

¿Qué pasa con las energías de las partículas en los choques elásticos?

Por supuesto la energía total se conserva en el choque elástico.

En el referencial del laboratorio esto es:

$$K_0^{(RL)} = \frac{1}{2} m_1 (\vec{u}_1^{(RL)})^2 = K_1^{(RL)} + K_2^{(RL)}$$

Mientras que en el referencial del centro de masas esto es evidente al basarnos en el resultado $|\vec{u}_1^{(RCM)}| = |\vec{v}_1^{(RCM)}|$ y $|\vec{u}_2^{(RCM)}| = |\vec{v}_2^{(RCM)}|$

$$K_0^{(RCM)} = \frac{1}{2} m_1 (\vec{u}_1^{(RCM)})^2 + \frac{1}{2} m_2 (\vec{u}_2^{(RCM)})^2 = \frac{1}{2} m_1 (\vec{v}_1^{(RCM)})^2 + \frac{1}{2} m_2 (\vec{v}_2^{(RCM)})^2$$

El objetivo ahora es conectar las descripciones del centro de masas y del referencial del laboratorio y "medir" las cantidades en términos de la energía inicial en el referencial del laboratorio $K_0^{(RL)}$.

Podemos conectar la energía inicial en el referencial del centro de masas con $K_0^{(RL)}$. Para esto hacemos uso del resultado $\vec{u}_1^{(RCM)} = \frac{m_2}{M} \vec{u}_1^{(RL)}$ y $\vec{u}_2^{(RCM)} = -\frac{m_1}{M} \vec{u}_1^{(RL)}$ y por lo tanto es:

$$K_0^{(RCM)} = \frac{1}{2} m_1 (\vec{u}_1^{(RCM)})^2 + \frac{1}{2} m_2 (\vec{u}_2^{(RCM)})^2 = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{m_2}{M} \vec{u}_1^{(RL)} \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(-\frac{m_1}{M} \vec{u}_1^{(RL)} \right)^2$$

$$\Rightarrow K_0^{(RCM)} = \frac{m_2}{M} K_0^{(RL)}$$

Al hacer esto también hemos calculado $K_1^{(RCM)}$ y $K_2^{(RCM)}$ las energías finales de las partículas 1 y 2.

$$K_1^{(RCM)} = \frac{1}{2} m_1 (\vec{v}_1^{(RCM)})^2 = \frac{1}{2} m_1 (\vec{u}_1^{(RCM)})^2 \quad \left\{ \quad K_2^{(RCM)} = \frac{1}{2} m_2 (\vec{v}_2^{(RCM)})^2 = \frac{1}{2} m_2 (\vec{u}_2^{(RCM)})^2 \right.$$
$$\Rightarrow K_1^{(RCM)} = \frac{m_2^2}{M^2} K_0^{(RL)} \quad \left\{ \quad \Rightarrow K_2^{(RCM)} = \frac{m_1 m_2}{M^2} K_0^{(RL)}$$

Queda como ejercicio probar que:

Las energías finales de las partículas desde el referencial del laboratorio son:

$$\rightarrow K_1^{(RL)} = K_0^{(RL)} \frac{(\vec{V}_1^{(RL)})^2}{(\vec{U}_1^{(RL)})^2} \rightarrow K_1^{(RL)} = K_0^{(RL)} \left[1 - \frac{2m_1 m_2}{M^2} (1 - \cos \theta) \right]$$

$$\rightarrow K_2^{(RL)} = K_0^{(RL)} \frac{(\vec{V}_2^{(RL)})^2}{(\vec{U}_1^{(RL)})^2} \rightarrow K_2^{(RL)} = K_0^{(RL)} \frac{2m_1 m_2}{M^2} (1 - \cos \theta)$$

o en términos de los ángulos en el referencial del laboratorio:

$$K_1^{(RL)} = \frac{m_1^2}{M^2} \left[\cos \psi \pm \sqrt{\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 - \sin^2 \psi} \right]$$

Resumen de Mecánica Newtoniana

Al enfocarnos en estudiar el movimiento de los cuerpos en el universo, fuimos construyendo una teoría que nos permitía hacerlo. Para ello, comenzamos por establecer ciertos supuestos o axiomas acerca del espacio y los cuerpos o materia cuyo movimiento queremos describir.

Supuestos (Axiomas):

- El espacio en el que existen las partículas es $\mathbb{R}^3$
- Los cuerpos son colecciones de partículas, siendo éstas entidades puntuales localizadas en el espacio con ciertas propiedades (a definir: masa, carga, etc.)
- El pasaje del tiempo es el mismo para todos los observadores.

A partir de esto podemos hablar de **movimiento** como cambio de la posición en el espacio. Esto nos lleva a introducir el concepto de **sistema de referencia** a fin de identificar la posición respecto de algo de referencia. Para **describir** o cuantificar este movimiento fue necesario introducir el concepto de **sistemas de coordenadas**.

Una vez que disponíamos de estas herramientas hicimos la **conexión de las descripciones** en diferentes referenciales al discutir el **movimiento relativo**.

Ya con herramientas para describir el movimiento de las partículas pasamos a los postulados de la mecánica Newtoniana que permitirán conectar las **causas** del movimiento con el movimiento en sí y de esta forma **predecir la evolución temporal**.

I) Inercia: $\exists$ referenciales en que una partícula aislada (alejada de toda otra materia) se mueve en línea recta y si la medición del tiempo es tal que lo hace a velocidad constante $\Rightarrow$ toda otra partícula aislada también lo hace a velocidad constante. Estos son los **Referenciales Inerciales**.

A partir de un **objeto patrón** de referencia definimos la **fuerza** como la aceleración que una interacción provoca sobre el patrón: $\vec{F} = \#_0 \vec{a}$ unidades

A partir de un **procedimiento fijo** (fuerza dada específica) definimos una de las propiedades de las partículas **masa inercial** como el cociente de la aceleración de la partícula y la aceleración que se provoca con dicha fuerza sobre el patrón: $m = \#_0 |\vec{a}| / |\vec{a}_0|$

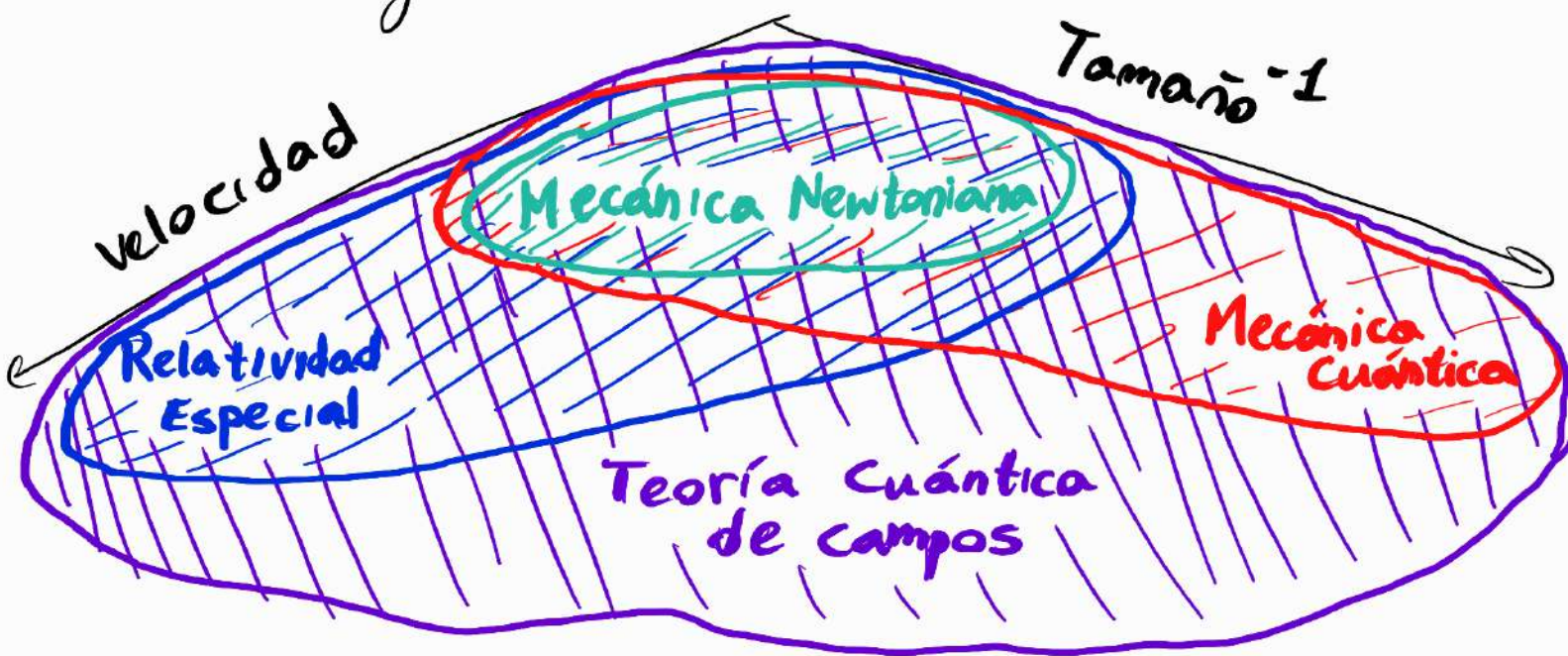
II) Evolución del momento: En un referencial inercial es $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ siendo $\vec{p}$ la cantidad de movimiento de una partícula $\vec{p} = m\vec{v}$

III) Acción y reacción: En una interacción entre 2 partes i y j la fuerza que i siente debido a j es igual en módulo y dirección pero sentido opuesto a la que j siente debido a i : $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$

II - Mecánica Relativista

Comenzamos nuestro estudio de la mecánica de los cuerpos con ciertos supuestos y postulados y desde allí construimos una teoría que, al menos, en la experiencia cotidiana parece andar bien.

Como veremos a continuación, comenzaron a encontrarse problemas con esta teoría de la mecánica cuando los regímenes de velocidad y/o tamaños de los cuerpos involucrados se alejan de lo cotidiano. Esto no implica que debamos olvidarnos o deshacernos de la mecánica Newtoniana, muy por el contrario esta funciona muy bien en la gran mayoría de nuestras experiencias cotidianas. Debemos englobar esta teoría dentro de otra que extienda el rango de validez.



Cuando estudiamos los cuerpos/partículas y sus movimientos a escalas muy pequeñas, se hace evidente el fallo de la **mecánica Newtoniana** y la teoría adecuada para el tratamiento de estos sistemas es la **mecánica cuántica**. Claro que tomando el límite adecuado en el tratamiento cuántico se recupera la teoría original.

De igual forma, al estudiar el movimiento a velocidades muy grandes la teoría adecuada para describir el movimiento de las partículas es la **relatividad especial** (o mecánica relativista). Nuevamente, se recupera la teoría original en el límite de bajas velocidades.

La teoría que conjuga ambos escenarios es la **teoría cuántica de campos**.

II.1 - Límites de la mecánica Newtoniana e inicio de la relatividad especial

Antes de construir el puente hacia esta nueva teoría de la mecánica, comencemos por discutir algún problema de la mecánica y algunos antecedentes que llevaron al desarrollo de la relatividad especial. Posteriormente presentaremos las bases para esta nueva teoría.

II.1.1 - Fallos en la mecánica Newtoniana

Un ejemplo claro donde la mecánica Newtoniana falla es en el caso de acelerar electrones con una diferencia de potencial del orden de los MV (mega Volts).

Si bien en la mecánica newtoniana las posiciones y velocidades son relativas al referencial (inercial), las aceleraciones, directamente vinculadas con las fuerzas, no lo son ya que en todos los referenciales inerciales las leyes son las mismas: $\vec{F} = m\vec{a}$.

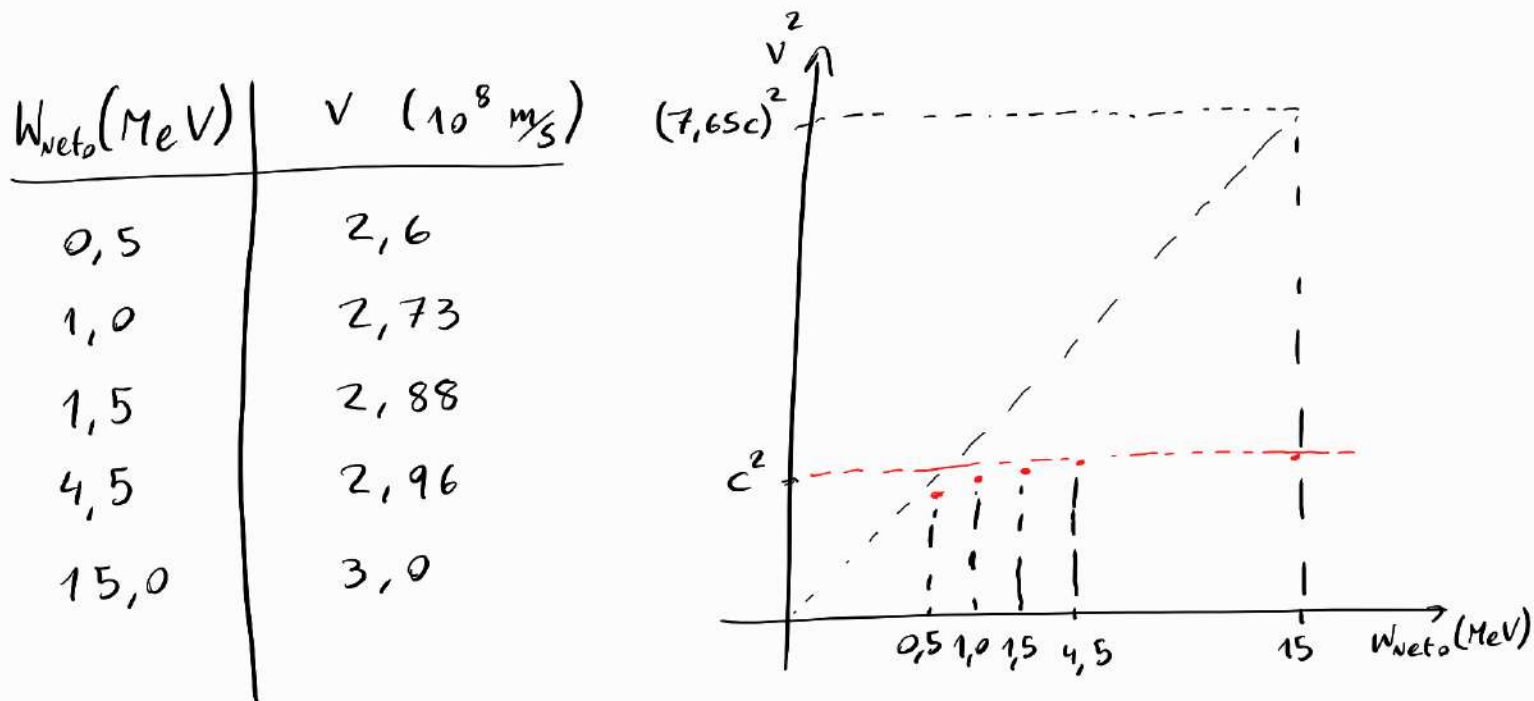
Entonces, aunque desconozcamos el origen de las fuerzas, la segunda ley nos dice que el trabajo neto es igual a la variación de la energía cinética y, por lo tanto, es

$$W_{\text{neto}} = \Delta K = \int \vec{F}_{\text{neto}} \cdot d\vec{r} = \int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \int \frac{d}{dt} \left(\frac{m\vec{v}^2}{2} \right) dt = \frac{m\vec{v}_f^2}{2} - \frac{m\vec{v}_0^2}{2} \quad (*)$$

Este resultado parece andar bien a velocidades/energías bajas (en relación a la velocidad de la luz), sin embargo, la experimentación muestra desviaciones respecto de este comportamiento esperado.

En un experimento realizado acelerando electrones con una diferencia de potencial ΔV de hasta 15 MV, los electrones adquieren una energía de hasta 15 MeV (recordemos que $1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}$ Joules es la energía adquirida por un electrón al ser acelerado por una diferencia de potencial de 1 V).

Si el resultado del teorema del trabajo y la energía cinética fuera correcto se esperarían velocidades de $\sim 7,65c$, siendo c la velocidad de la luz. Sin embargo, el experimento arroja los siguientes resultados:



Este experimento puede verse en la película
 "The ultimate speed" de William Bartozzi (link en EVA)

Claramente esto significa que algo extraño está sucediendo y parece indicar que los electrones se acercan a una velocidad asintótica de $\sim 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

($c = 2,997925 \times 10^8 \text{ m/s}$... coincidencia?)

Este y otros experimentos ponen en tela de juicio a la mecánica Newtoniana. De todas formas, los primeros indicios surgieron al intentar conciliar las dos teorías centrales de la época: el electromagnetismo y la mecánica Newtoniana.

