

### Repartido 6: Combinatoria

1. Una cantidad  $n$  de personas se sientan alrededor de una mesa circular para jugar un juego de cartas. La silla ocupada por cada persona no tiene ninguna injerencia en el juego, sin embargo la persona que cada jugador tenga a la derecha o a la izquierda sí la tiene.
  - a) ¿Cuántas configuraciones posibles hay? El número hallado se conoce como el número de **permutaciones circulares** de  $n$  elementos, y se nota por  $PC_n$ .
  - b) Observar que  $P_n = PC_n \cdot n$ , de forma algebraica y de forma combinatoria (esto último es sin usar las fórmulas para  $PC_n$  y para  $P_n$ ).
  - c) A partir de la idea de permutaciones circulares de  $n$  elementos, definir los *arreglos circulares de  $n$  elementos tomados de  $k$* . Calcular una fórmula para esto.
2. Números de Stirling de segunda especie.  
Llamamos  $S(n, m)$  a la cantidad de particiones de un conjunto con  $n$  elementos en  $m$  subconjuntos.
  - a) Calcular  $S(3, 1)$ ,  $S(3, 2)$ ,  $S(3, 3)$ .
  - b) Calcular  $S(n, 1)$ ,  $S(n, n)$ .
  - c) Calcular  $S(n, m)$  para  $n \geq m$ .
  - d) Relacionar  $S(n, m)$  con  $Sob(n, m)$
  - e) Hallar una forma de obtener  $S(n + 1, m)$  en función de los  $S(n, \dots)$ .
  - f) Calcular la cantidad de relaciones de equivalencia en un conjunto de  $n$  elementos en función de los números  $S(n, \dots)$ .
3.
  - a) ¿De cuántas maneras se puede partir un conjunto de 6 elementos en tres subconjuntos de cardinal 3, 2 y 1 respectivamente? ¿Y en tres subconjuntos de cardinal 2?
  - b) ¿De cuántas formas es posible hacer una partición de un conjunto de  $2n$  elementos, en  $n$  conjuntos de 2 elementos?

4. a) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x + y + z + t = 15$$

donde  $x, y, z$  y  $t$  son números naturales?

- b) ¿Y si además pedimos  $x, y, z, t > 0$ ?

5. Victoria tiene una bolsa con 20 caramelos: 9 de limón, 5 de naranja y 6 de menta. Quiere repartirlos entre sus sobrinas Ana, Bianca y Carla, de manera que a todas les toque al menos uno de limón y uno de menta. ¿Cuántas formas tiene de hacerlo?
6. Hallar los coeficientes del desarrollo de  $(x + y + z + t)^5$  y generalizar el resultado.