

Práctico 1: Repaso

El Sistema Climático 2023 - PEDECIBA Geociencias

Nota: los ejercicios marcados con **(E)** deben ser entregados antes del 26 de Abril.

Ejercicios con funciones de una variable

Ejercicio 1 Graficar las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3$ b) $f(x) = \frac{2}{x}$ c) $f(x) = e^x$ d) $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$

e) $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

Ejercicio 2 Calcular la derivada de las siguientes funciones:

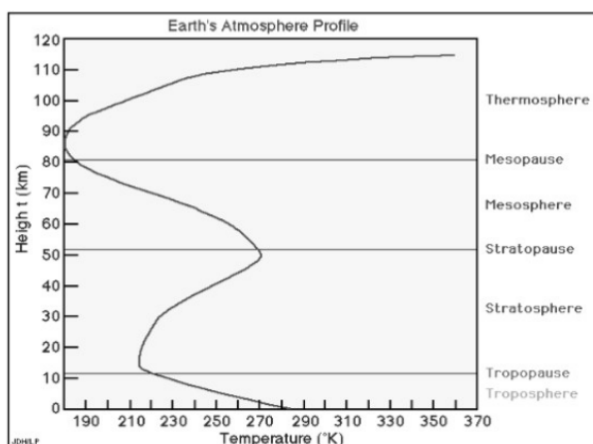
a) $f(x) = x^5$ b) $f(x) = \frac{2}{x}$ c) $f(x) = e^{x^2}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{5x^2 + x + 1}$ e) $f(x) = \frac{\log(x^2+2x)}{2}$ f) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

g) $f(x) = \frac{\cos(x^2)}{x}$ h) $f(x) = \frac{1}{5x^2}$ i) $f(x) = \log(x)$

Ejercicio 3 Considere las funciones $f(x) = x^5$ y $g(x) = e^{2x}$. Obtenga las funciones compuestas $f \circ g$ y $g \circ f$ y calcule la derivada de ambas funciones.

Ejercicio 4 En la figura se representa el perfil vertical de temperatura típico de la atmósfera, $T = T(z)$. Estimar $\frac{dT}{dz}$ en la tropósfera, estratósfera, mesósfera y termósfera.



Ejercicio 5 En la siguiente figura se muestran perfiles verticales de temperatura en el océano para los casos: latitudes bajas, latitudes medias (tanto para invierno como verano), y latitudes altas. Analizar y estimar $\frac{dT}{dz}$ para todos los casos.

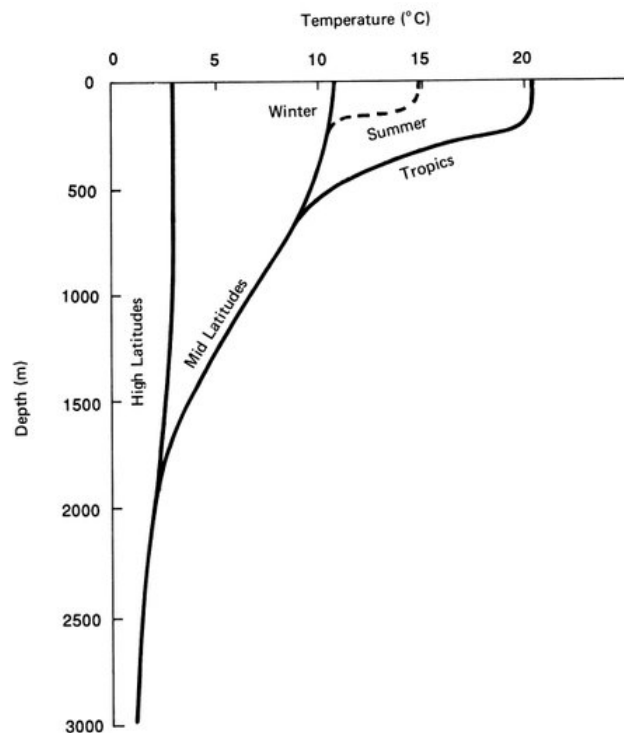


Figure 1.1 Typical temperature profiles in the open ocean. Below a relatively shallow surface layer, the ocean is uniformly cold.

Ejercicio 6 (E) Considere la función $T(z) = -8z + T_0$, donde T representa la temperatura de una parcela de aire (medida en $^{\circ}\text{C}$), z la altura en km, y $T_0 = 25^{\circ}\text{C}$.

- Obtenga la derivada de la función $T(z)$, y explique qué representa dicha derivada.
- Calcule la temperatura de la parcela en superficie, a 1km y a 4km de altura. Discuta brevemente.

*Parcela de aire: volumen imaginario de aire usado para definir propiedades dinámicas y termodinámicas del aire.

Ejercicio 7 (E) Considere las funciones $f(x) = 4x^3 + \frac{1}{x}$ y $g(x) = e^{x^2}$.

- Obtenga las funciones compuestas $f \circ g$ y $g \circ f$.
- Calcule sus correspondientes derivadas de las siguientes maneras: i. derivando las funciones compuestas obtenidas, ii. haciendo uso de la regla de la cadena.

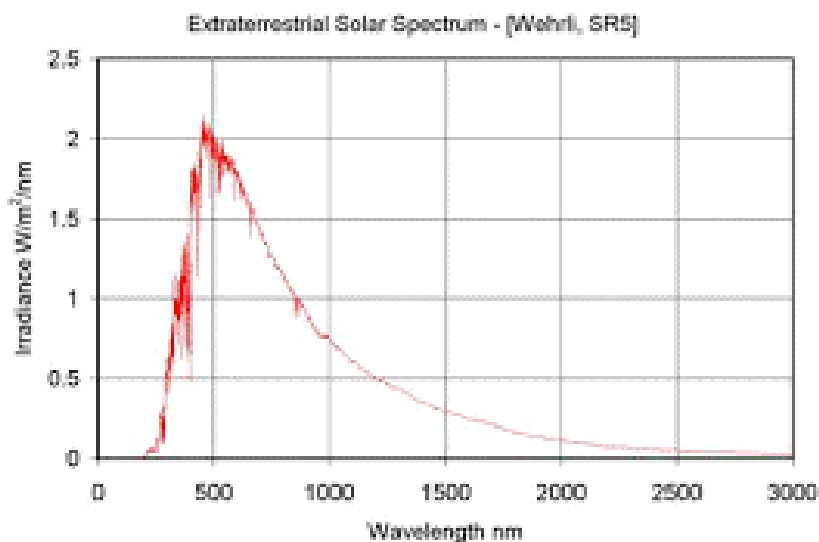
Ejercicio 8 Considere las funciones $f(x) = 12x^2 + 3x$ y $g(x) = e^x$. Obtener las derivadas de las funciones compuestas $f \circ g$ y $g \circ f$.

Ejercicio 9 Considere un fluido de densidad uniforme ρ contenido en un cilindro de área A y altura h . Interprete $\int_0^h \rho A dz$.

Ejercicio 10 En la siguiente figura se muestra la irradiancia espectral solar en la cima de la atmósfera, $E = E(\lambda)$, como función de la longitud de onda λ . Interpretar geométrica y físicamente:

a) $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda) d\lambda$

b) $\int_0^{\infty} E(\lambda) d\lambda$



Ejercicio 11 Se sabe que $y' = \frac{dy}{dx} = Kx^2 + Ax + 1$, donde K y A son constantes. Obtenga la función $y(x)$ y los valores de K y A sabiendo que $y'(1) = 6$, $y(0) = 0$ e $y(1) = 6$.

Ejercicio 12 (E) Se sabe que $T'(z) = \frac{dT}{dz} = Kz^3 - \frac{z}{A}$, donde K y A son constantes. Obtenga la función $T(z)$ y los valores de K y A sabiendo que $T'(1) = 1$, $T(0) = 1$ y $T(1) = 3$.

I. EJERCICIOS CON FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

Ejercicio 13 Graficar las curvas de nivel de las siguientes funciones de dos variables:

a) $f(x, y) = x^2 + y^2$

b) $f(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}$

c) $f(x, y) = x$

Ejercicio 14 Calcular las derivadas parciales respecto a x y a y de las siguientes funciones:

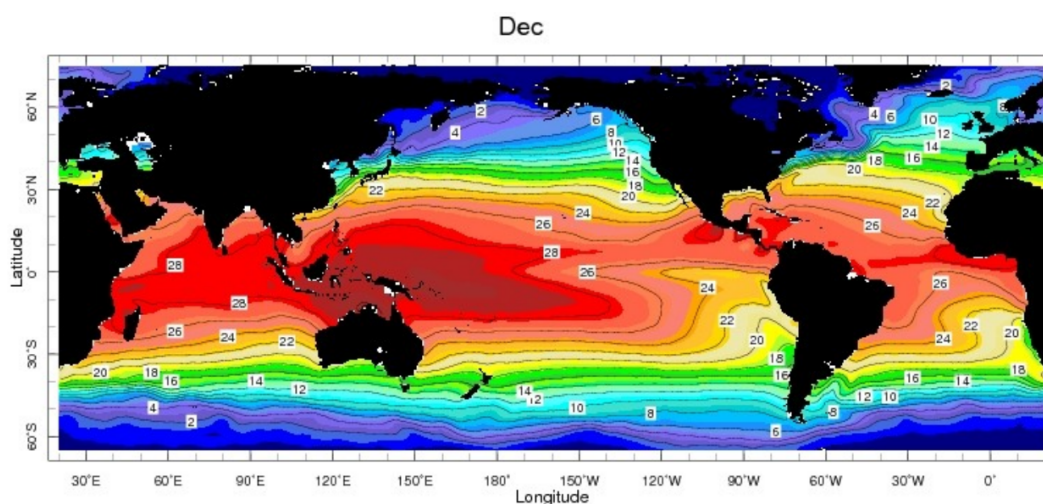
a) $f(x, y) = x^2 + y^2$

b) $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$

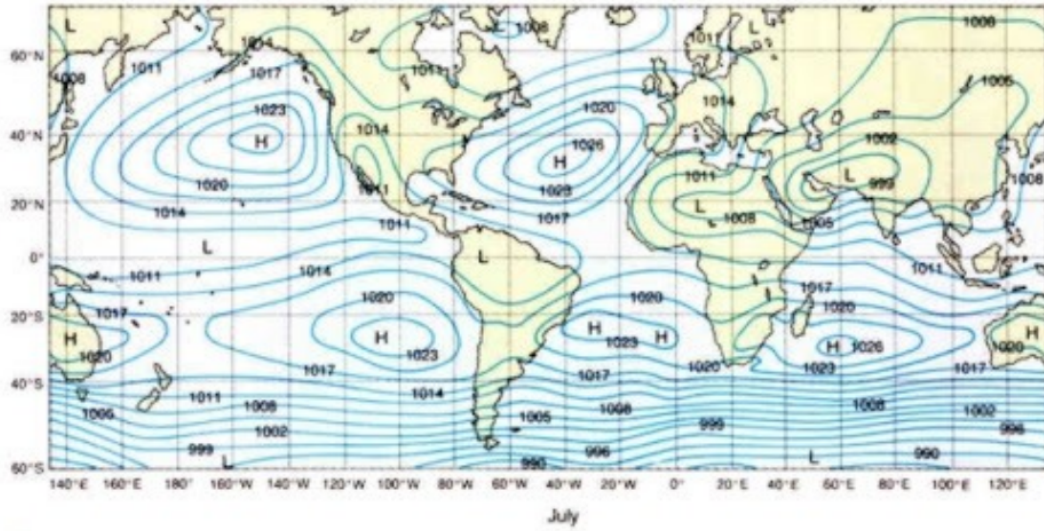
c) $f(x, y) = y^2e^x + \ln(x)$

Ejercicio 15 Se considera un fluido cuya densidad ρ depende de la presión P , y de la temperatura T . A su vez, P y T dependen del tiempo, de modo que $\rho = \rho(P(t), T(t))$. Calcule la derivada de la densidad con respecto al tiempo.

Ejercicio 16 En la siguiente figura se considera el campo global de temperatura media de la superficie del mar (TSM) para el mes de Diciembre. Analizar los gradientes de temperatura de las distintas cuencas.



Ejercicio 17 En la siguiente figura se representa el campo medio de presión en superficie (medida en hPa) para los meses de Julio y Diciembre. Analizar los gradientes de presión.



(a)

