Práctico 4

1. A partir de las ecuaciones de estado, continuidad y Euler, junto con sus definiciones, demuestre que el potencial de velocidades, la sobrepresión y la densidad cumplen con la ecuación de ondas homogénea.

2. (a) Mostrar que la expresión $P' = Ae^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$ representa una onda plana con dirección de propagación $\vec{k}$. (b) Hallar la velocidad particular $\vec{u}(\vec{r},t)$ para esta onda y mostrar que está en fase con la sobrepresión. (c) Hallar la impedancia acústica específica $z_e = P'/|\vec{u}|$.

3. (a) Para una onda plana $P' = Ae^{i(\omega t - kx)}$, hallar la velocidad particular $\vec{u}$. (b) encuentre la expresión para el número de Mach $M = U_0/c$ en función de A, ρ_0 y c donde U_0 es la amplitud de la velocidad particular $\vec{u}$. (b) Mostrar que $M = |\rho'|/\rho_0$.

4. En la linealización de la ecuación de movimiento, despreciamos la diferencia entre la derivada Lagrangiana (d/dt) y la derivada Euleriana ($\partial/\partial t$). Considere una onda acústica plana que se propaga en la dirección positiva de x. (a) Mostrar que la diferencia entre estas dos derivadas es $u\ \partial u/\partial x$. (b) Mostrar que la razón entre $u\ \partial u/\partial x$ y $\partial u/\partial t$ es igual al número de Mach $M = U_0/c = |\rho'|/\rho_0$.

5. *Velocidad del sonido:* (a) Asumiendo que la presión del gas es poco modificada por la perturbación generada por una onda, exprese la relación entre la sobrepresión P' y la densidad ρ en términos del módulo elástico de compresibilidad $\mathcal{B} = \rho_0 \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{\rho_0}$ Sugerencia: represente la relación con una expansión de Taylor. (b) A partir de la deducción de la ecuación de onda para la sobrepresión encuentre una relación entre la velocidad y el módulo de compresibilidad. (c) Asumiendo que el proceso de propagación de la onda es adiabático, halle la velocidad del sonido para el aire (datos: $\rho_{aire}(T = 273K) = 1.239\, Kg/m^3$, $\gamma_{aire} = 1.402$). (d) Usando la ley de los gases ideales halle la dependencia de la velocidad del sonido con la temperatura del gas.

6. Utilizando que $\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla P'$ (ecuación de Euler linealizada) muestre que para una onda armónica ($P' = P_0 cos(\omega t - kx)$) se cumple que la densidad de energía media en un período es $\langle \epsilon \rangle = \frac{U_0 P_0}{2c}$, donde U_0 es la amplitud de oscilación de la velocidad particular.

7. Encuentre el potencial de velocidades, la densidad de energía y la intensidad promedio para las ondas: (a) $P' = Ae^{i(\omega t - kx)}$ (b) $P' = Acos(\omega t)cos(kx)$

8. (a) Hallar la intensidad media $\langle I \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T P'udt$ para una onda armónica plana. (b) Si La amplitud de presión acústica A de una onda plana vale 2 N/m^2. (i) Hallar la intensidad promedio. (ii) Hallar la amplitud de la velocidad particular U_0. (iii) Hallar el nivel de intensidad NI expresado en dB ($I_{ref} = 10^{-12}\ W/m^2$).

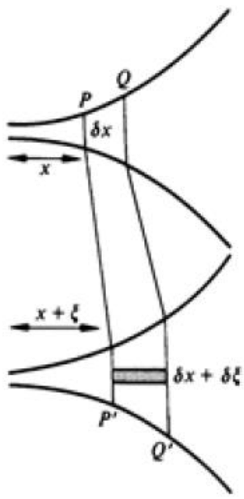
9. Hallar la densidad de energía y la amplitud de presión acústica de una onda plana que se propaga en aire cuyo nivel de intensidad es $NI = 73$ dB ($I_{ref} = 10^{-12}\ W/m^2$).

10. La cavitación es un fenómeno en el cual variaciones bruscas en la presión de un fluido dan origen a burbujas de aire en las regiones donde la presión es más baja. En el agua, la cavitación se produce si la amplitud de la presión acústica supera la presión hidrostática. (a) Hallar la intensidad máxima que se puede propagar sin producir cavitación si la presión hidrostática es 200 kPa. (b) Expresar el valor hallado en escala de dB (@1 µbar).

11. Derive una ecuación para el aumento adiabático de temperaturas ΔT producido en un gas debido a la propagación de una onda sonora. ¿Cuál es este aumento si la onda se propaga en aire a $20\ °C$ a presión normal y tiene una intensidad de $10\ W/m^2$?

12. (a) Se tiene una cavidad en forma de prisma de altura c y base rectangular, de lados a , b. Halle los modos normales de esta cavidad suponiendo que todos sus bordes son rígidos. (b) Repita para una cavidad cilíndrica de base de radio a y altura H.

13. Un tanque cilíndrico de $1m$ de radio y $1m$ de altura está lleno de agua ($c = 1500\frac{m}{s}$). Calcule las frecuencias y las posiciones de los nodos de los 3 modos normales de frecuencias más bajas.



14. Considere la propagación de ondas de presión a lo largo de un tubo de sección transversal S que varía lentamente a lo largo de su longitud en la dirección x. (a) A partir de la ecuación de continuidad de la masa obtenga la expresión para la sobre densidad con la sobrepresión cero:

$$\rho_0 = \rho\left(1 + \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\zeta}{S}\frac{\partial S}{\partial x}\right)$$

(b) Obtenga la ecuación para la propagación ondulatoria:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{S}\frac{\partial}{\partial x}(S\zeta)\right)$$

(c) Estudie los casos $S(x) = S_0 e^{2ax}$ y $S(x) = S_0 x$