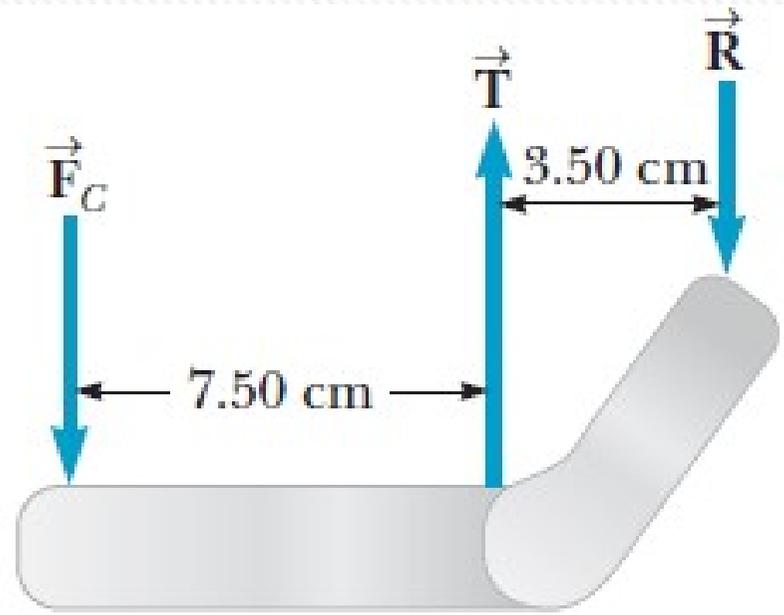
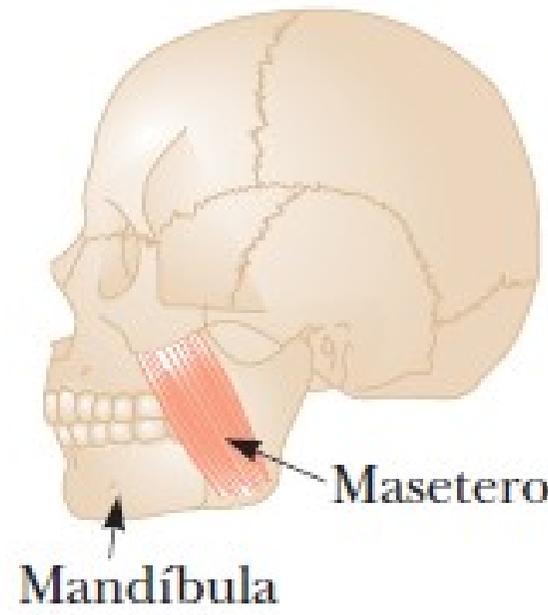
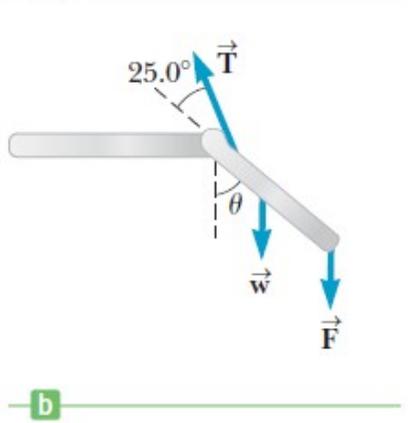
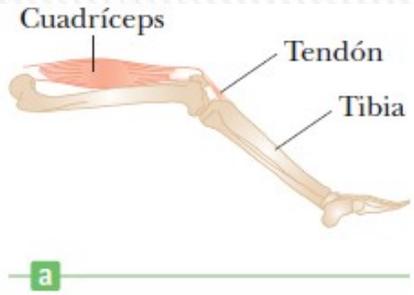
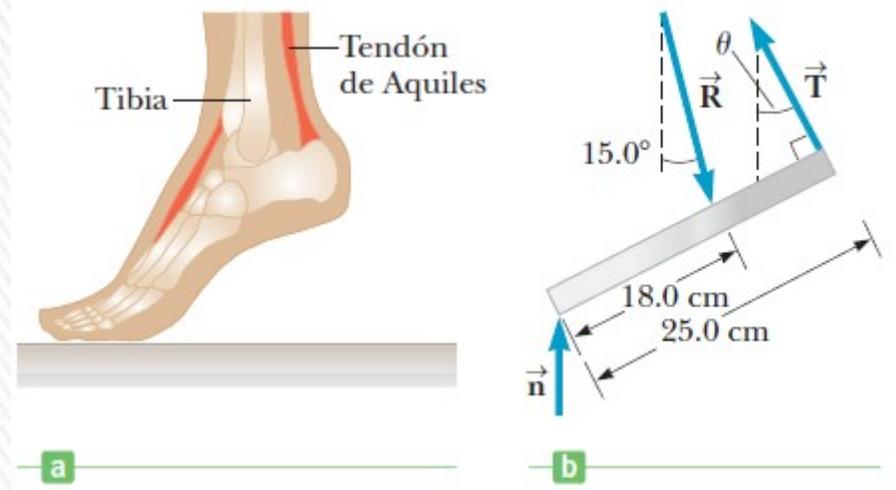
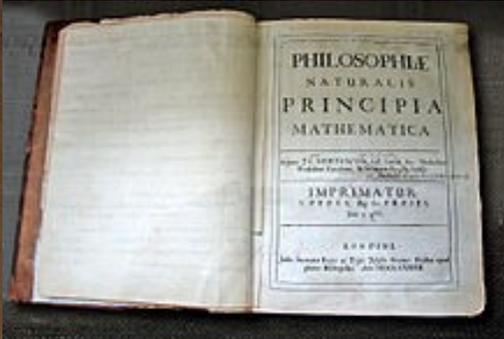
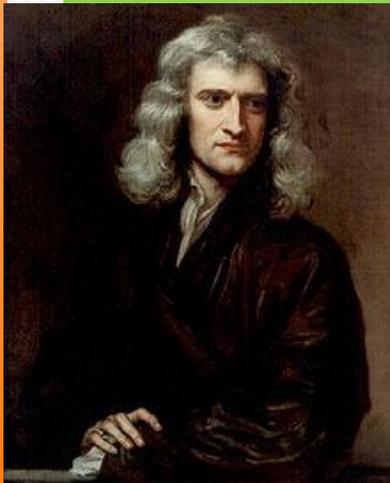


# 6- LEYES DEL MOVIMIENTO Y EQUILIBRIO ESTÁTICO



## REPASO CLASE PASADA

### ¿Consultas o dudas de lo visto anteriormente?

1. Concepto de fuerza y masa.
2. Principio de superposición. Marcos de referencia inercial.
3. Las tres leyes de Newton del movimiento. Enunciado, validez de las mismas y significado.
4. Diagramas del cuerpo libre (DCL).
5. Fuerzas de rozamiento, coeficientes de fricción estática y cinética.
6. Fuerzas gravitatorias y peso.



# Cuestiones que pretendemos responder hoy:

1. Peso efectivo e ingravidez aparente.
2. Ejemplos de aplicación de leyes de Newton.
3. Concepto de producto vectorial.
4. Torque o momento de torsión o de una fuerza.
5. Condiciones de equilibrio estático.



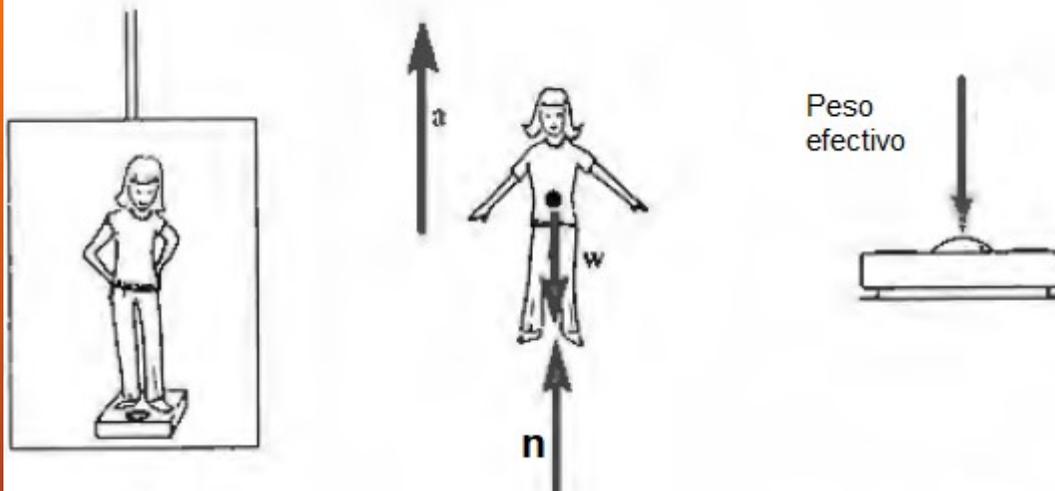
## Peso efectivo e ingravidez aparente

Cuando un ascensor acelera hacia arriba nos sentimos más pesados que lo habitual, en cambio cuando acelera hacia abajo, sentimos como si nuestro peso se redujera.

Nuestro peso es la fuerza gravitatoria que sobre nosotros ejerce la Tierra, y no varía por el hecho de encontrarnos en el ascensor.

**Sin embargo, la percepción de nuestro peso viene determinada por las fuerzas que sobre nosotros ejerzan el suelo, la silla o lo que nos soporte.**

Estas fuerzas no son iguales al peso cuando estamos sometidos a una aceleración.



El vector correspondiente al peso efectivo =  $-n$

El **peso efectivo** de un objeto es la fuerza total que el objeto ejerce sobre un dinamómetro, o balanza de resorte, o en gral. sobre la superficie que lo sustenta.

Por la 3era. ley de Newton ésta tiene el mismo módulo y sentido opuesto a la fuerza  $n$  que el dinamómetro ejerce <sup>4</sup> sobre la persona o el objeto.

## Peso efectivo e ingravidez aparente



Pasajero de masa  $m$  viaja en ascensor que sube con aceleración  $a_y$ , una balanza da como peso aparente:  $n = m(g+a_y)$

El caso extremo caída libre:  $a_y = -g$

En este caso,  $n = 0$  y el pasajero siente que no tiene peso.

Un astronauta en órbita alrededor de la Tierra en su nave espacial experimenta **ingravidez aparente**.

En ambos casos, la persona no está verdaderamente en ingravidez (hay fuerza gravitacional); pero las sensaciones de las personas en caída libre son las mismas que experimentan los individuos cuando se encuentran en el espacio exterior sin experimentar gravedad.

## Ejercicio 3.7: Dentro de un ascensor

7.- Una mujer tiene 65 kg de masa, y está parada en el interior de un elevador en una báscula (balanza) de baño, calibrada en newton.

Calcule la indicación o lectura de la báscula en cada uno de los casos siguientes, y explique, en términos de las fuerzas que actúan sobre la báscula, por qué da esas lecturas:

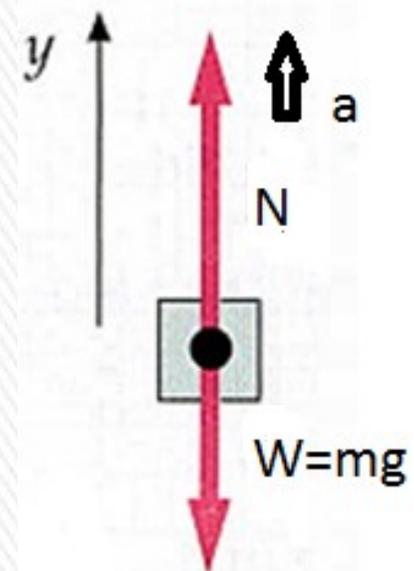
- el elevador está estacionario
- el elevador acelera hacia arriba a  $2,0 \text{ m/s}^2$
- el elevador acelera hacia abajo a  $2,0 \text{ m/s}^2$
- el elevador desciende con velocidad constante
- el elevador cae libremente al romperse su cable.

¿Qué es lo que indica la balanza?

La balanza marca *la magnitud* de la fuerza hacia abajo ejercida *por la mujer sobre la balanza*; por la 3era. ley de Newton, es igual a la magnitud de la fuerza normal hacia arriba ejercida *por la báscula sobre la mujer*.

Por lo tanto, nuestra incógnita es la magnitud  $N$  de la fuerza normal: la cual es igual y opuesta en sentido al llamado *peso aparente*.

D.C.L.



2da. Ley de Newton:  $ma = N - W$        $N = ma + W = ma + mg = m(a + g)$

7.- Una mujer tiene 65 kg de masa, y está parada en el interior de un elevador en una báscula (balanza) de baño, calibrada en newton.

Calcule la indicación o lectura de la báscula en cada uno de los casos siguientes, y explique, en términos de las fuerzas que actúan sobre la báscula, por qué da esas lecturas:

- a) el elevador está estacionario
- b) el elevador acelera hacia arriba a  $2,0 \text{ m/s}^2$
- c) el elevador acelera hacia abajo a  $2,0 \text{ m/s}^2$
- d) el elevador desciende con velocidad constante
- e) el elevador cae libremente al romperse su cable.

$$N = m(a+g)$$

a) Si el elevador está estacionario,  $a = 0$  entonces  $N = m \cdot g = 65 \times 9,8 = 637 \text{ N}$

**indicación de la balanza:  $6,4 \times 10^1 \text{ N}$  (lo que mostraría sería 640 N)**

b)  $a = +2,0 \text{ m/s}^2$  entonces  $N = m \cdot (g+a) = 65 \times (9,8+2,0) = 767 \text{ N}$

**indicación de la balanza:  $7,7 \times 10^1 \text{ N}$  (lo que mostraría sería 770 N)**

c)  $a = -2,0 \text{ m/s}^2$  entonces  $N = m \cdot (g-a) = 65 \times (9,8-2,0) = 507 \text{ N}$

**indicación de la balanza:  $5,1 \times 10^1 \text{ N}$  (lo que mostraría sería 510 N)**

d)  $a = 0 \text{ m/s}^2$  entonces  $N = m \cdot (g) = 65 \times (9,8) = 637 \text{ N}$

**indicación de la balanza:  $6,4 \times 10^1 \text{ N}$  (lo que mostraría sería 640 N)**

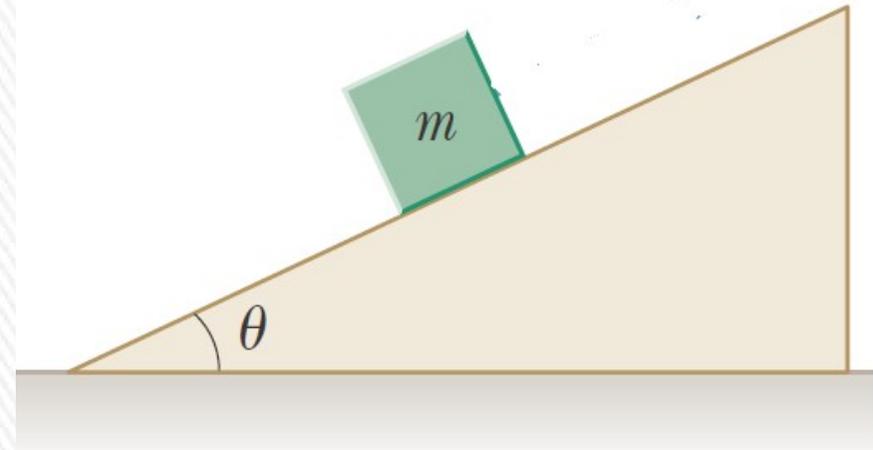
e)  $a = -9,8 \text{ m/s}^2$  entonces  $N = m \cdot (g-g) = 65 \times (0) = 0 \text{ N}$

**indicación de la balanza: 0 N (lo que mostraría sería 0 N)**



## Ejemplo: determinación de coeficientes de fricción

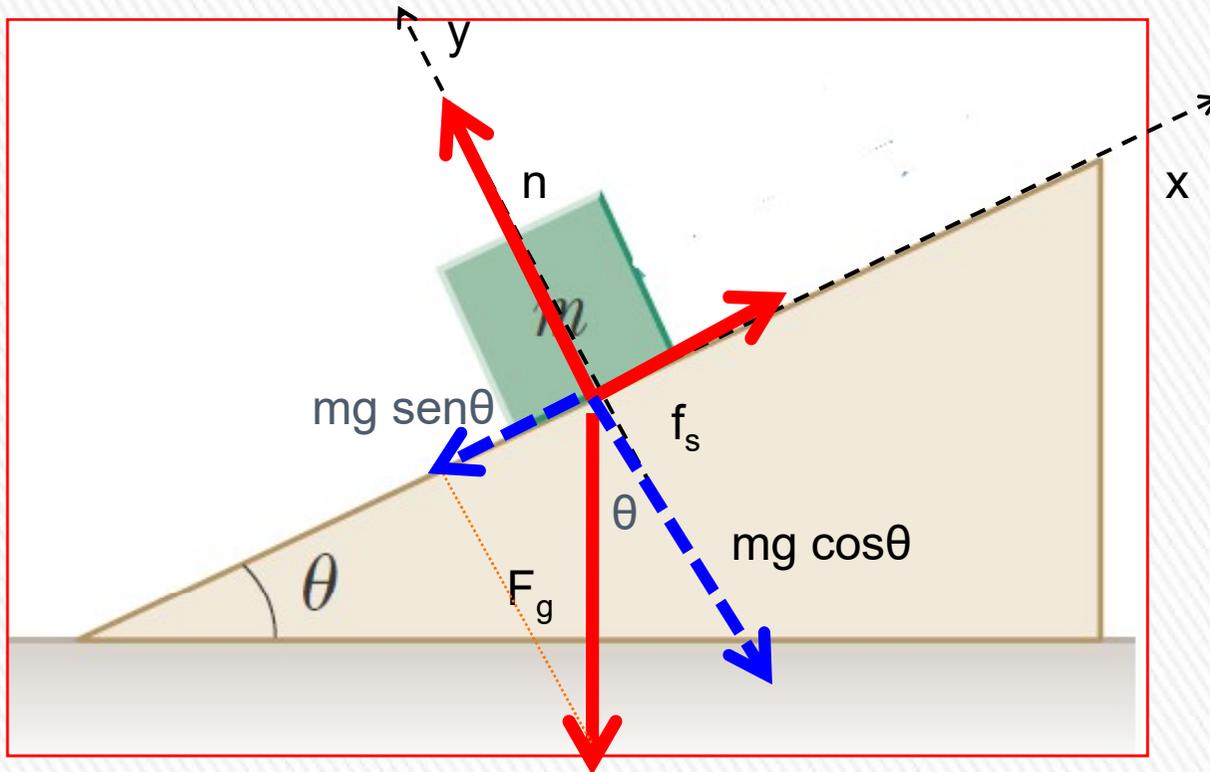
Suponga que un bloque con masa  $m$  está en reposo sobre una rampa. Si el coeficiente de fricción estática entre el bloque y la rampa es  $\mu_s = 0,350$ , ¿cuál es el ángulo máximo  $\theta_m$  que la rampa puede formar con la horizontal antes de que el bloque empiece a deslizarse hacia abajo?



- Es una aplicación de la segunda ley de Newton, con la particularidad que busco el ángulo  $\theta$  máximo, para que el bloque se quede en equilibrio.
- Voy a elegir sistema de coordenadas inclinadas, con el eje  $x$ , según la dirección del plano inclinado.
- Realizo el DCL.
- Analizo la situación en que el bloque está a punto de deslizarse cuando la fuerza de fricción estática toma su valor máximo:  $f_s = \mu_s \cdot n$ .
- *Planteo la 2da. Ley de Newton para c/u de los ejes (asumo que estoy en marco referencia inercial)*



# Ejemplo: determinación de coeficientes de fricción



El peso.  $F_g$  vale  $mg$

Planteo la 2da. Ley de Newton para c/u de los ejes:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_x \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y \quad (2)$$

En este caso como queremos que esté en equilibrio:  $a_x = a_y = 0$

$$x) f_s - mg \operatorname{sen} \theta = 0 \quad f_s = mg \operatorname{sen} \theta \quad (3)$$

$$y) n - mg \operatorname{cos} \theta = 0 \quad n = mg \operatorname{cos} \theta \quad (4)$$

Recordar que en general  $f_s$  es menor o igual a  $\mu_s n$

Como estoy considerando la condición límite:  $f_s = \mu_s n$   $\mu_s n = mg \operatorname{sen} \theta$  (3')

$$\text{Dividiendo (3')/(4): } \frac{\mu_s n}{n} = \frac{mg \operatorname{sen} \theta}{mg \operatorname{cos} \theta} \quad \mu_s = \tan \theta \quad \theta = \tan^{-1} \mu_s$$

$$\theta = \tan^{-1} \mu_s = \tan^{-1} 0,350 = 19,3^\circ$$



## Ejemplo: ejercicio 3.6

6.- Considere dos bloques del mismo material, uno con el doble de masa que el otro, que son colocados en una rampa inclinada, de forma que permanecen en reposo.

- Si se aumenta el ángulo de la rampa con la mesa, ¿cuál de los dos bloques cae primero?
- ¿Cómo cambian los ángulos a los cuales comienzan a deslizar si la superficie es más rugosa?
- ¿Cómo se podría determinar el coeficiente de rozamiento estático entre la superficie del bloque y la de la rampa a partir de la experiencia?

a) Por lo visto en el ejemplo, no depende la masa del bloque.

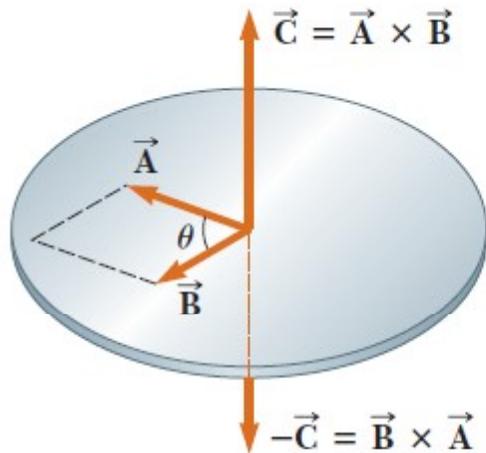
b) Si la superficie se hace más rugosa, aumenta  $\mu_s$  y por tanto el ángulo  $\theta$  puede crecer.

c) Voy variando el ángulo  $\theta$ , hasta que comienza a deslizar, cuándo sucede eso, mido el ángulo y el coeficiente de fricción estático valdrá la tangente de dicho ángulo.



# PRODUCTO VECTORIAL

Es otro vector  $\mathbf{C}$  cuyo módulo vale  $C = AB \sin\theta$ , es perpendicular al plano determinados por los vectores  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ , y sentido dado por la regla de la mano derecha.



Regla de la mano derecha



$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$$C = AB \sin \theta$$

**Producto vectorial  
entre versores**

$$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$$

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \mathbf{0}$$

Es anticonmutativo:  $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = -\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$

El producto vectorial de dos vectores paralelos ( $\theta = 0$  ó  $180^\circ$ ) es nulo.

El módulo del producto vectorial de dos vectores perpendiculares es igual al producto de los módulos.  $|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = AB$ .

El producto vectorial cumple con la propiedad distributiva respecto a la

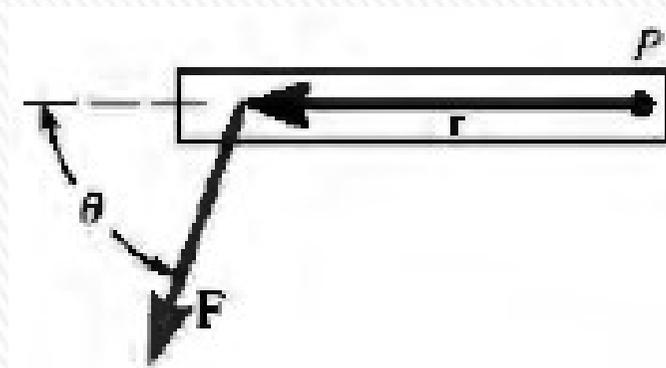
suma:  $\vec{\mathbf{A}} \times (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{C}}$

# ESTÁTICA, SÓLIDO RÍGIDO Y TORQUE

**Estática:** estudio de las fuerzas que actúan sobre un objeto que está en equilibrio y en reposo.

**Sólido rígido:** modelo de objeto ideal que ocupa un lugar en el espacio y que no cambia su forma ni su tamaño al ser sometido a diferentes esfuerzos.

**Torque:** medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza para provocar o modificar el movimiento de rotación de un cuerpo. Es una magnitud vectorial.

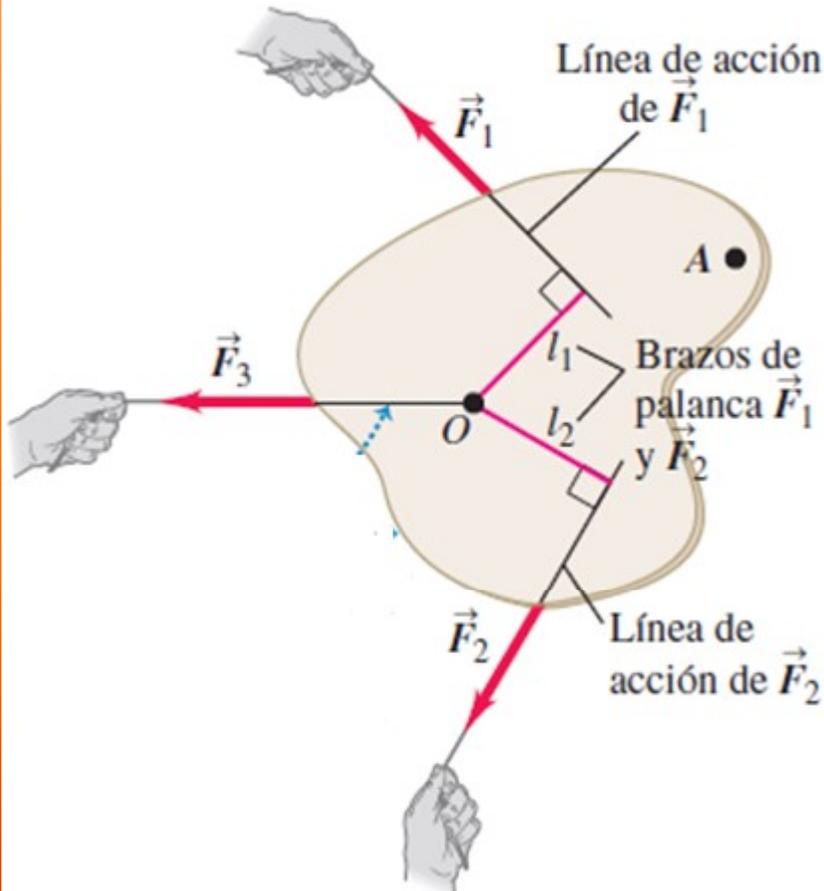


El **momento** o **torque**  $\tau$  depende de la **fuerza**  $F$ , de la **distancia**  $r$  desde un punto del eje de rotación hasta el punto en que actúa la fuerza y del **ángulo**  $\theta$  entre  $r$  y  $F$ .

$$\tau = r.F \text{sen } \theta$$

El módulo del momento o torque alrededor del punto  $P$  vale:  $\tau = r.F \text{sen } \theta$   
Y veremos que corresponde al módulo de un **producto vectorial**.

# MOMENTO O TORQUE ( $\tau$ )



La tendencia de  $F_1$  de provocar una rotación alrededor de  $O$  depende: del módulo de  $F_1$ , y de la distancia perpendicular  $l_1$  (entre punto  $O$  y la línea de acción de la fuerza): que es el **brazo de palanca o brazo de momento**.

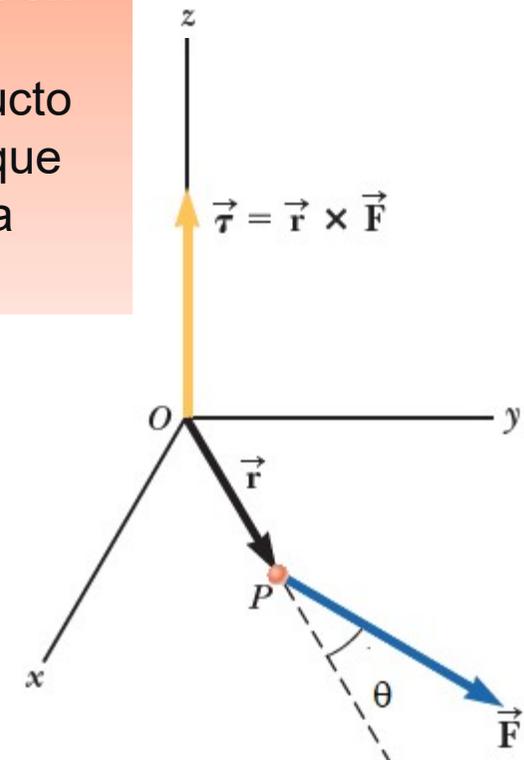
Se usa la letra griega  $\tau$  (tau) para el torque, y su módulo vale:

$$\tau = F l$$

Se define el torque de la fuerza  $\mathbf{F}$ , que se aplica en el punto  $P$ , respecto al punto  $O$  como el producto vectorial del vector  $\mathbf{r}$  (que va desde  $O$  a  $P$ ) por la fuerza  $\mathbf{F}$ .

$$\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r.F \text{sen } \theta$$



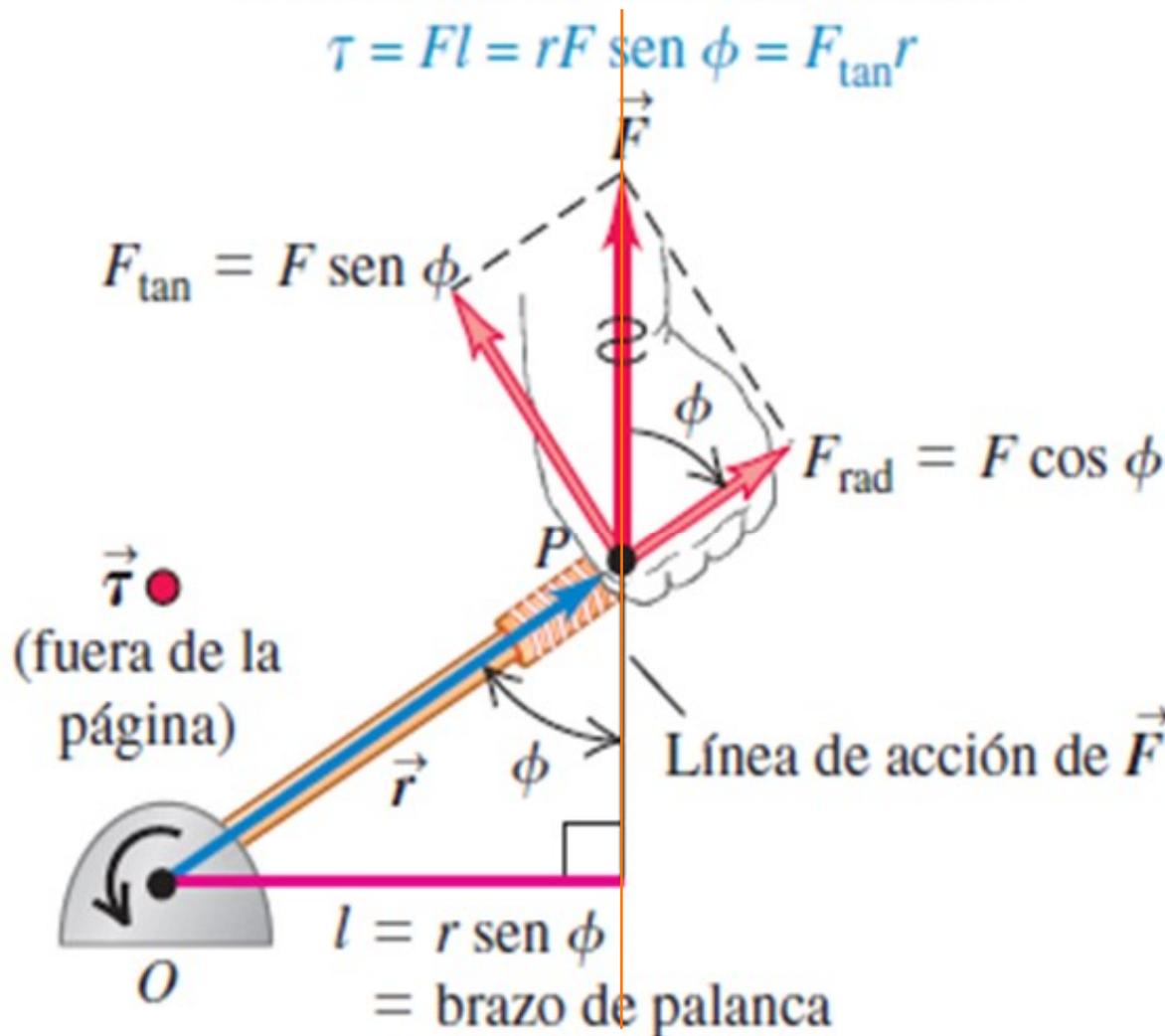
**CUIDADO ! El torque siempre se mide con respecto a un punto.**

Si modificamos la posición de este punto, el torque de cada fuerza también cambia.

# MOMENTO O TORQUE ( $\tau$ )

Tres maneras de calcular la torca:

$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{\text{tan}} r$$



**3 formas para calcular el torque:**

1) Encontrar el brazo de palanca  $l$  y utilizar  $\tau = Fl$ .

2. Determinar el ángulo  $\Phi$  entre los vectores  $r$  y  $F$ ; el brazo de palanca es  $r \text{ sen } \Phi$ , por lo que

$$\tau = rF \text{ sen } \Phi.$$

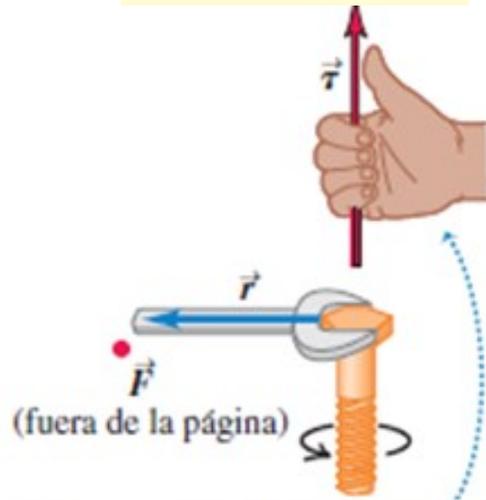
3. Descomponer  $F$  en  $F_{\text{tan}}$  y  $F_{\text{rad}}$  con respecto a la dirección de  $r$ .

$$\tau = r(F \text{ sen } \Phi) = r \cdot F_{\text{tan}}$$

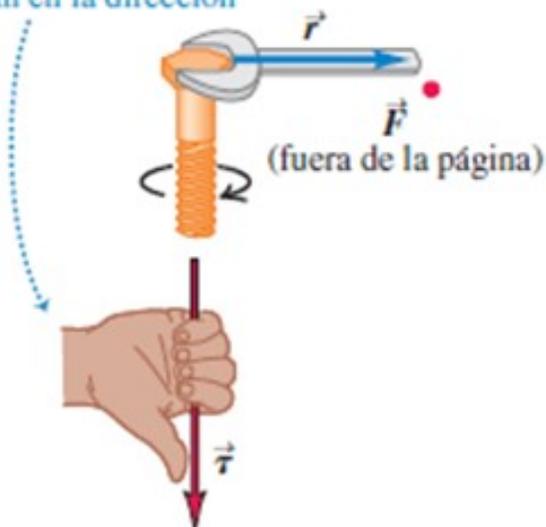
$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{\text{tan}} r$$

# MOMENTO O TORQUE ( $\tau$ )

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Si usted apunta con los dedos de la mano derecha en la dirección de  $\vec{r}$  y luego los enrosca en la dirección de  $\vec{F}$ , sus pulgares extendidos apuntarán en la dirección de  $\vec{\tau}$ .



Los torques pueden provocar rotación en cualquier *sentido* (*antihorario u horario*).

Se debe **elegir un sentido de giro positivo**. Habitualmente se elige que los **torques en sentido antihorario son positivos**.

La **unidad del SI del torque es el newton-metro**.

Como el torque *no es trabajo ni energía* se expresa en **newton-metros, no en joules**.

Vectores perpendiculares al plano  
(x) entrante al plano  
(•) saliente al plano

# CONDICIONES DE EQUILIBRIO

**Dos condiciones de equilibrio:** Condiciones necesarias y suficientes.

$$\sum \bar{F} = 0$$

$$\sum \bar{\tau} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

Alrededor de cualquier punto

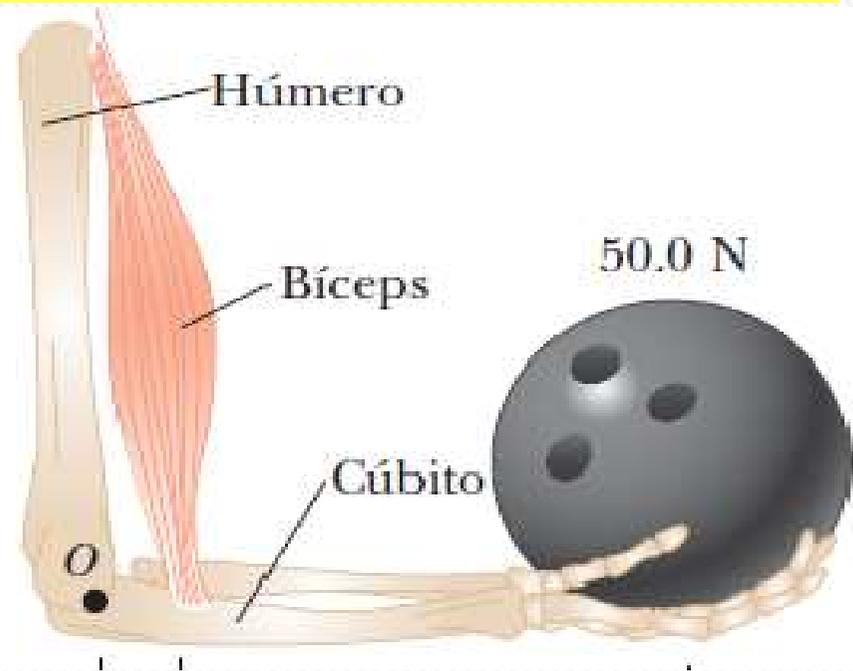
Situaciones en las que un cuerpo rígido está en reposo (sin traslación ni rotación): **equilibrio estático**.

Las mismas condiciones son válidas para un cuerpo rígido con movimiento de *traslación* uniforme (sin rotación).

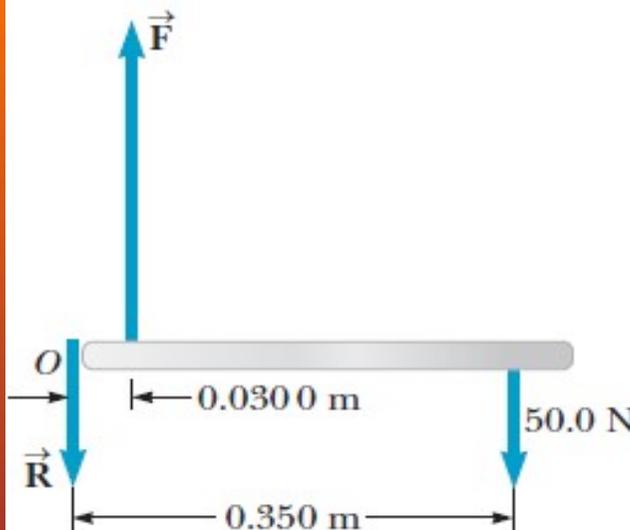
- 1) La suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el rígido es cero.
- 2) la suma de los torques con respecto a cualquier punto debe ser cero.

## Ejercicio 3.10

Una bola de boliche de 50,0 N se sostiene en la mano de una persona con el antebrazo en posición horizontal, como se muestra en la figura. El músculo del bíceps se une a 30,0 mm del empalme y la bola está a 35,0 cm de éste. Encuentre la fuerza ascendente  $\vec{F}$  ejercida por el bíceps sobre el antebrazo (el cúbito) y la fuerza hacia abajo  $\vec{R}$  ejercida por el húmero sobre el antebrazo, actuando en el empalme. Desprecie el peso del antebrazo y la leve desviación de la vertical del bíceps.



Empecemos haciendo el D.C.L. de la situación:

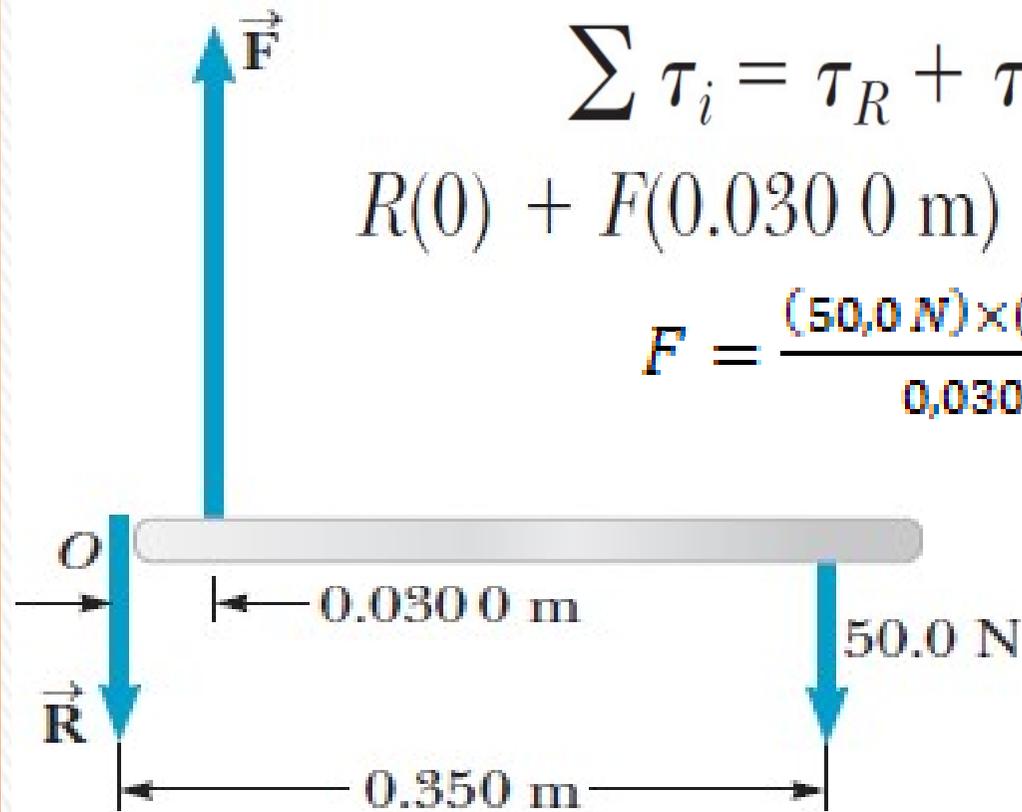


Las fuerzas que actúan sobre el antebrazo son equivalentes a las que actuarían sobre una barra de longitud 0,350 m, como se muestra:

Elijo las coordenadas  $x$  y  $y$  de manera usual como se muestra y el eje en  $O$  en el extremo izquierdo, y uso las condiciones de equilibrio para establecer ecuaciones que involucren a las incógnitas  $F$  y  $R$ .

La sumatoria de los torques respecto a cualquier punto debe ser cero, por lo que elijo respecto al punto  $O$ .

## Ejercicio 3.10



$$\sum \tau_i = \tau_R + \tau_F + \tau_{BB} = 0$$

$$R(0) + F(0.0300 \text{ m}) - (50.0 \text{ N})(0.350 \text{ m}) = 0$$

$$F = \frac{(50.0 \text{ N}) \times (0.350 \text{ m})}{0.0300 \text{ m}} = 583.33 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R + F - 50.0 \text{ N} = 0$$

$$R = F - 50.0 \text{ N} = 583.33 - 50.0 = 533.33 \text{ N}$$

$$F = 583 \text{ N} \quad R = 533 \text{ N}$$