 m, se va a producir 9,0 segundos después de alcanzar la rapidez máxima (pues debe recorres 90 m):

$$v_{m-100m} = \frac{100\,m}{11\,s} = 9{,}1\,m/s$$

$$v_{m-200m} = \frac{200\,m}{21\,s} = 9{,}5\,m/s$$

SALTO VERTICAL

Podemos usar las expresiones con aceleración constante para analizar los saltos verticales.

Según vimos anteriormente: $$y_{máx} = h_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Ppara alcanzar una determinada altura máxima $h_{máx}$, se debe partir con una velocidad inicial dada por: $$v_o = \sqrt{2h_{máx}g}$$

A esta velocidad la llamaremos **velocidad de despegue (v_d)**

Para llegar a despegar con esta velocidad, un animal tiene que flexionar sus patas y luego extenderlas imprimiendo un movimiento que suponemos como uniformemente acelerado hacia arriba durante el tiempo que dura la extensión.

La longitud a lo largo de la cual el movimiento se acelera hasta llegar a la velocidad de despegue es del orden de magnitud de la longitud de las patas L. Calculemos la aceleración que necesita para llegar a dicha velocidad.

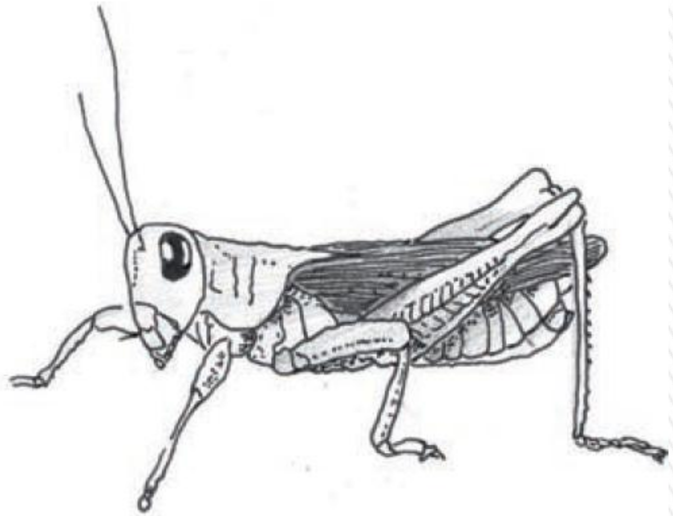
Suponemos que parte del reposo y llega a la velocidad a la v_d con una aceleración constante (o media) *a*: $v_d = a.t$ por lo tanto: $t = \frac{v_d}{a}$

En ese tiempo se recorre una distancia *L*: $$L = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v_d}{a}\right)^2 = \frac{v_d^2}{2a}$$

Por lo tanto la aceleración que requiere vale: $$\boxed{a = \frac{v_d^2}{2L}}$$

Ejercicio 2.12

Al hacer un salto vertical, un saltamontes extiende sus patas 2,5 cm en 0,025 s.
a) Cuál es la aceleración del saltamotes mientras extiende sus patas?
b) ¿Cuál es la velocidad del saltamontes cuando parte del suelo, o sea, en el instante en que sus patas están completamente extendidas?
c) ¿A qué altura se eleva el saltamontes?



Mientras salta, se produce la aceleración desde v_0=0 hasta su velocidad de despegue v_d, esto se realiza mientras extiernde sus patas, es decir mientras recorre una distancia d=2,5 cm en t = 0,025 seg.

$$d = \frac{1}{2}at^2 \qquad a = \frac{2d}{t^2} = \frac{2(0{,}025\ m)}{(0{,}025\ s)^2} = 80{,}00\ m/s^2$$

a = 80 m/s² ≈ 8g

v_d= a.t = (80,00 m/s²) (0,025 s) = 2,0 m/s

v_d = 2,0 m/s

Para hallar la altura máxima puedo usar la expresión vista anteriormente:

$$h_{máx} = \frac{v_d^2}{2g} = \frac{(2{,}0\ m/s)^2}{2(9{,}8\ m/s^2)} = 0{,}2041\ m$$

$h_{máx}$ = 20 cm

SALTO VERTICAL en los animales

Para **animales isométricos** **(que tienen la misma forma aunque sean de distinto tamaño), la velocidad de despegue es aproximadamente la misma y, por lo tanto, despreciando el rozamiento llegarían a la misma altura** (lo veremos más adelante cuando tratemos energía).

Un pequeño canguro de 30 *cm de altura puede llegar a saltar 2* metros, lo mismo que un canguro de más de 1,5 metros de altura.

Animales de proporciones distintas pueden alcanzar velocidades de despegue distintas, pero su rango de variación no es muy grande.

Valores para salto en el vacío

Magnitud	Pulga	Escar. de resorte	Saltamontes	Rana	Gálago	Persona
Masa	0,5 mg	40 mg	0,44 g	10 g	200 g	70 kg
Altura de salto	25 cm	33 cm	45 cm	40 cm	220 cm	60 cm
Distancia de aceleración	0,075 cm	0,077 cm	3 cm	4 cm	30 cm	50 cm
Velocidad de despegue	2,2 m/s	2,5 m/s	3,0 m/s	2,8 m/s	6,6 m/s	3,4 m/s
Tiempo de despegue	0,0007 s	0,0006 s	0,02 s	0,03 s	0,09 s	0,29 s
Aceleración	3.200 m/s^2	4.200 m/s^2	150 m/s^2	98 m/s^2	72 m/s^2	12 m/s^2
Ac. en términos de g	330 g	429 g	15 g	10 g	7 g	1,2 g

SALTO VERTICAL en los animales

Los valores anteriores son para saltos en el vacío, los reales son bastante menores en los animales más pequeños debido al rozamiento con el aire.
Notar las enormes aceleraciones que alcanzan los animales más pequeños (cerca de 500 g, *límite aproximado de resistencia a la destrucción de los* tejidos blandos y órganos internos) para llegar, a lo largo de una diminuta longitud de aceleración, hasta velocidades de despegue de entre 2 *m/s y 3 m/s.*
En los humanos, aceleraciones del orden o superiores a 10 *g producen ya daños* irreversibles.
Mayor aceleración de despegue: **escarabajos de resorte y cigarra espumadora**.
Escarabajo de resorte (*Elateridae*): *cuando se encuentra en posición invertida, con abdomen hacia* arriba, curva el dorso y activa un mecanismo de recuperación elástica que permite a algunos de ellos, como los del género *Athous, saltar* hasta 30 *cm en aire desarrollando aceleraciones de despegue de más de* 400 *g.*
Cigarra espumadora (Philaenus spumarius)*:con una* longitud de unos 6 *mm es capaz de elevarse a alturas de 40 cm a 70 cm,* generando en la fase de impulso aceleraciones del orden de unos 400 *g.*
En los animales saltadores más pequeños ha surgido evolutivamente un procedimiento para darse impulso distinto a la contracción muscular directa: es un mecanismo tipo catapulta que acumula energía de contracción de los músculos en un dispositivo que actúa como un resorte y que, cuando se suelta, dispara al animal hacia arriba.

SALTO VERTICAL en los animales

Videos de salto de escarabajo de resorte (*Elateridae):*

https://www.youtube.com/watch?v=I9TWo7cJA6Q&ab_channel=ScienceGal

https://www.youtube.com/watch?v=2rQ8tRK2Y5w&ab_channel=AntLab

Video de salto *cigarra espumadora (Philaenus spumarius):*

https://www.youtube.com/watch?v=XaViqneTq_E&ab_channel=ScienceVio

SALTO VERTICAL en los animales

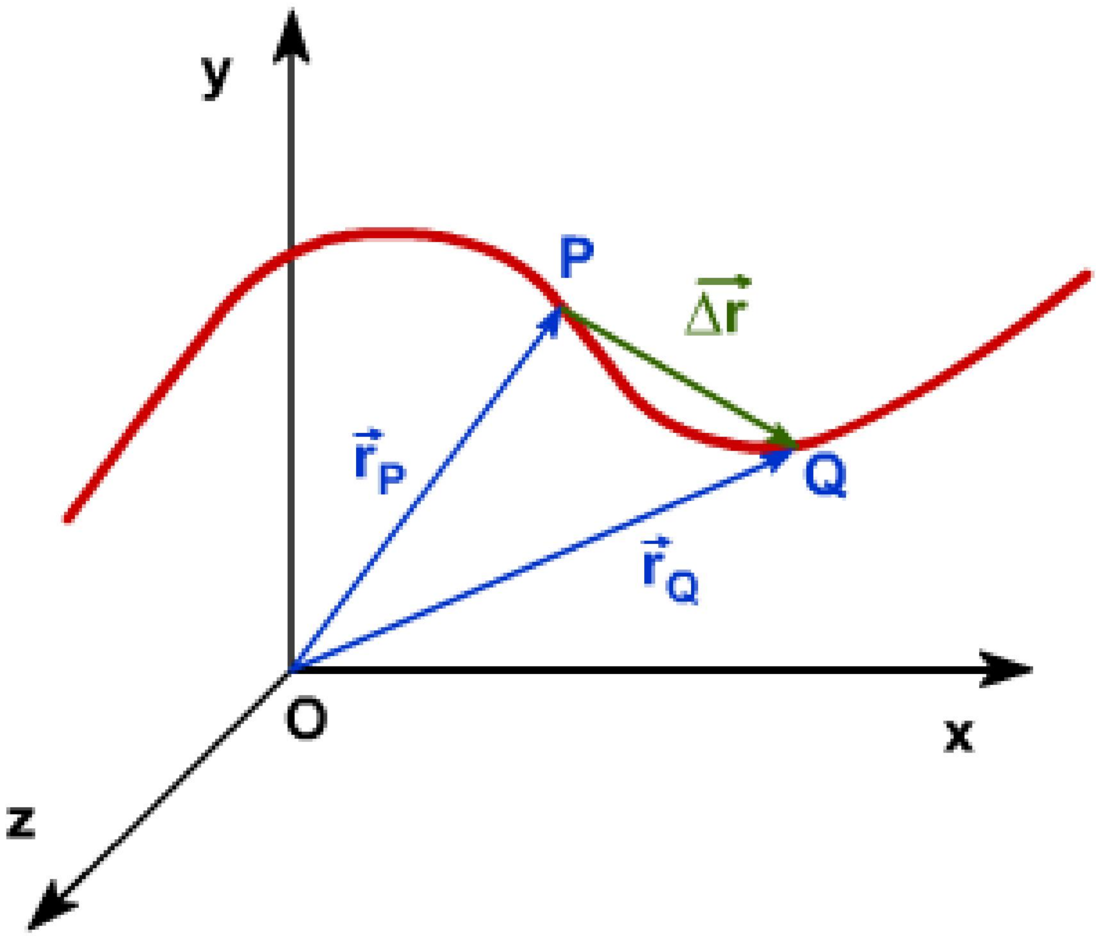
Similar a un arquero que flexiona el arco usando su fuerza muscular durante un cierto intervalo de tiempo y luego éste recupera su forma original, en un tiempo mucho menor, impulsando la flecha con una velocidad que no podría nunca ser alcanzada mediante la acción directa del brazo.

Los pequeños animales utilizan un mecanismo con **resilina**, una proteína con propiedades elásticas parecidas a las del caucho, capaz de almacenar energía elástica en volúmenes diminutos, con propiedades elásticas superiores a las de los mejores cauchos sintéticos, pudiéndose alargar hasta varias veces su longitud en reposo de forma reversible, sin deformaciones permanentes.

Los animales más grandes, incluidos todos los mamíferos, adquieren la aceleración necesaria para despegar mediante la acción simple de los músculos de las piernas.

El **gálago** *un primate* saltador de pequeño tamaño, *o los* ***canguros***, alcanzan una altura superior a la del resto de los animales, debido a que su configuración corporal es tal que los músculos activados al saltar suponen una fracción de la masa total del cuerpo muy superior a lo habitual en el resto de los animales.

06- Vectores



1. Sistemas de coordenadas.
2. Cantidades o magnitudes escalares y vectoriales
3. Suma y resta vectores gráficamente.
4. Componentes de un vector y cómo se utilizan para realizar cálculos.
5. Vectores unitarios o versores y cómo se utilizan con las componentes para describir vectores.

SISTEMAS DE COORDENADAS

Localizar un punto en una recta: necesito una sola coordenada, en un plano necesito dos coordenadas y en el espacio tres coordenadas.

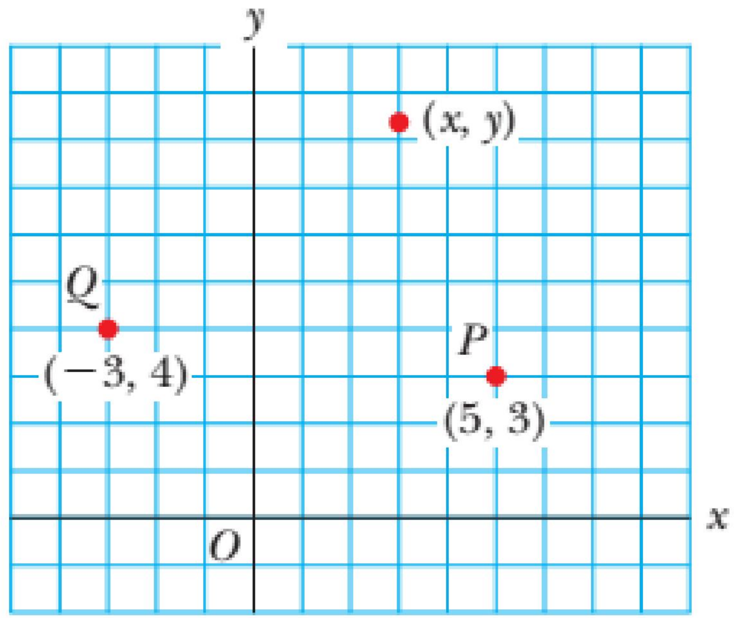
Un sistema coordenado que se utiliza para especificar la ubicación en el espacio consiste en lo siguiente:

■ Un punto de referencia fijo *O, conocido como origen*

■ Un conjunto de ejes específicos o direcciones, con una escala apropiada y etiquetas en los ejes

■ Instrucciones de señalamiento de un punto en el espacio con respecto al origen y a los ejes,

Un sistema coordenado conveniente y usado es el **sistema cartesiano de coordenadas**, **algunas veces denominado** **sistema coordenado rectangular.**



Sistema en dos dimensiones: etiqueto un punto arbitrario con las coordenadas (*x, y).*
Punto P tiene coordenadas (5, 3).
Si inicio en el origen *O, alcanzo a P moviéndome 5 m horizontalmente hacia la derecha y* 3 m en dirección vertical hacia arriba.

VECTORES Y SUS PROPIEDADES

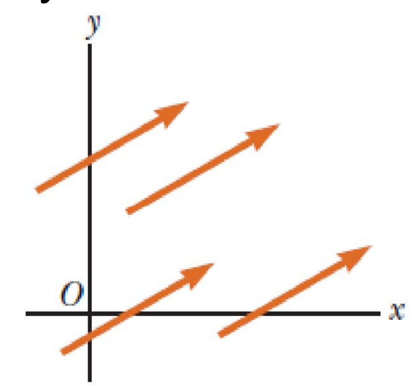
Escribo un vector con una flecha o barra sobre la letra y en negrita. $\overline{\mathbf{A}}$

$$A = |\overline{\mathbf{A}}|$$

Magnitud o **módulo de un vector** es un número que coincide con la "longitud" del vector en la representación gráfica (distancia euclideana). Se representa en cursiva sin la barra.

Igualdad de vectores: deben tener la misma magnitud, dirección y sentido. Esto permite trasladar un vector paralelo a sí mismo.

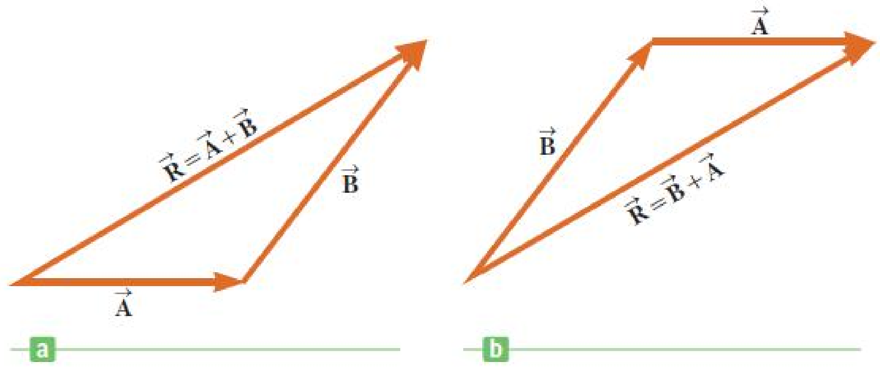
Los cuatro vectores son iguales porque tienen longitudes iguales y apuntan en la misma dirección y sentido.



Suma de vectores Cuando dos o más vectores se suman, todos deben tener las mismas unidades: no tiene sentido sumar un vector velocidad (m/s) a un vector de desplazamiento (m).
Los escalares obedecen las mismas reglas: no tiene sentido sumar temperaturas a volúmenes o masas a intervalos de tiempo.

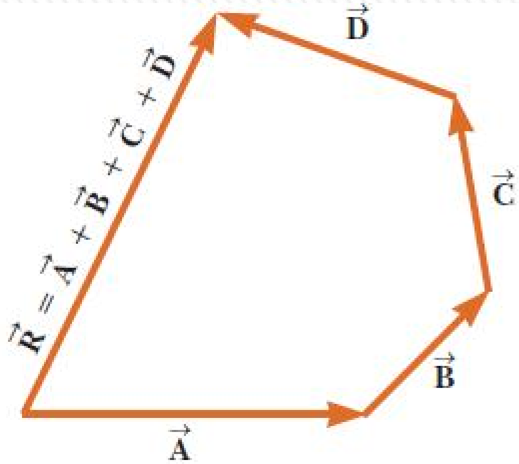
VECTORES Y SUS PROPIEDADES

Suma geométrica: para sumar el vector **B** al vector **A**, dibujo **A** con alguna escala (1cm : 1N) y luego dibujo el vector **B** a la misma escala con el extremo inicial en la punta de **A. A.**
El vector **B d**ebe dibujarse a lo largo de la dirección que hace el ángulo adecuado con respecto al vector.



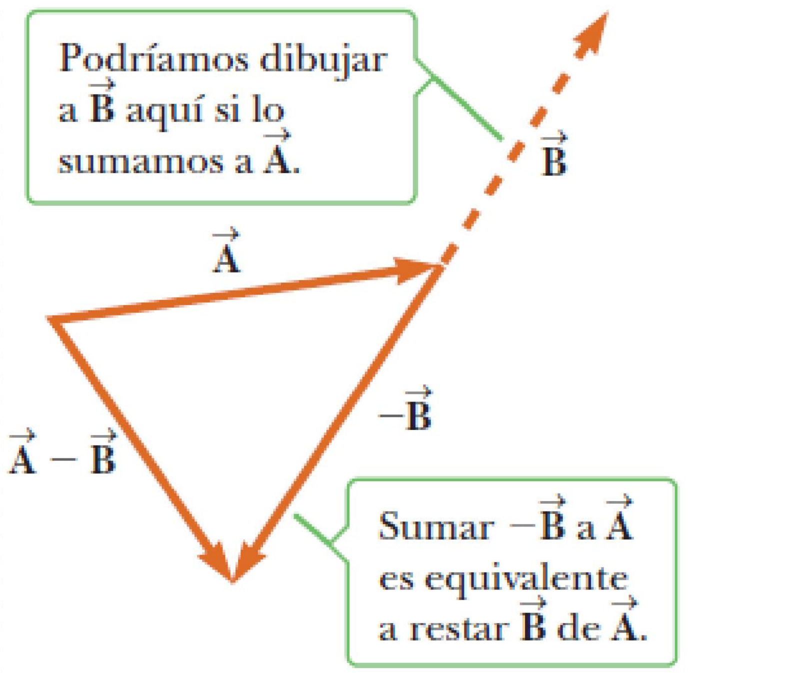
El **vector resultante R= A + B** es el vector que se dibuja desde el extremo inicial de **A** hacia el extremo final de **B.**
Este procedimiento se conoce como el **método del triángulo de la suma.**
Ley conmutativa de la suma: Cuando dos vectores se suman, su adición es independiente del orden: **A+B = B+A**. |

Se puede generalizar para sumar más de dos vectores.
El vector suma resultante **R**=**A**+**B**+**C**+**D** es el vector que se dibuja desde el extremo inicial del primer vector hacia el extremo final del último.
El orden en el cual los vectores se sumen no importa.



VECTORES Y SUS PROPIEDADES

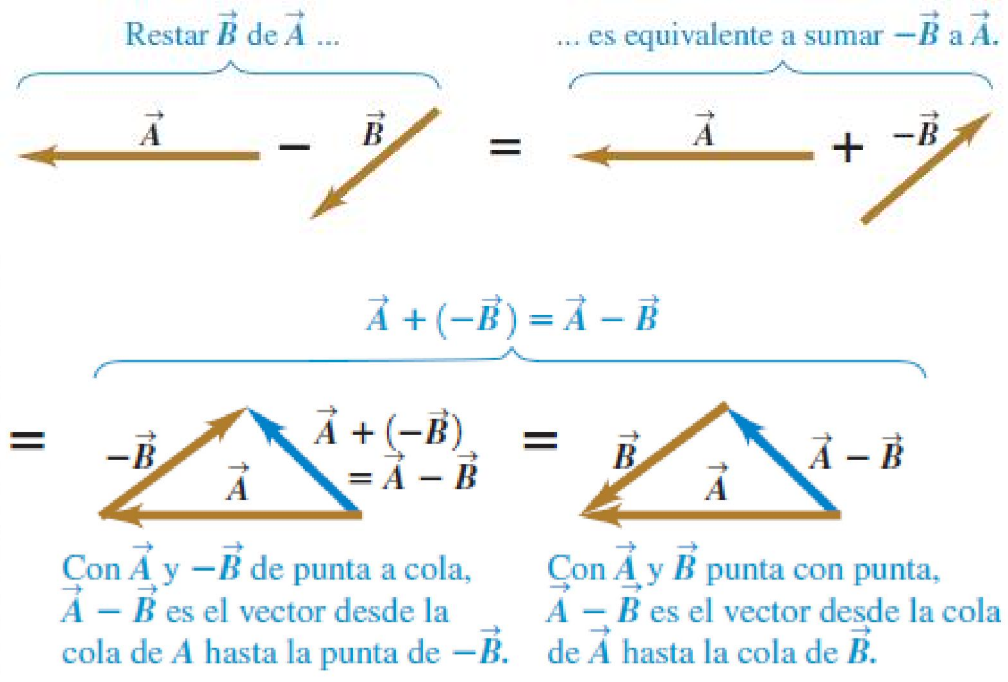
Opuesto de un vector : es el vector que da cero cuando se suma al mismo: es decir que **A** y **–A** tienen la misma magnitud y dirección pero sentidos opuestos.
Resta de vectores: se hace uso de la definición del opuesto de un vector.
Operación **A** – **B** : al vector **A** le sumo el vector **–B.**
La resta vectorial es un caso especial de suma de vectores.



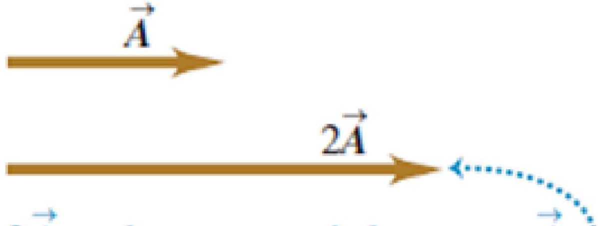
Multiplicación de un vector mediante un escalar. Sea un escalar μ y un vector **v**. Se define al producto del escalar por el vector (μ.**v**) a un nuevo vector **V** de módulo μ veces el módulo de **v** (**V**=μ**v**), de la misma dirección que **v** y de sentido igual al de **v** si μ>0. Si μ<0 el sentido de **V** será contrario al de **v**.

Cuidado: el módulo del vector suma, no es igual a la suma de los módulos (salvo que tengan la misma dirección)

VECTORES Y SUS PROPIEDADES



Al multiplicar un vector por un escalar positivo, la magnitud (longitud) del vector cambia, pero no su dirección.



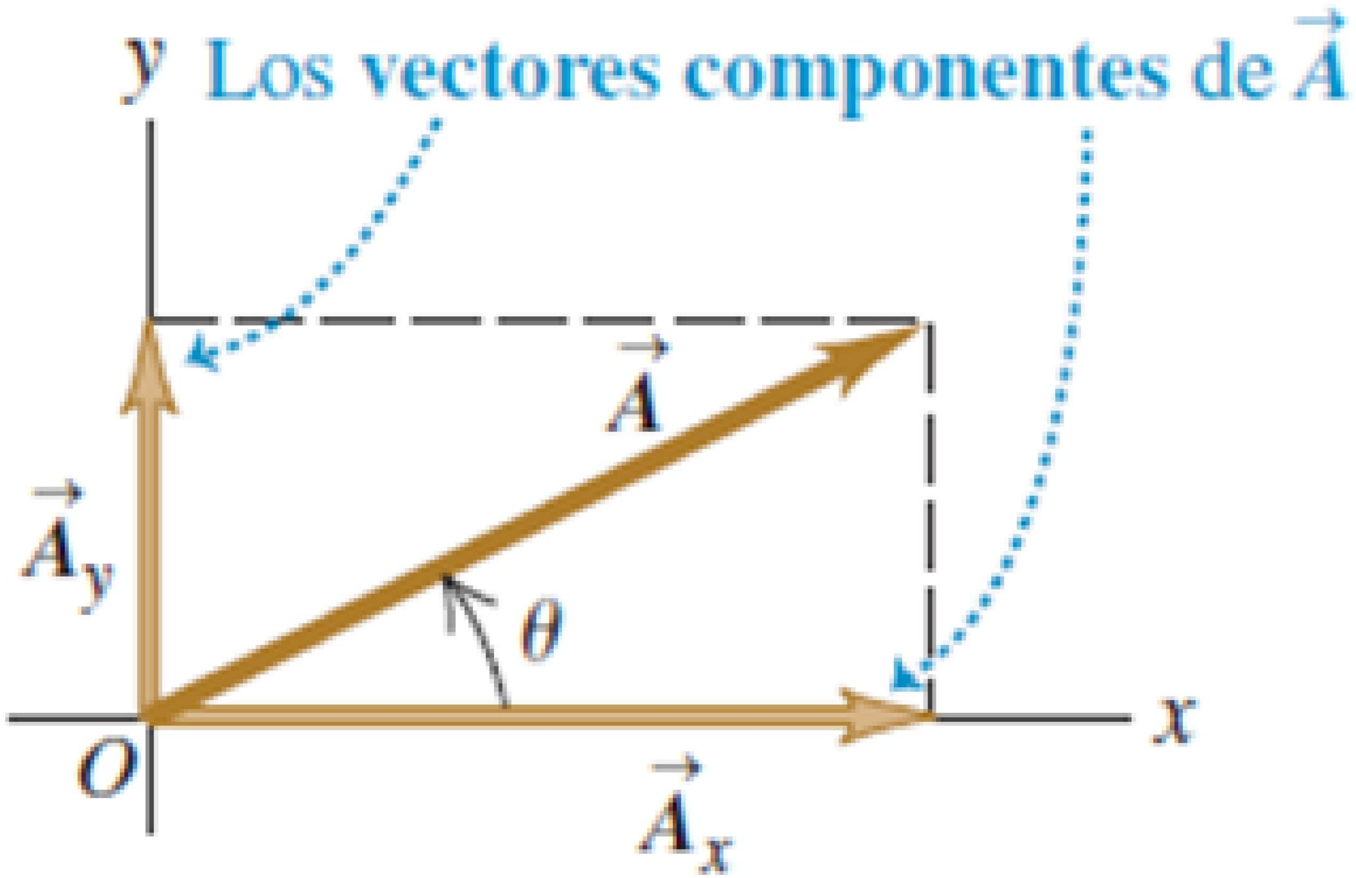
$2\vec{A}$ es dos veces más largo que $\vec{A}$.

Al multiplicar un vector por un escalar negativo, cambia su magnitud y se invierte su dirección.

$-3\vec{A}$ es tres veces más largo que $\vec{A}$ y apunta en la dirección contraria.

Componentes de un vector

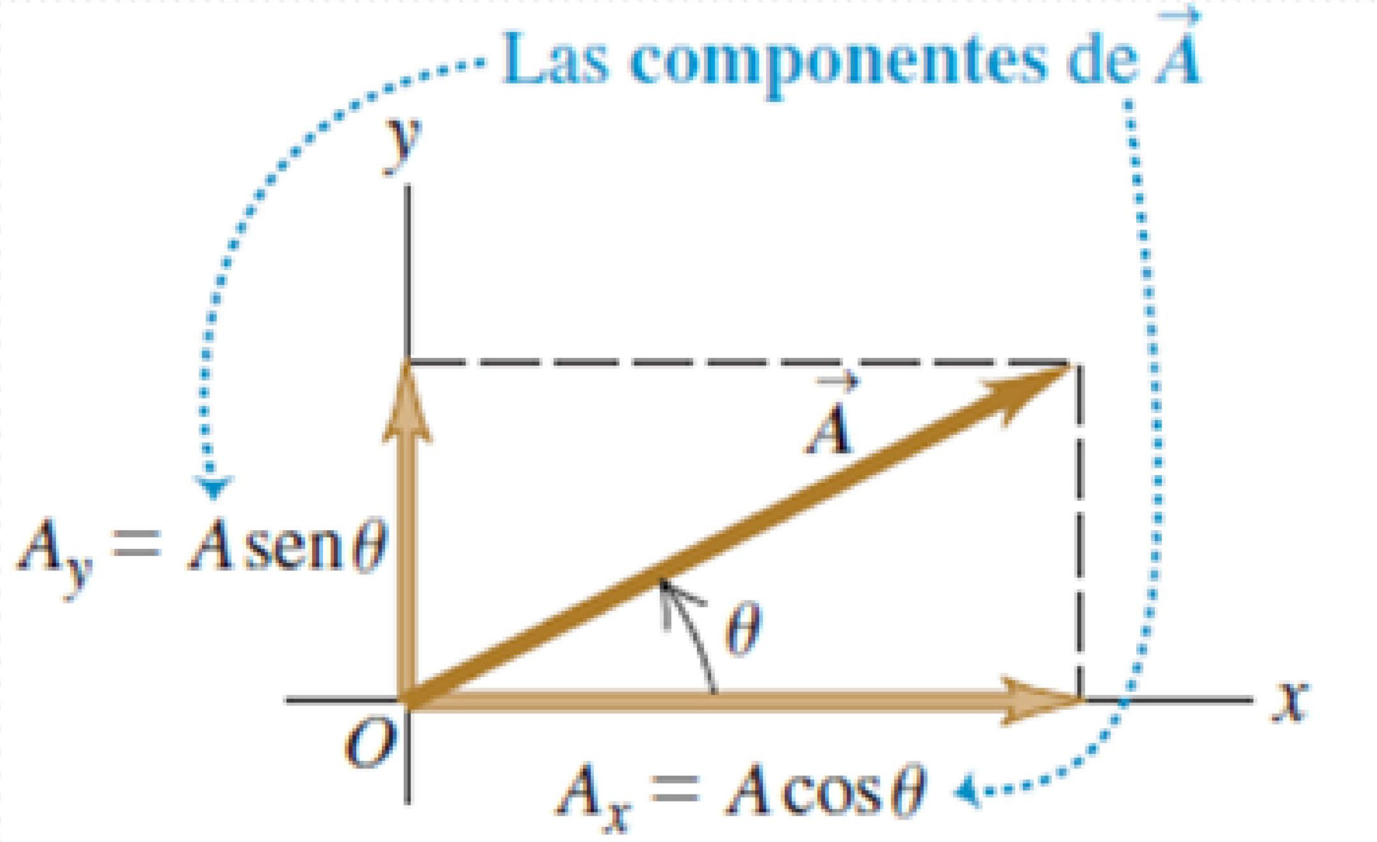
Cualquier vector en el plano *xy se puede representar como la suma de un vector paralelo al eje x y un vector paralelo al eje y.* Estos dos vectores **A_x** y **A_y** *; son los* ***vectores componentes*** *de* ***A****:* $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A_x} + \boldsymbol{A_y}$



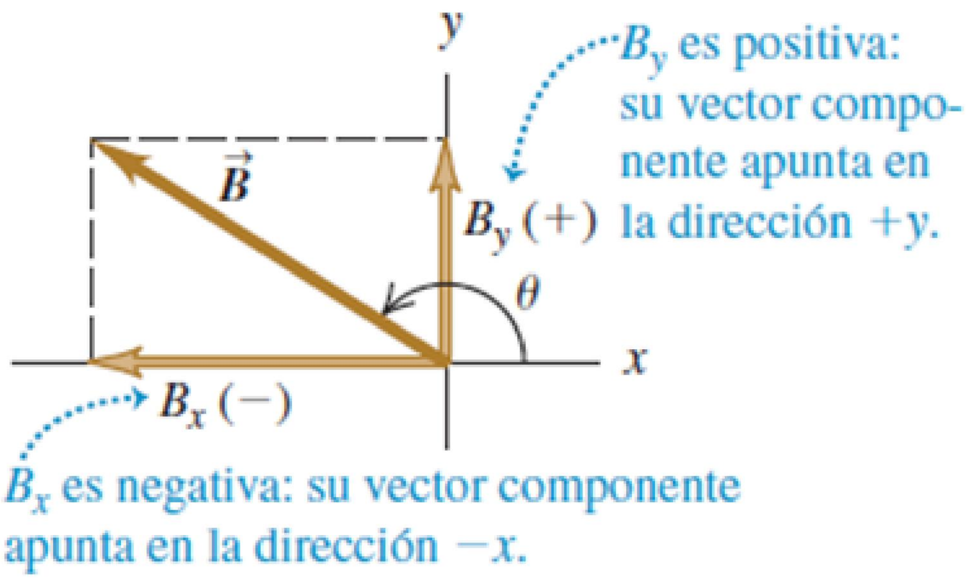
Componentes de un vector

Definimos el número A_x como el módulo de $\mathbf{A_x}$ si apunta en el sentido positivo, si apunta en el sentido negativo, es su opuesto. Análogamente se define A_y.

Los números A_x y A_y son las componentes de ***A.***

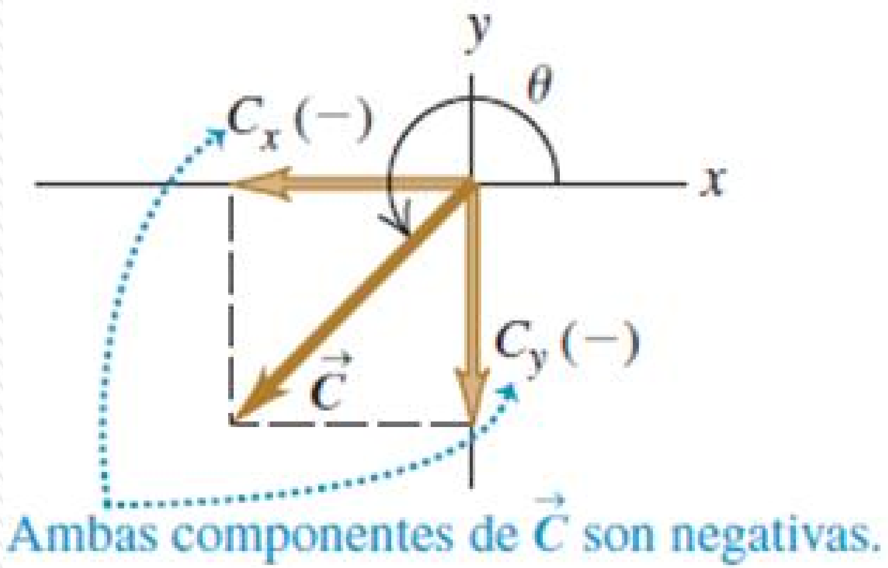


Componentes de un vector



Las componentes de un vector pueden ser números positivos o negativos.

Describimos la dirección de un vector por su ángulo θ en relación con una dirección de referencia: *el eje x positivo,* el ángulo debe ser medido en el sentido antihorario.



$$\frac{A_x}{A} = \cos\theta \quad \text{y} \quad \frac{A_y}{A} = \operatorname{sen}\theta$$

$$A_x = A\cos\theta \quad \text{y} \quad A_y = A\operatorname{sen}\theta$$

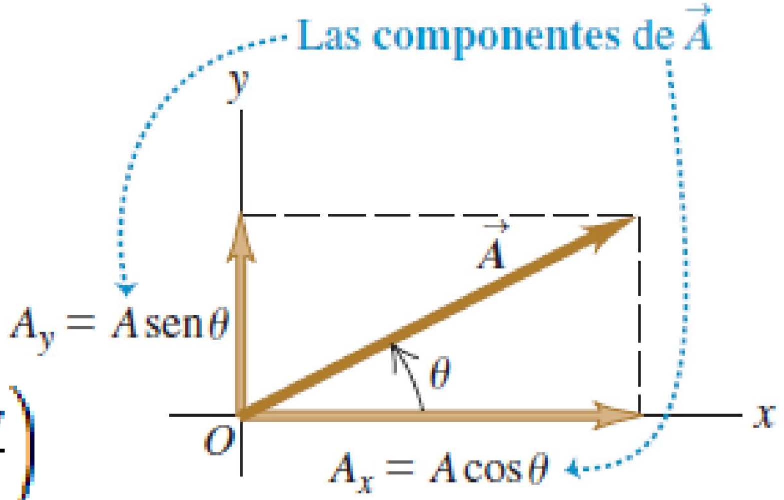
(θ medido del eje $+x$ girando hacia el eje $+y$)

Componentes de vectores: cálculos

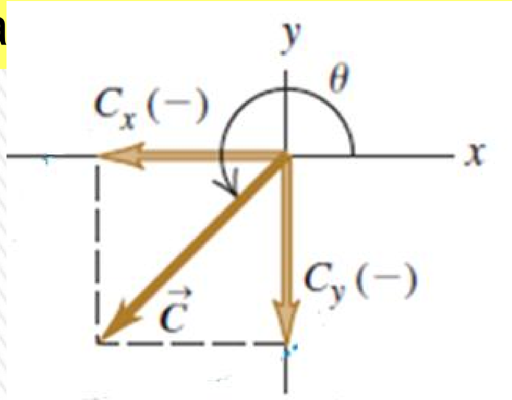
1. Cálculo de la magnitud y la dirección de un vector a partir de sus componentes

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \quad \Longrightarrow \quad \theta = arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



CUIDADO: Cálculo de dirección de vector a partir de sus componentes
Inconveniente en uso de ecuaciones p/obtener θ: dos ángulos cualesquiera que difieran 180° tienen la misma tangente. Para decidir cuál es correcto, debemos examinar las componentes individua



C_x = -5,0 m $\quad$ C_y = -5,0 m

$$\theta = arctan\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = arctan\left(\frac{-5{,}0}{-5{,}0}\right) = arctan(1) = 45°$$

Sin embargo el valor correcto es: 225°

Componentes de vectores: cálculos

2. Multiplicación de un vector por un escalar.

Si multiplicamos un vector **A** por un escalar c, cada componente del vector **D**= c.**A**, es el producto de c por la correspondiente componente de **A**.

$D_x = c.A_x$ $D_y = c.A_y$

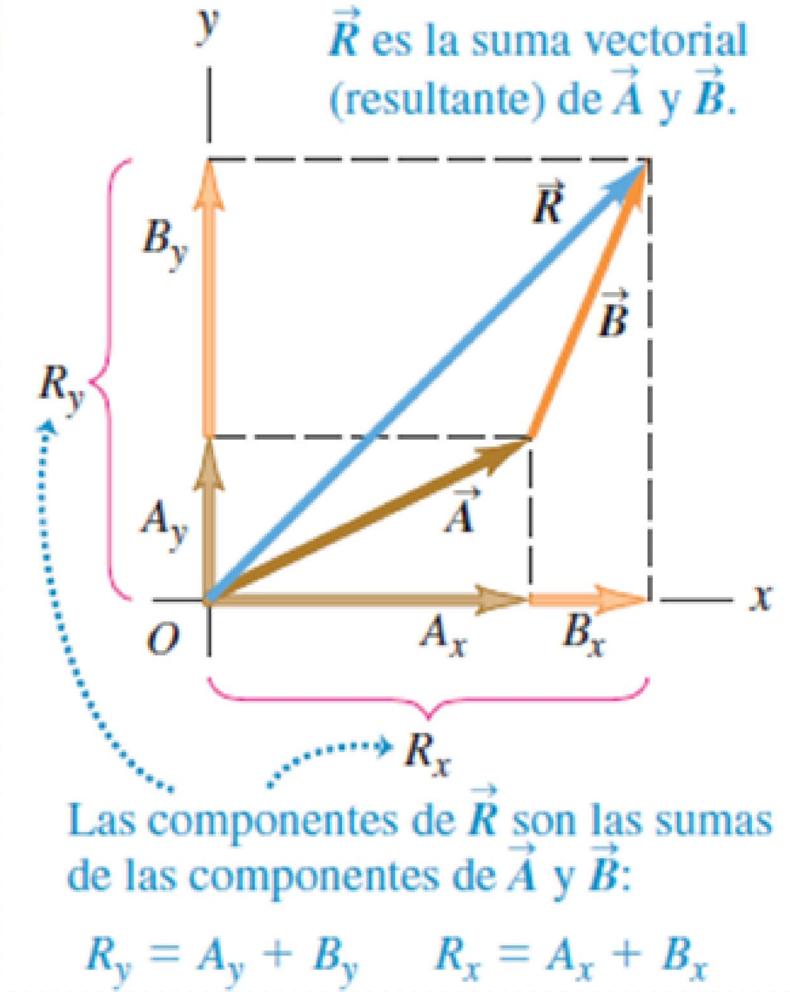
3. Uso de componentes para calcular la suma de vectores (resultante) de dos o más vectores

Cada una de las componentes del vector suma, es la suma de las respectivas componentes de los vectores:

R = **A** + **B**

$R_x = A_x + B_x$ $R_y = A_y + B_y$

Podemos ampliar este procedimiento para calcular la suma de cualquier cantidad de vectores



Componentes de vectores (3D)

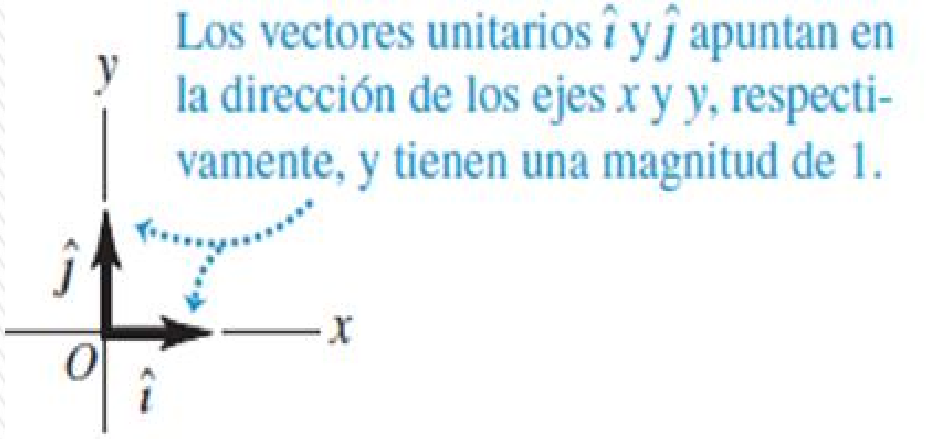
El método de las componentes se puede generalizar para tres dimensiones: vectores con cualquier dirección en el espacio.

Se introduce un eje *z perpendicular al plano xy; entonces, en general,*
Un vector **A** tiene componentes *Ax, Ay y Az en las tres direcciones de coordenadas.*
La magnitud *A está dada por:*

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

VECTORES UNITARIOS (VERSORES)

Vector unitario (o versor) es un vector con módulo igual a 1. Su única finalidad consiste en direccionar: señalar una dirección en el espacio.



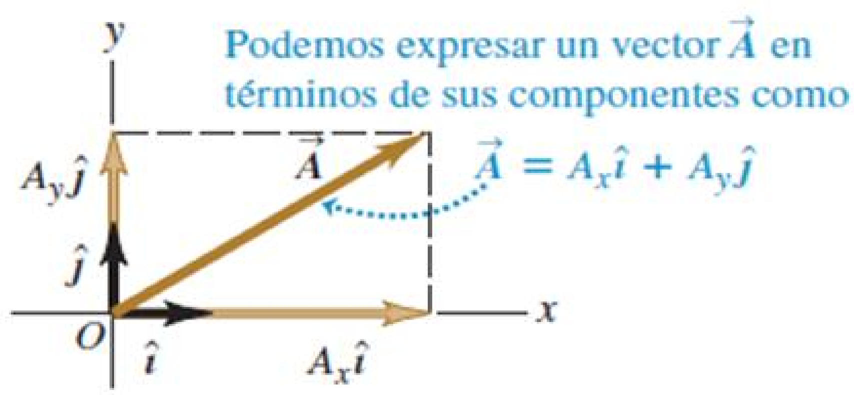
Incluiremos un acento circunflejo o "sombrero" (^) sobre el símbolo de un vector unitario para distinguirlo de los vectores ordinarios cuya magnitud podría ser 1 o alguna otra.

En un sistema de coordenadas *x-y podemos definir un vector unitario* $\hat{\imath}$ *que apunte* <u>en la dirección del eje +*x*</u> *y un vector unitario* $\hat{\jmath}$ *que apunte en la* <u>*dirección del eje +y*</u>

VECTORES UNITARIOS (VERSORES)

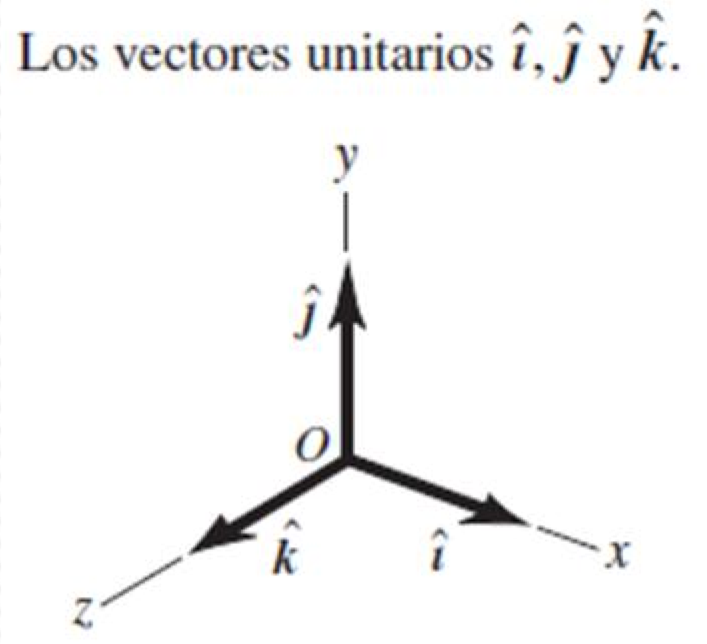
Vector **A** de dos dimensiones escrito en función de sus 2 componentes

$$\mathbf{A} = A_x\,\hat{\imath} + A_y\,\hat{\jmath}$$



Vector **A** de tres dimensiones escrito en función de sus 3 componentes:

$$\mathbf{A} = A_x\,\hat{\imath} + A_y\,\hat{\jmath} + A_z\,\hat{k}$$



Ejemplo

Dado los dos desplazamientos:

$$\overline{D} = \left(6{,}00\ \hat{\imath} + 3{,}00\ \hat{\jmath} - 1{,}00\ \hat{k}\right)m$$

$$\overline{E} = \left(4{,}00\ \hat{\imath} - 5{,}00\ \hat{\jmath} + 8{,}00\ \hat{k}\right)m$$

Obtenga la magnitud del desplazamiento

$$2D - E$$

$$2\overline{D} - \overline{E} = 2\left(6{,}00\ \hat{\imath} + 3{,}00\ \hat{\jmath} - 1{,}00\ \hat{k}\right) - \left(4{,}00\ \hat{\imath} - 5{,}00\ \hat{\jmath} + 8{,}00\ \hat{k}\right)$$

$$2\overline{D} - \overline{E} = (2 \times 6{,}00 - 4{,}00)\hat{\imath} + (2 \times 3{,}00 - (-5{,}00))\hat{\jmath} + (2 \times (-1{,}00) - 8{,}00)\hat{k}$$

$$2\overline{D} - \overline{E} = \left(8{,}00\ \hat{\imath} + 11{,}00\ \hat{\jmath} - 10{,}00\ \hat{k}\right)m$$

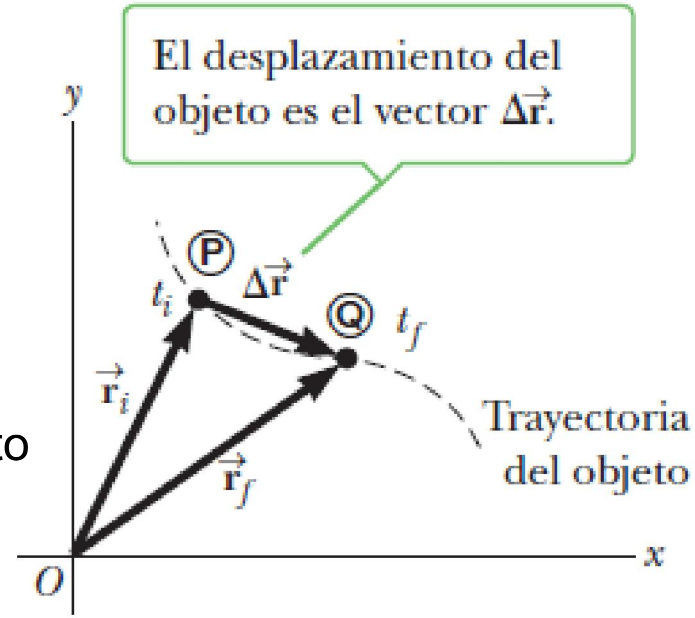
$$|2\overline{D} - \overline{E}| = \sqrt{8{,}00^2 + 11{,}00^2 + (-10{,}00)^2} = 16{,}8819\ m$$

$$|2\overline{D} - \overline{E}| = 16{,}9\ m$$

Desplazamiento, velocidad y aceleración en dos dimensiones

En el movimiento rectilíneo, la dirección y el sentido de un vector (velocidad o aceleración) se tiene en cuenta al especificar el signo: positivo o negativo.
Por ejemplo, la velocidad de un cohete es positiva si éste va hacia arriba y negativa si va hacia abajo., mientras que g es negativo porque va hacia abajo.

En dos o tres dimensiones se debe hacer uso **completo del concepto vectorial**.
Un objeto se mueve a través del espacio como se muestra en la figura.
Cuando el objeto está en algún punto P en el tiempo t_i, *su posición se describe mediante* el **vector de posición $\mathbf{r}_i$**, *dibujado desde el origen hasta P.*
Cuando el objeto se ha movido hacia algún otro punto en el tiempo t_f, *su vector de posición es* $\mathbf{r}_f$.



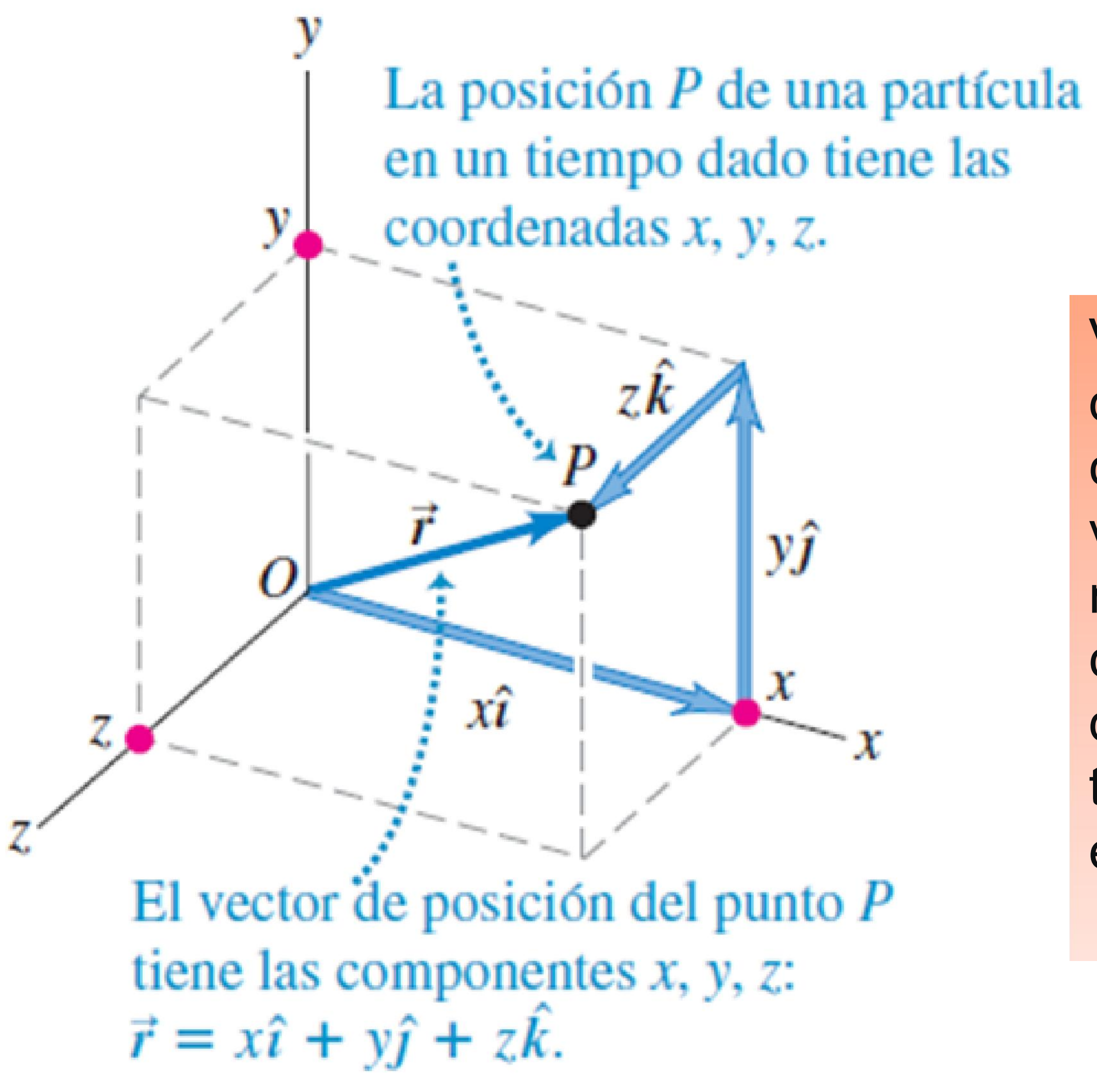
Del diagrama vectorial de la figura, el vector de posición final es la suma del vector de posición inicial y el desplazamiento Δ**r:**

$$\bar{r}_f = \bar{r}_i + \Delta\bar{r}$$

A partir de esta correspondencia, podemos redefinir las magnitudes físicas que vimos para el movimiento en una dimensión, en magnitudes vectoriales para movimiento en dos o tres dimensiones.

VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

Vector posición $\bar{r}$ de una partícula en un instante dado es un vector que va del origen del sistema de coordenadas al punto *P*. Coordenadas *x*, *y* y *z* de *P* son las componentes *x*, *y* y *z* del vector.



$$\boldsymbol{r} = x\,\hat{\boldsymbol{\imath}} + y\,\hat{\boldsymbol{\jmath}} + z\,\hat{\boldsymbol{k}}$$

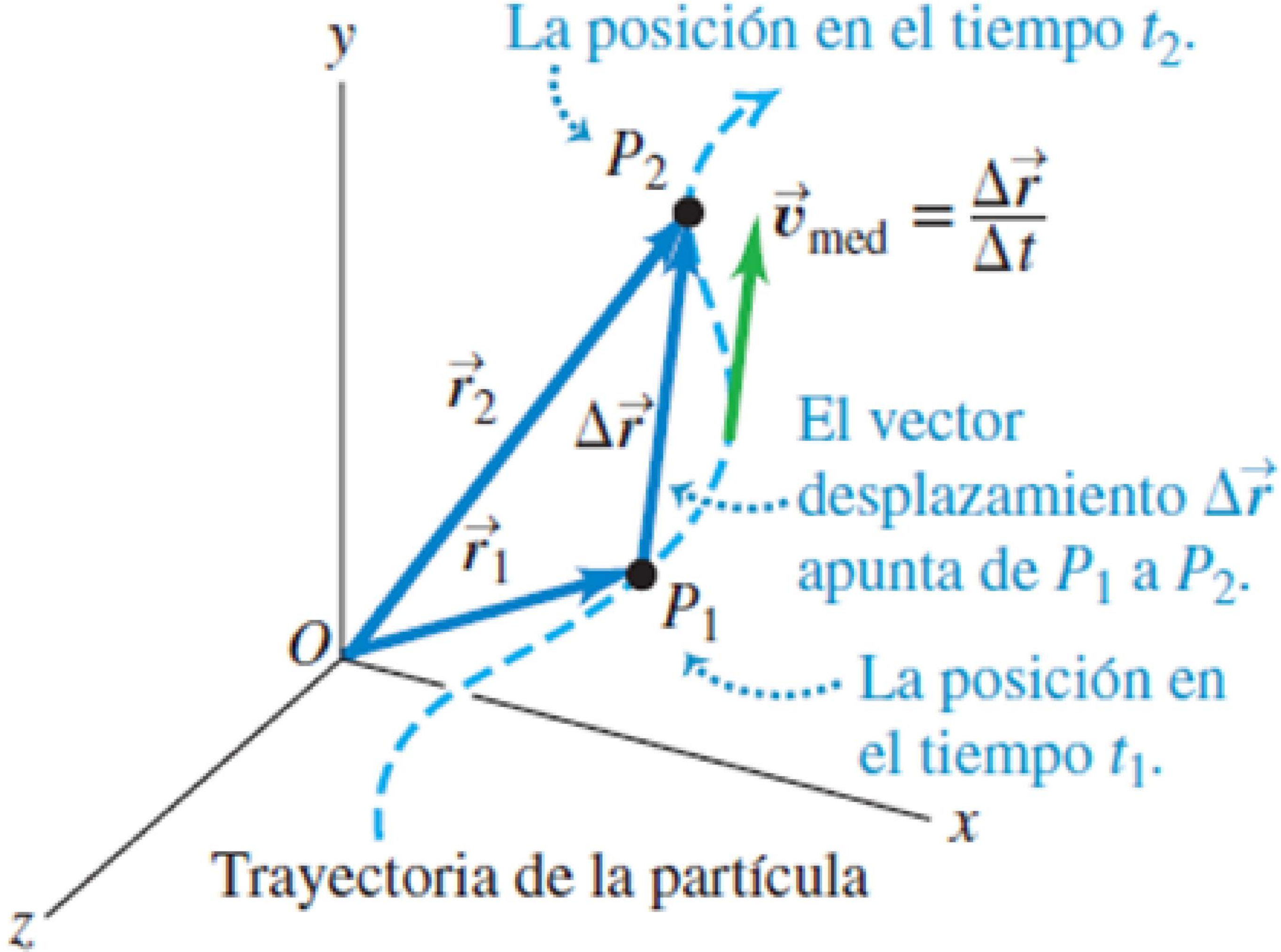
Vamos a extender las definiciones vistas en cinemática unidimensional de velocidades y aceleraciones medias e instantáneas al caso de dos y tres dimensiones. Pero ahora no trataremos a magnitudes escalares, sino vectoriales.

VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

En un Δt la partícula se mueve de P_1 a P_2.

Desplazamiento: $\Delta\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1$

$$\Delta\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1 = (x_2 - x_1)\,\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\,\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\,\hat{k}$$



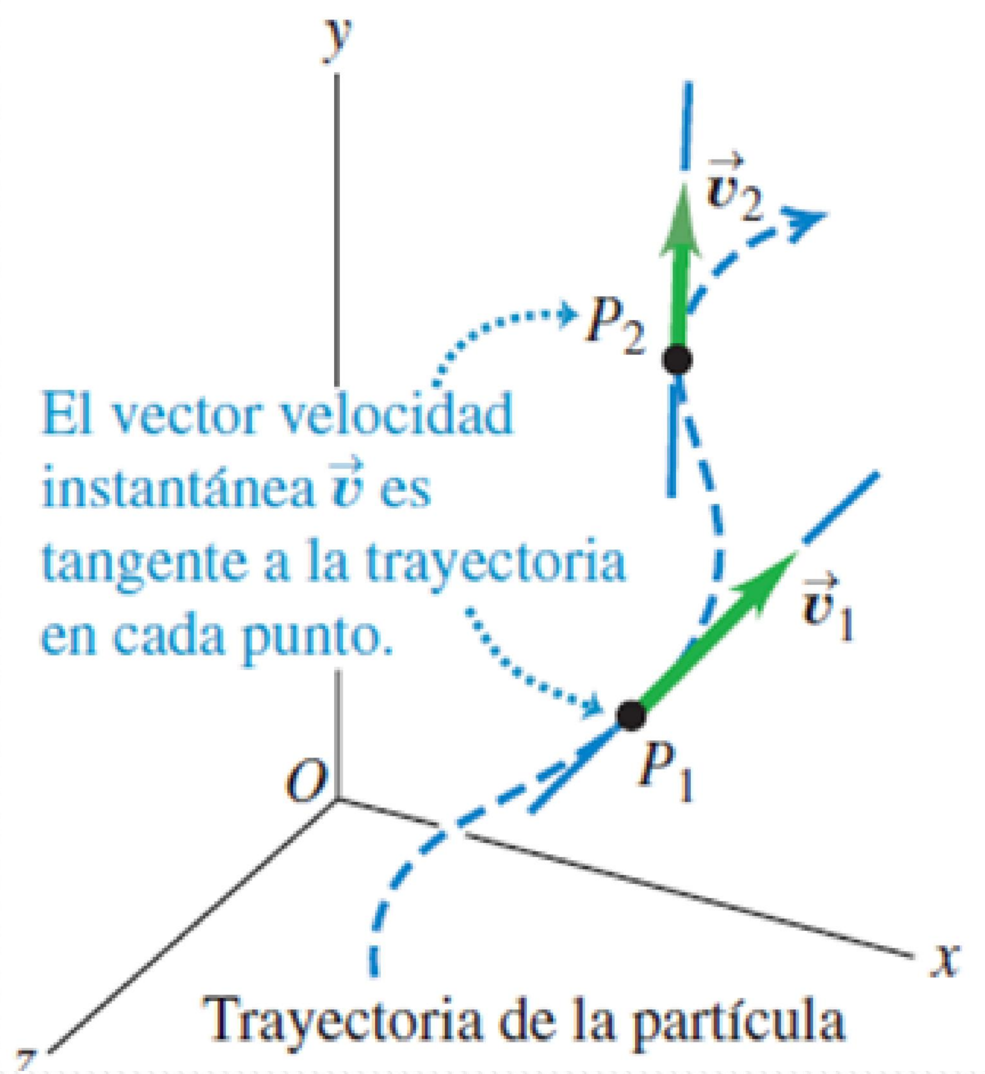
Velocidad media durante ese intervalo Δt:

$$\bar{v}_{med} = \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t} = \frac{\bar{r}_2 - \bar{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Rapidez media: es el cociente entre la distancia total recorrida y el tiempo insumido.
Es un escalar y no siempre coincide con el módulo de la velocidad media.

VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

Definimos la **velocidad instantánea**: $\overline{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$



$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{dx}{dt}\,\hat{\boldsymbol{\imath}} + \frac{dy}{dt}\,\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \frac{dz}{dt}\,\hat{\boldsymbol{k}}$$

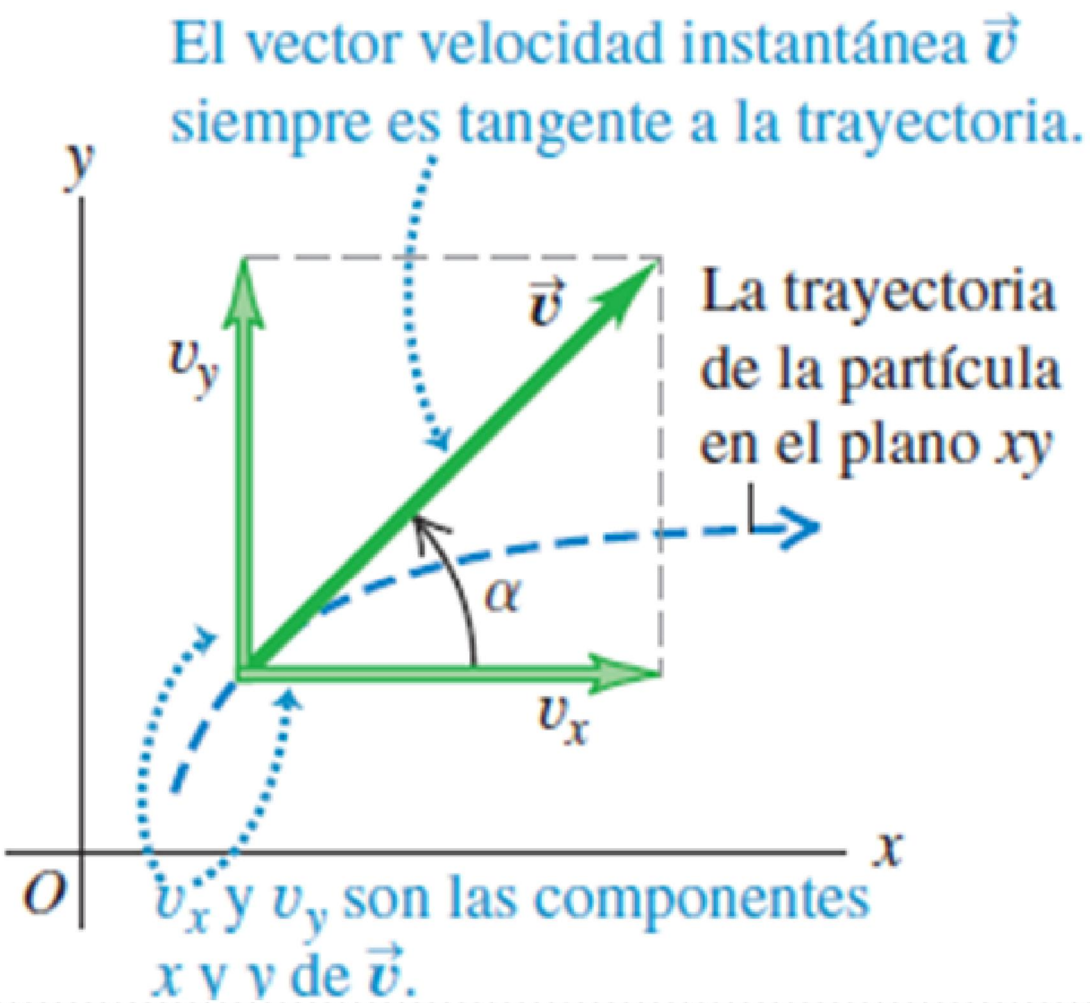
$$\overline{\boldsymbol{v}} = v_x\,\hat{\boldsymbol{\imath}} + v_y\,\hat{\boldsymbol{\jmath}} + v_z\,\hat{\boldsymbol{k}}$$

El cualquier punto de la trayectoria, el vector es tangente a la trayectoria en ese punto, y el sentido es el del movimiento.

El módulo de $\overline{\boldsymbol{v}}$ es la **rapidez.**

$$|\overline{\boldsymbol{v}}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD



En dos dimensiones:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

La dirección de la velocidad instantánea está dada por el ángulo α

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$