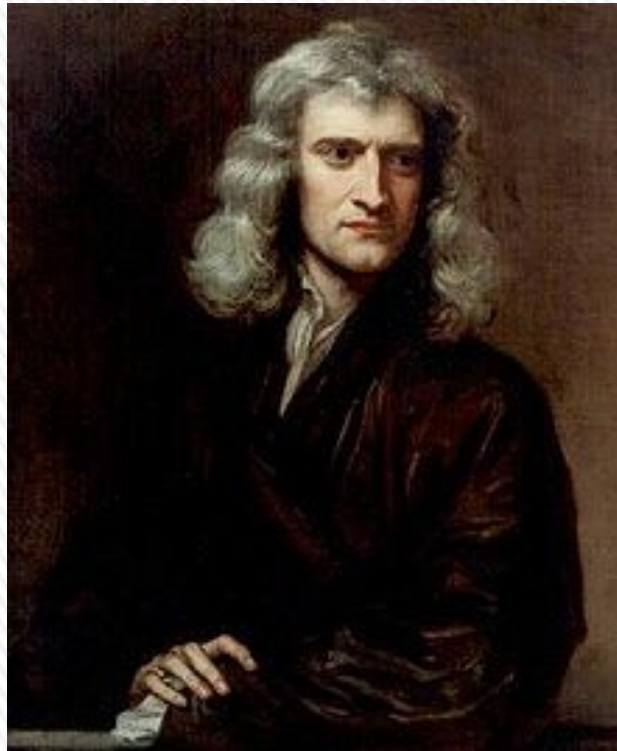


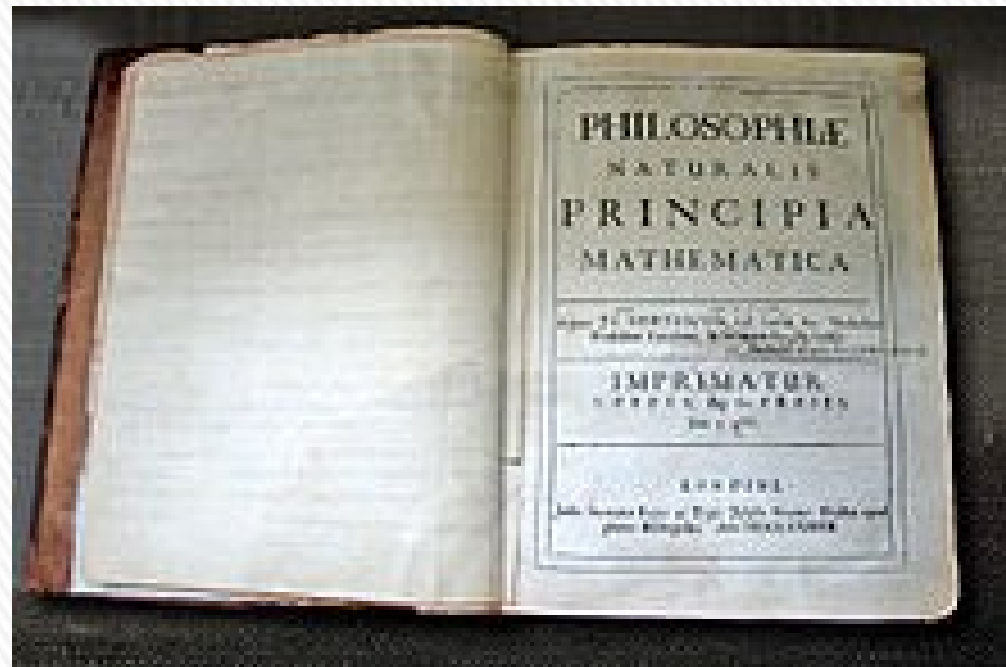
08- LEYES DEL MOVIMIENTO Y EQUILIBRIO ESTÁTICO

Fuerzas e interacciones. Superposición de fuerzas. 1era. Ley de Newton o ley de inercia. Marcos de referencia. Masa. 2da. Ley de Newton. 3era. Ley de Newton o Principio de Acción y Reacción.



1642 (1643) -1727

Is. Newton



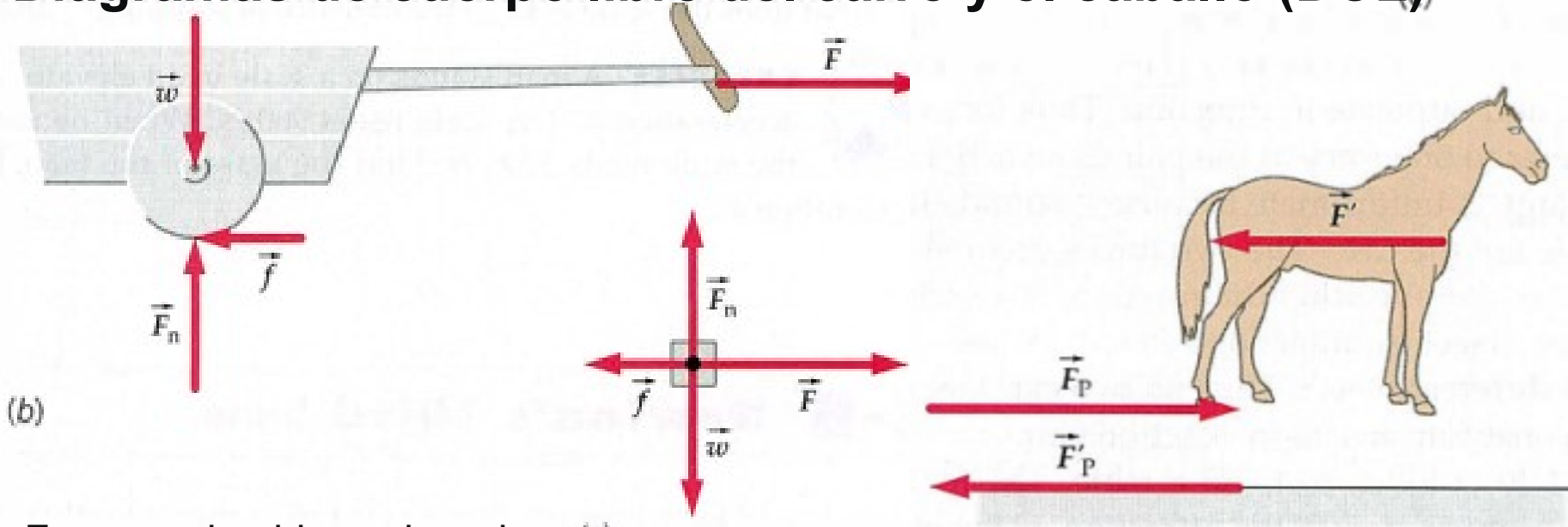
Principios Matemáticos de la Filosofía Natural (1687)

1.- Suponga que trata de obligar a un caballo a que tire de un carro. El caballo se rehúsa a tirar del carro, citando en su defensa la tercera ley de Newton:

"La fuerza del caballo sobre el carro es igual y opuesta a la fuerza del carro sobre el caballo". Si yo nunca puedo ejercer sobre el carro una fuerza mayor que la que el carro ejerce sobre mí, ¿cómo puedo llegar a poner en movimiento al carro? –pregunta el caballo. ¿Cómo refutaría usted al caballo?



Diagramas de cuerpo libre del carro y el caballo (DCL)



Fuerzas ejercidas sobre el carró

F : fuerza con que tira el caballo del carro (en realidad de los arreos);

W : Peso del carro;

F_n : fuerza normal; f : fuerza de rozamiento.

Fuerzas ejercidas sobre el caballo

F_p : fuerza que ejerce el caballo sobre el piso para acelerar el carro.

F' : reacción de F .

Para que el carro se desplace: $F > f$ y para acelerar el carro, $F_p > F'$

El error en el razonamiento del caballo consiste en suponer que la acción y la reacción "compiten" entre sí. No lo hacen porque se trata de fuerzas aplicadas sobre cuerpos distintos: una está aplicada sobre el caballo y la otra sobre el carro.

Revisemos los enunciados de las leyes de Newton del movimiento....

PRIMERA LEY DE NEWTON (1)

Si un objeto no interactúa con otros objetos, es posible identificar un marco de referencia en el que el objeto tiene aceleración cero.

Tal marco de referencia se llama **marco de referencia inercial**.

PRIMERA LEY DE NEWTON (2)

En ausencia de fuerzas externas, y cuando se ve desde un marco de referencia inercial, un objeto en reposo se mantiene en reposo y un objeto en movimiento continúa en movimiento con una velocidad constante (esto es, con una rapidez constante en una línea recta).

SEGUNDA LEY DE NEWTON:

Cuando se ve desde un marco de referencia inercial, la aceleración de un objeto (de masa constante) es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa:

$$\sum \bar{F} = ma$$

TERCERA LEY DE NEWTON:

Si dos objetos interactúan, la fuerza \bar{F}_{12} que ejerce el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y dirección y opuesta en sentido a la fuerza \bar{F}_{21} que ejerce el objeto 2 sobre el objeto 1:

$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$$

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE (D.C.L.)

1. La 1era. ley de Newton y la 2da. se refieren a un cuerpo específico.

Al usar la primera ley de Newton, $\sum \vec{F} = 0$, en una situación de equilibrio, o la segunda, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ en una situación sin equilibrio, debemos decidir desde un principio a qué cuerpo nos estamos refiriendo.

2. Sólo importan las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

La sumatoria $\sum \vec{F}$ incluye todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cuestión.

Por lo tanto, una vez elegido el cuerpo que analizará, tendremos que identificar todas las fuerzas que actúan sobre él.

Por ejemplo, para analizar a una persona que camina, incluiríamos en la fuerza que el suelo ejerce sobre la persona al caminar, pero *no la fuerza que la persona ejerce sobre el suelo.*

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE (D.C.L.)

3. Los DCL son indispensables para identificar las fuerzas relevantes.

Diagrama de cuerpo libre (DCL) es un diagrama que muestra solamente el cuerpo elegido, “libre” de su entorno, con vectores que muestran las magnitudes y direcciones de todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo por todos los cuerpos que interactúan con él.

Se debe incluir todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, y cuidar de no incluir fuerzas que el cuerpo ejerza sobre otro cuerpo.

Las dos fuerzas de un par acción-reacción nunca deben aparecer en el mismo DCL porque nunca actúan sobre el mismo cuerpo.

Tampoco se incluyen las fuerzas que un cuerpo ejerce sobre sí mismo, ya que estas no pueden afectar su movimiento.

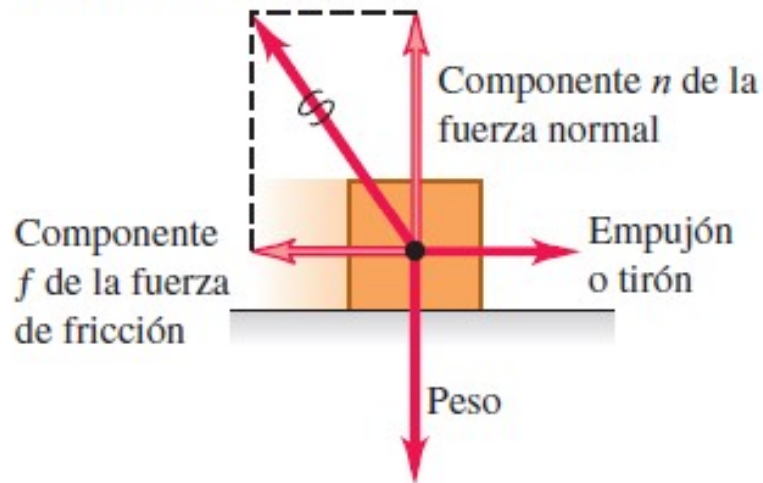


FUERZAS DE FRICCIÓN

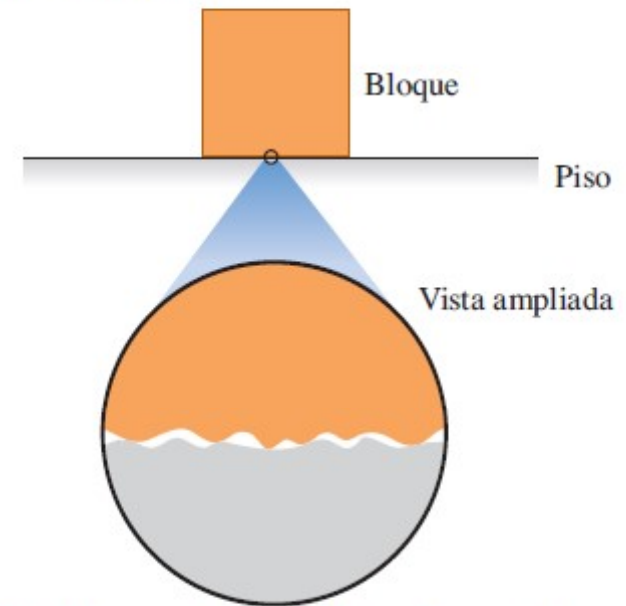
5.17 Cuando se empuja el bloque o se tira de él sobre una superficie, esta última ejerce una fuerza de contacto sobre el bloque.

Las fuerzas de fricción y normal son realmente componentes de una sola fuerza de contacto.

Fuerza de contacto



5.18 Las fuerzas normal y de fricción surgen de interacciones entre moléculas en los puntos elevados de las superficies del bloque y del piso.



A nivel microscópico, inclusive las superficies lisas son ásperas y tienden a “engancharse”.

Sin fricción entre los neumáticos y el asfalto, el automóvil no podría avanzar ni dar vuelta.

El arrastre del aire reduce el rendimiento del combustible en los automóviles, pero hace que funcionen los paracaídas.

Sin fricción, los clavos se desclavarían, las lamparillas eléctricas se desatornillarían sin esfuerzo.... y no podríamos caminar.

Fricción cinética y estática

Cuando un cuerpo descansa o se desliza sobre una superficie, esta última ejerce una sola fuerza de contacto sobre el cuerpo, con componentes de fuerza perpendiculares y paralelas a la superficie.

La componente vectorial perpendicular es la **fuerza normal (n o N)**

La componente vectorial paralela a la superficie (y paralela) a es la **fuerza de fricción (f)**

Si la superficie no tiene fricción, entonces será cero, pero habrá todavía una fuerza normal. Las superficies sin fricción son una idealización inalcanzable.

El sentido de la fuerza de fricción siempre es opuesta al movimiento relativo de las dos superficies.

La fricción que actúa cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie es la **fuerza de fricción cinética f_k** .

Su magnitud se *determina en forma experimental es aproximadamente proporcional a la magnitud n de la fuerza normal.*

$$f_k = \mu_k n \quad (\text{magnitud de la fuerza de fricción cinética})$$

μ_k : coeficiente de fricción cinético

FUERZAS DE FRICCIÓN

Tabla 5.1 Coeficientes de fricción aproximados

| Materiales | Coefficiente de fricción estática, μ_s | Coefficiente de fricción cinética, μ_k |
|----------------------------|--|--|
| Acero sobre acero | 0.74 | 0.57 |
| Aluminio sobre acero | 0.61 | 0.47 |
| Cobre sobre acero | 0.53 | 0.36 |
| Latón sobre acero | 0.51 | 0.44 |
| Zinc sobre hierro colado | 0.85 | 0.21 |
| Cobre sobre hierro colado | 1.05 | 0.29 |
| Vidrio sobre vidrio | 0.94 | 0.40 |
| Cobre sobre vidrio | 0.68 | 0.53 |
| Teflón sobre teflón | 0.04 | 0.04 |
| Teflón sobre acero | 0.04 | 0.04 |
| Hule sobre concreto (seco) | 1.0 | 0.8 |
| Hule en concreto (húmedo) | 0.30 | 0.25 |

Las fuerzas de fricción también actúa a pesar de que *no haya movimiento relativo*.

Fuerza de fricción estática f_s .

Los experimentos revelan que su valor máximo, llamado $(f_s)_{máx}$, es *aproximadamente proporcional a n* ; llamamos **coeficiente de fricción estática** al factor de proporcionalidad μ_s .

$$f_s \leq \mu_s n \quad (\text{magnitud de la fuerza de fricción estática})$$

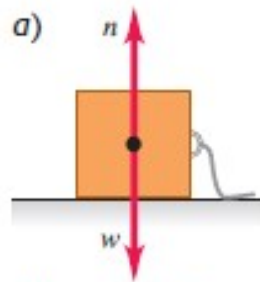
El coeficiente de fricción cinética suele ser menor que el de fricción estática para un par de superficies dado.

La **fuerza de fricción** es la que hace que una persona o animal pueda acelerar desde el reposo hasta una cierta velocidad de carrera. El valor máximo estará dado $f_{smáx}$ para la aceleración inicial, y a f_k cuando ya está en movimiento.

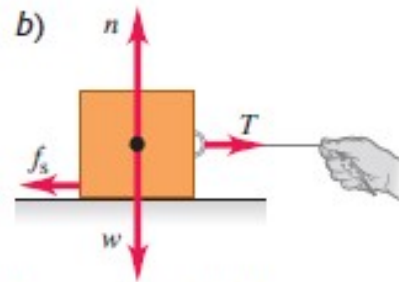
FUERZAS DE FRICCIÓN



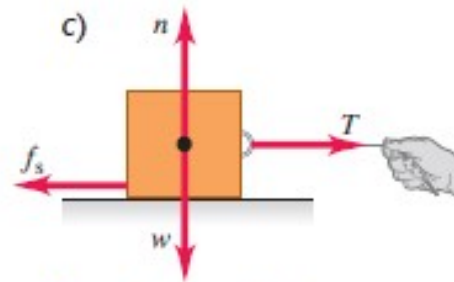
5.19 a), b), c) Si no hay movimiento relativo, la magnitud de la fuerza de fricción estática f_s es igual o menor que $\mu_s n$. d) Si hay movimiento relativo, la magnitud de la fuerza de fricción cinética f_k es igual a $\mu_k n$. e) Gráfica de la magnitud de la fuerza de fricción f en función de la magnitud de T de la fuerza aplicada. La fuerza de fricción cinética varía un poco conforme se forman y se rompen los enlaces intermoleculares.



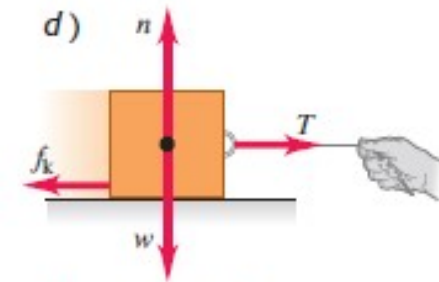
a) No se aplica fuerza, caja en reposo.
Sin fricción:
 $f_s = 0$



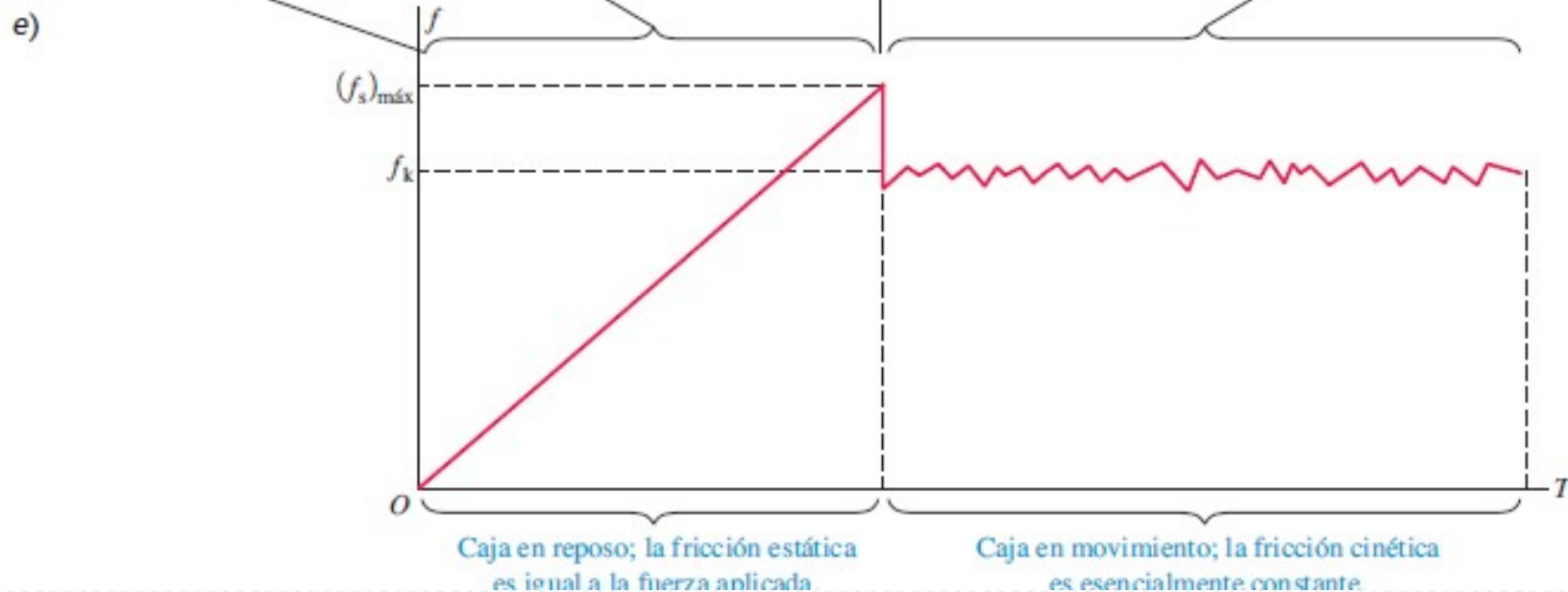
b) Fuerza aplicada débil, la caja permanece en reposo.
Fricción estática:
 $f_s < \mu_s n$



c) Mayor fuerza aplicada, caja a punto de deslizarse.
Fricción estática:
 $f_s = \mu_s n$



d) La caja se desliza con rapidez constante.
Fricción cinética:
 $f_k = \mu_k n$



FUERZAS GRAVITATORIAS

Estudios del movimiento planetario condujo a Newton a establecer la *ley de la gravitación universal*.

Con esta ley y las tres leyes del movimiento, pudo deducir las leyes observadas del movimiento planetario.

Establece que todos los objetos del universo se atraen entre sí.

Para dos esferas, o para dos cuerpos de cualquier forma que sean tan pequeños en comparación con su separación que se puedan considerar como partículas puntuales, la ley tiene una forma sencilla.

Si dos esferas o partículas tienen masas gravitatorias m y m' y si sus centros están separados por una distancia r , las fuerzas entre ambas partículas valen:

$$F_g = G \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ es la constante de gravitación universal

Las fuerzas gravitatorias se dirigen en la dirección de la recta que une los centros de las dos esferas (por esta razón a este tipo de fuerzas se les denomina *fuerzas centrales*), y son fuerzas de atracción.

Además varían con el cuadrado de la distancia de separación entre los cuerpos que interactúan.

FUERZAS GRAVITATORIAS

La expresión anterior se aplica directamente a esferas y partículas puntuales. La fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra sobre un objeto es relativamente grande a causa de la gran masa de la Tierra.

Por el contrario, la fuerza gravitatoria entre dos objetos de masa mediana es muy pequeña y difícil de detectar, como se muestra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo: Los centros de dos esferas de 10 kg distan entre sí 10 cm

a) ¿Cuál es su atracción gravitatoria?

b) ¿Cuál es la razón de esta atracción al peso de una de las esferas?

$$F_g = G \frac{m \cdot m'}{r^2} = (6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2) \frac{(10 \text{ kg})(10 \text{ kg})}{(0,10 \text{ m})^2} = 6,67 \times 10^{-7} \text{ N}$$

Mientras que el peso vale: $\text{Peso} = m \cdot g = 10 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$

$$\frac{F_g}{\text{Peso}} = \frac{6,11 \times 10^{-7}}{98} = 6,8 \times 10^{-9}$$

Este pequeño valor de este cociente explica por qué no notamos la atracción gravitatoria entre objetos de dimensiones ordinarias.

FUERZA GRAVITACIONAL Y PESO

El **peso** de un objeto es la fuerza gravitacional que éste experimenta.

Para un objeto próximo a la superficie terrestre, dicha fuerza se debe en su mayor parte a la atracción de la Tierra.

Si R_T es el radio de la Tierra y M_T su masa, un objeto de masa gravitatoria m en la superficie de la Tierra está sometido a una fuerza gravitatoria:

$$F_g = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

La aceleración g resultante de esta fuerza se calcula mediante la segunda ley de Newton, $F = ma$:

$$g = \frac{F_g}{m} = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Este resultado dice que la aceleración de la gravedad es la misma para todos los objetos. Como el radio de la Tierra R_T es de 6.400 km, la aceleración gravitatoria a unos pocos metros o incluso a unos pocos kilómetros por encima de la superficie terrestre no diferirá mucho de $9,8 \text{ m/s}^2$.

Estrictamente, el valor de g para una altura h sobre la superficie de la Tierra vale:

$$g(h) = G \frac{M_T}{r^2} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

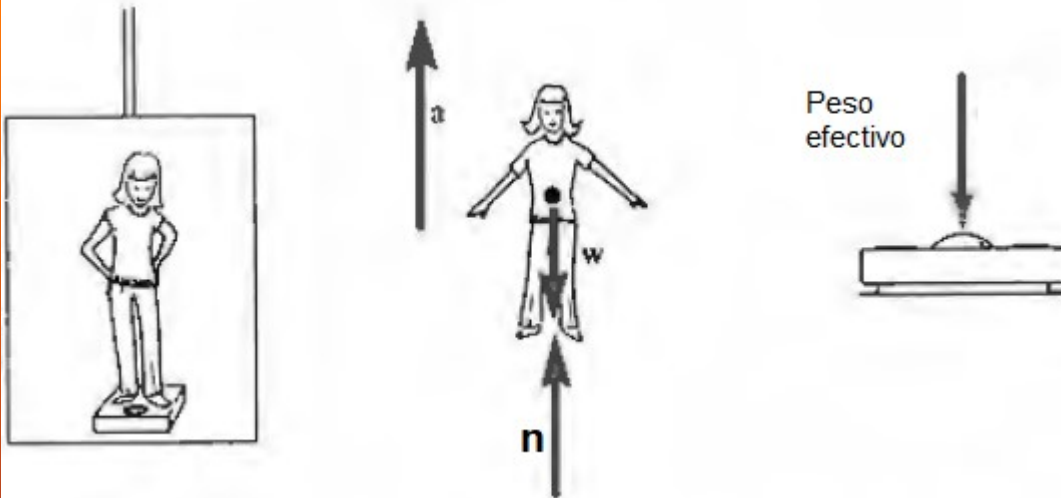
Peso efectivo e ingravidez aparente

Cuando un ascensor empieza a moverse hacia arriba, acelera brevemente y a continuación sigue a velocidad constante hasta que se aproxima al piso deseado. Durante la aceleración hacia arriba nos sentimos más pesados que lo habitual. Análogamente, cuando la aceleración se dirige hacia abajo, sentimos como si nuestro peso se redujera.

Nuestro peso es la fuerza gravitatoria que sobre nosotros ejerce la Tierra, y ésta, claro está, no varía por el hecho de encontrarnos en el ascensor.

Sin embargo, la percepción de nuestro peso viene determinada por las fuerzas que sobre nosotros ejerzan el suelo, la silla o lo que nos soporte.

Estas fuerzas no son iguales al peso cuando estamos sometidos a una aceleración.



El **peso efectivo** de un objeto se define como la fuerza total que dicho objeto ejerce sobre un dinamómetro, o balanza de resorte.

Según la tercera ley de Newton del movimiento, ésta tiene el mismo módulo y sentido opuesto a la fuerza n que el dinamómetro ejerce sobre la persona o el objeto.

El vector correspondiente al peso efectivo = $-n$

Peso efectivo e ingravidez aparente



Pasajero de masa m viaja en ascensor que sube con aceleración a_y , una balanza da como peso aparente: $n = m(g+a_y)$

El caso extremo caída libre: $a_y = -g$

En este caso, $n = 0$ y el pasajero siente que no tiene peso.

Un astronauta en órbita alrededor de la Tierra en su nave espacial experimenta **ingravidez aparente**.

En ambos casos, la persona no está verdaderamente en ingravidez (hay fuerza gravitacional); pero las sensaciones de las personas en caída libre son las mismas que experimentan los individuos cuando se encuentran en el espacio exterior sin experimentar gravedad.

Algunos tips a tener en cuenta:

1) Tercera ley de Newton: Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes.

2) Diagrama de cuerpo libre (DCL).

La etapa más importante en la resolución de un problema que utiliza las leyes de Newton es dibujar un bosquejo adecuado, el diagrama de cuerpo libre.

3) El signo igual se usa en situaciones limitadas: $f_E \leq \mu_E \cdot n$

En esta el signo igual se usa sólo en caso de que las superficies estén a punto de liberarse y comiencen a deslizarse.

No caiga en la trampa común de usar $f_E = \mu_E \cdot n$ en cualquier situación estática.

4) Ecuaciones de fricción no son ecuaciones vectoriales.

5) Sentido de la fuerza de fricción: la fuerza de fricción en un objeto es opuesta a su movimiento o al movimiento inminente en relación con la superficie”.

6) Es un error decir que la fuerza de fricción se opone al movimiento!!

Ejercicio 3.7: Dentro de un ascensor

7.- Una mujer tiene 65 kg de masa, y está parada en el interior de un elevador en una báscula (balanza) de baño, calibrada en newton.

Calcule la indicación o lectura de la báscula en cada uno de los casos siguientes, y explique, en términos de las fuerzas que actúan sobre la báscula, por qué da esas lecturas:

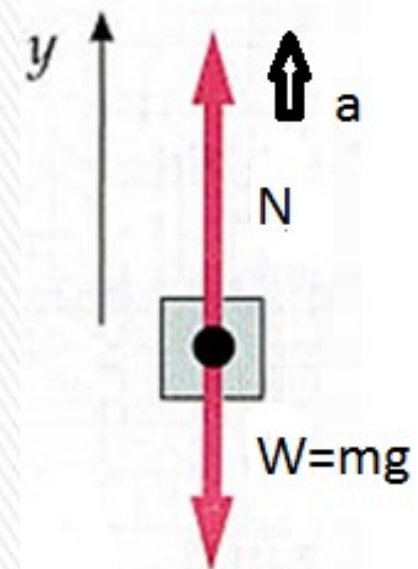
- el elevador está estacionario
- el elevador acelera hacia arriba a $2,0 \text{ m/s}^2$
- el elevador acelera hacia abajo a $2,0 \text{ m/s}^2$
- el elevador desciende con velocidad constante
- el elevador cae libremente al romperse su cable.

¿Qué es lo que indica la balanza?

La balanza marca *la magnitud* de la fuerza hacia abajo ejercida *por la mujer sobre la balanza*; por la 3era. ley de Newton, es igual a la magnitud de la fuerza normal hacia arriba ejercida *por la báscula sobre la mujer*.

Por lo tanto, nuestra incógnita es la magnitud N de la fuerza normal: la cual es igual y opuesta en sentido al llamado *peso aparente*.

D.C.L.



2da. Ley de Newton: $ma = N - W$ $N = ma + W = ma + mg = m(a + g)$

7.- Una mujer tiene 65 kg de masa, y está parada en el interior de un elevador en una báscula (balanza) de baño, calibrada en newton.

Calcule la indicación o lectura de la báscula en cada uno de los casos siguientes, y explique, en términos de las fuerzas que actúan sobre la báscula, por qué da esas lecturas:

- a) el elevador está estacionario
- b) el elevador acelera hacia arriba a $2,0 \text{ m/s}^2$
- c) el elevador acelera hacia abajo a $2,0 \text{ m/s}^2$
- d) el elevador desciende con velocidad constante
- e) el elevador cae libremente al romperse su cable.

$$N = m(a+g)$$

a) Si el elevador está estacionario, $a = 0$ entonces $N = m \cdot g = 65 \times 9,8 = 637 \text{ N}$

indicación de la balanza: $6,4 \times 10^1 \text{ N}$ (lo que mostraría sería 640 N)

b) $a = +2,0 \text{ m/s}^2$ entonces $N = m \cdot (g+a) = 65 \times (9,8+2,0) = 767 \text{ N}$

indicación de la balanza: $7,7 \times 10^1 \text{ N}$ (lo que mostraría sería 770 N)

c) $a = -2,0 \text{ m/s}^2$ entonces $N = m \cdot (g-a) = 65 \times (9,8-2,0) = 507 \text{ N}$

indicación de la balanza: $5,1 \times 10^1 \text{ N}$ (lo que mostraría sería 510 N)

d) $a = 0 \text{ m/s}^2$ entonces $N = m \cdot (g) = 65 \times (9,8) = 637 \text{ N}$

indicación de la balanza: $6,4 \times 10^1 \text{ N}$ (lo que mostraría sería 640 N)

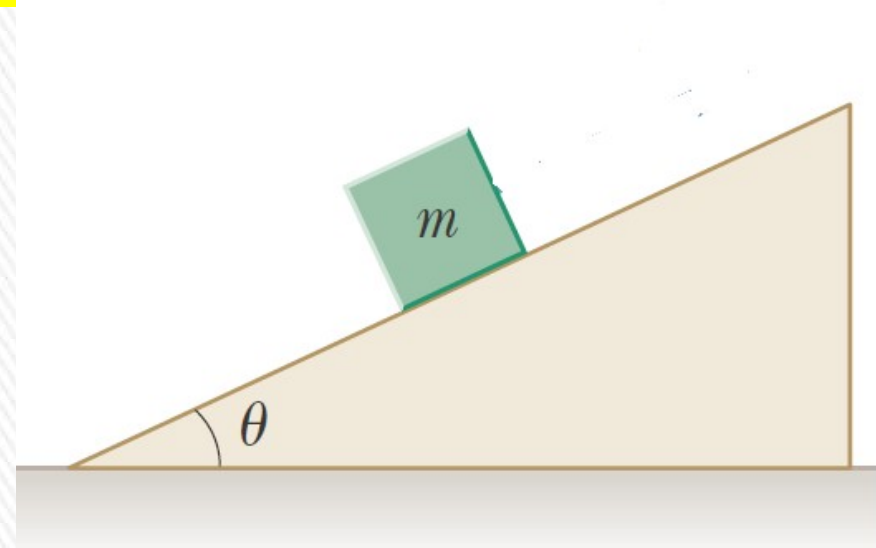
e) $a = -9,8 \text{ m/s}^2$ entonces $N = m \cdot (g-g) = 65 \times (0) = 0 \text{ N}$

indicación de la balanza: 0 N (lo que mostraría sería 0 N)



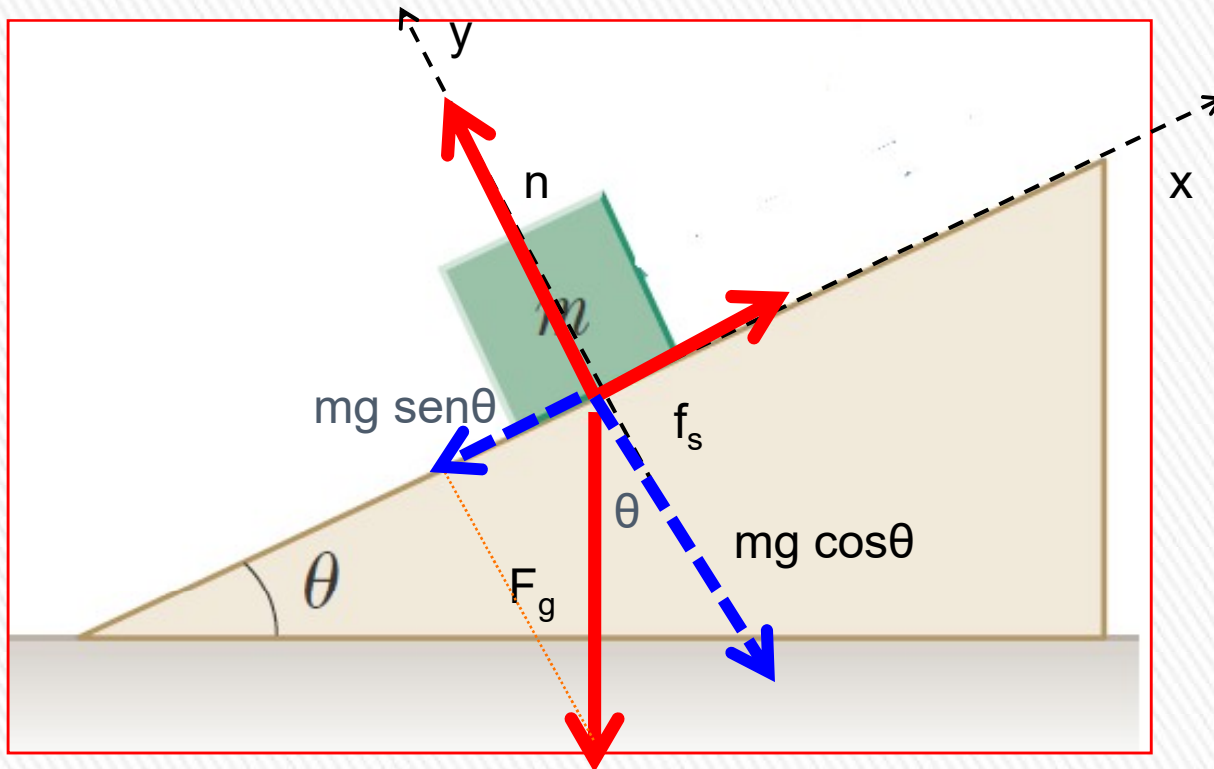
Ejemplo: determinación de coeficientes de fricción

Suponga que un bloque con masa de $m = 2,50 \text{ kg}$ está en reposo sobre una rampa. Si el coeficiente de fricción estática entre el bloque y la rampa es $\mu_s = 0,350$, ¿cuál es el ángulo máximo θ_m que la rampa puede formar con la horizontal antes de que el bloque empiece a deslizarse hacia abajo?



- Es una aplicación de la segunda ley de Newton, con la particularidad que busco el ángulo θ máximo, para que el bloque se quede en equilibrio.
- Voy a elegir sistema de coordenadas inclinadas, con el eje x, según la dirección del plano inclinado.
- Realizo el DCL.
- Analizo la situación en que el bloque está a punto de deslizarse cuando la fuerza de fricción estática toma su valor máximo: $f_s = \mu_s \cdot n$.
- *Planteo la 2da. Ley de Newton para c/u de los ejes (asumo que estoy en marco referencia inercial)*

Ejemplo: determinación de coeficientes de fricción



El peso. F_g vale mg

Planteo la 2da. Ley de Newton para c/u de los ejes:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_x \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y \quad (2)$$

En este caso como queremos que esté en equilibrio: $a_x = a_y = 0$

$$x) f_s - mg \sin \theta = 0 \quad f_s = mg \sin \theta \quad (3)$$

$$y) n - mg \cos \theta = 0 \quad n = mg \cos \theta \quad (4)$$

Recordar que en general f_s es menor o igual a $\mu_s n$

Como estoy considerando la condición límite: $f_s = \mu_s n$ $\mu_s n = mg \sin \theta$ (3')

$$\text{Dividiendo (3')/(4): } \frac{\mu_s n}{n} = \frac{mg \sin \theta}{mg \cos \theta} \quad \mu_s = \tan \theta \quad \theta = \tan^{-1} \mu_s$$

$$\theta = \tan^{-1} \mu_s = \tan^{-1} 0,350 = 19,3^\circ$$

Ejemplo: ejercicio 3.6

6.- Considere dos bloques del mismo material, uno con el doble de masa que el otro, que son colocados en una rampa inclinada, de forma que permanecen en reposo.

- Si se aumenta el ángulo de la rampa con la mesa, ¿cuál de los dos bloques cae primero?
- ¿Cómo cambian los ángulos a los cuales comienzan a deslizar si la superficie es más rugosa?
- ¿Cómo se podría determinar el coeficiente de rozamiento estático entre la superficie del bloque y la de la rampa a partir de la experiencia?

a) Por lo visto en el ejemplo, no depende la masa del bloque.

b) Si la superficie se hace más rugosa, aumenta μ_s y por tanto el ángulo θ puede crecer.

c) Voy variando el ángulo θ , hasta que comienza a deslizar, cuándo sucede eso, mido el ángulo y el coeficiente de fricción estático valdrá la tangente de dicho ángulo.



Algunos tips a tener en cuenta:

1) Tercera ley de Newton: Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes.

2) Diagrama de cuerpo libre (DCL).

La etapa más importante en la resolución de un problema que utiliza las leyes de Newton es dibujar un bosquejo adecuado, el diagrama de cuerpo libre.

3) El signo igual se usa en situaciones limitadas: $f_E \leq \mu_E \cdot n$

En esta el signo igual se usa sólo en caso de que las superficies estén a punto de liberarse y comiencen a deslizarse.

No caiga en la trampa común de usar $f_E = \mu_E \cdot n$ en cualquier situación estática.

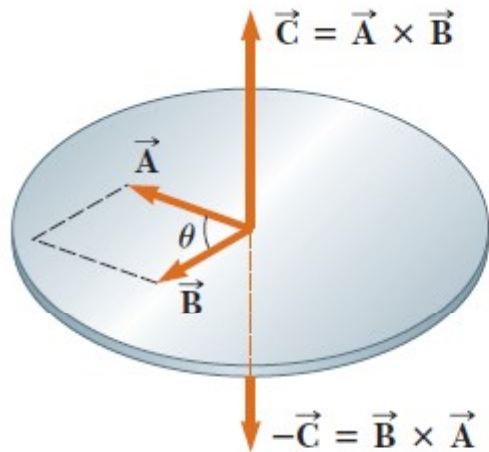
4) Ecuaciones de fricción no son ecuaciones vectoriales.

5) Sentido de la fuerza de fricción: la fuerza de fricción en un objeto es opuesta a su movimiento o al movimiento inminente en relación con la superficie”.

6) Es un error decir que la fuerza de fricción se opone al movimiento!!

PRODUCTO VECTORIAL

Es otro vector \mathbf{C} cuyo módulo vale $C = AB \sin\theta$, es perpendicular al plano determinados por los vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} , y sentido dado por la regla de la mano derecha.



Regla de la mano derecha



$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$$C = AB \sin \theta$$

Producto vectorial entre versores

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \mathbf{0}$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$$

PRODUCTO VECTORIAL- Propiedades

1- No es conmutativo, en realidad es anticonmutativo: $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

2- El producto vectorial de dos vectores paralelos ($\theta = 0$ ó 180°) es nulo.

3- El módulo del producto vectorial de dos vectores perpendiculares es igual al producto de los módulos.

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB.$$

4- El producto vectorial cumple con la propiedad distributiva respecto a la suma:

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

5- Producto vectorial a través de componentes de los vectores:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$$

$$\begin{aligned}\vec{A} \times \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x \hat{i} \times B_x \hat{i} + A_x \hat{i} \times B_y \hat{j} + A_x \hat{i} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_y \hat{j} \times B_x \hat{i} + A_y \hat{j} \times B_y \hat{j} + A_y \hat{j} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_z \hat{k} \times B_x \hat{i} + A_z \hat{k} \times B_y \hat{j} + A_z \hat{k} \times B_z \hat{k}\end{aligned}$$

PRODUCTO VECTORIAL

El producto vectorial también puede expresarse en forma de determinante:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

CALMA:

Hemos introducido el producto vectorial para formalizar la definición física del torque , y de otras cantidades físicas que veremos próximamente como el momento angular...

Pero en los hechos no deberemos hacer uso de este manejo algebraico, sino limitarnos a sus propiedades fundamentales-



ESTÁTICA

Estática: estudio de las fuerzas que actúan sobre un objeto que está en equilibrio y en reposo.

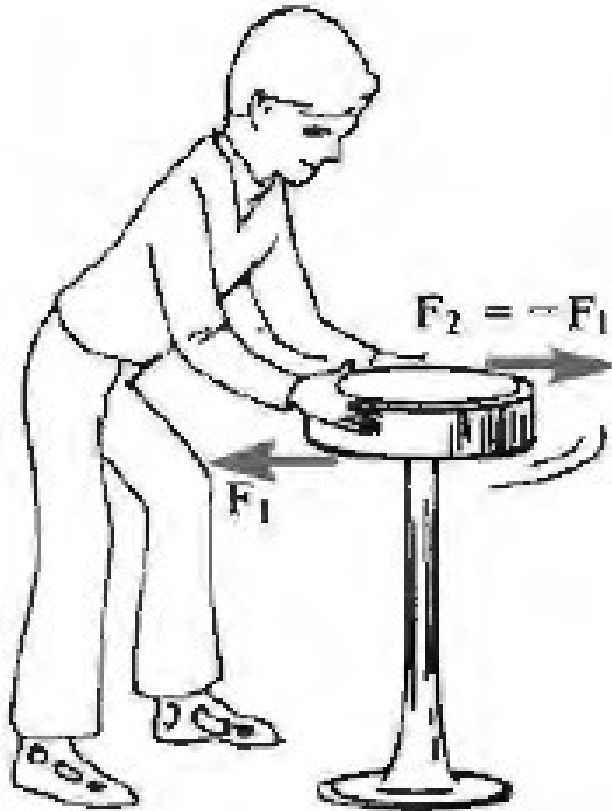
Explica la **multiplicación de fuerzas** o **ventaja mecánica** obtenida con **las máquinas simples**, (palancas, sistemas de poleas), analiza el **equilibrio y estabilidad**.

Analizaremos las condiciones de equilibrio de un **sólido rígido** (o simplemente **rígido**): **objeto ideal que ocupa un lugar en el espacio y que no cambia su forma ni su tamaño al ser sometido a diferentes esfuerzos (modelo)**.

Objetos reales: constituidos por partículas (átomos y moléculas) que se mantienen unidas por fuerzas que actúan entre ellas, pudiendo vibrar o deformarse.

Objetos sólidos como rocas, huesos o vigas de acero son suficientemente rígidos como para que dichas **deformaciones resulten despreciables.**

Momento o torque



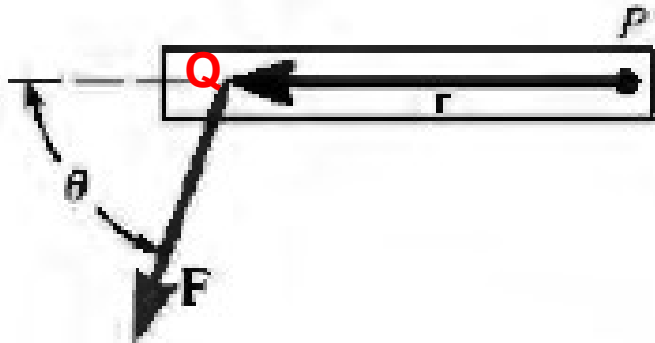
Taburete giratorio, aplico dos fuerzas iguales y opuestas F_1 y F_2 en lados opuestos del asiento, éste empieza a girar...

El asiento no permanece en reposo aún cuando la fuerza neta sea cero!!!

Por tanto además de $\Sigma \mathbf{F} = 0$, (fuerza neta igual a cero) necesitamos otra condición de equilibrio para excluir la posibilidad de rotación.

La magnitud que indica la capacidad de una fuerza para producir rotación se llama **momento de torsión (momento) o torque**.

Un sólido rígido está en equilibrio de rotación cuando no actúa sobre él ningún momento o torque neto.



El **momento** o **torque** τ depende de la **fuerza** F , de la **distancia** r desde un punto del eje de rotación hasta el punto en que actúa la fuerza y del **ángulo** θ entre r y F .

El módulo del momento o torque alrededor del punto P vale: $\tau = r.F \text{sen } \theta$
Y veremos que corresponde al módulo de un **producto vectorial**.