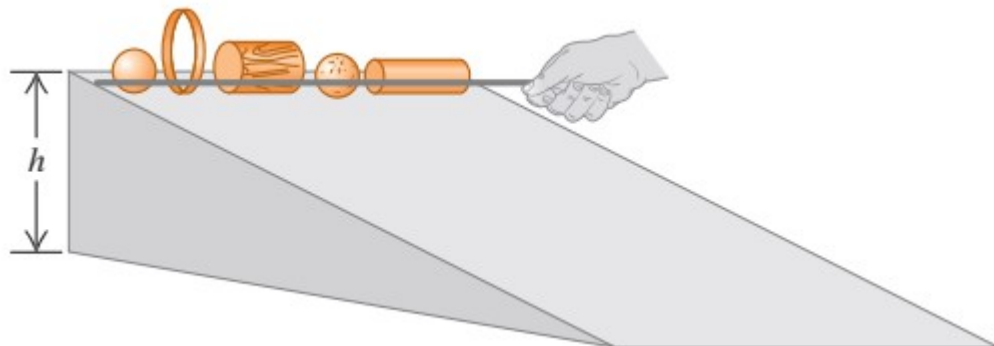


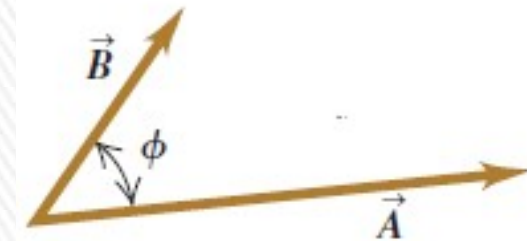
16- Trabajo, energía y potencia



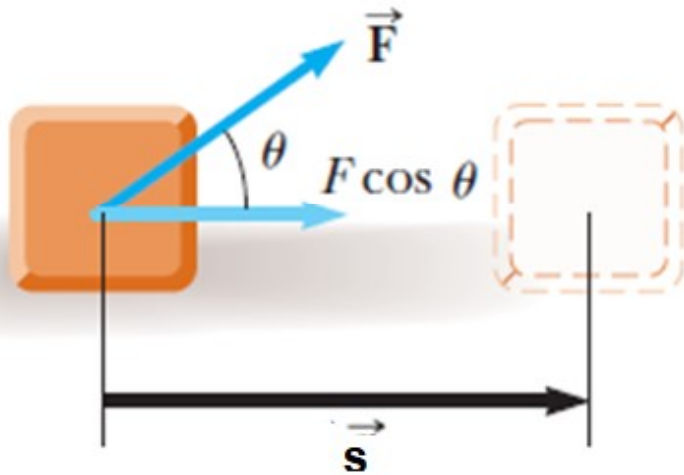
Repaso de clases pasadas

Producto escalar:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \Phi = AB \cos \Phi$$



TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE



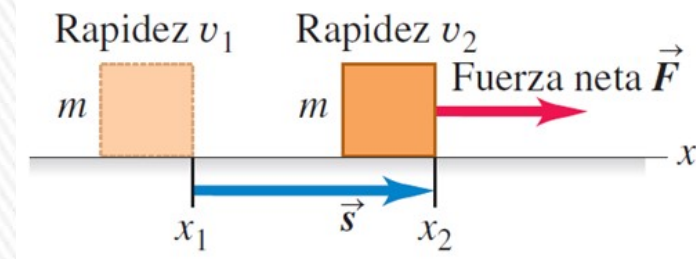
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \theta$$

Energía cinética de una partícula de masa m y velocidad v se define como:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

TEOREMA TRABAJO Y ENERGÍA:

$$W = K_2 - K_1 = \Delta K$$



Repaso de clases pasadas

POTENCIA: rapidez con la cual se transfiere energía, o en la que se realiza el trabajo.

Potencia media P_{med} es la cantidad de trabajo ΔW realizada en un tiempo Δt dividida entre ese tiempo

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Potencia instantánea: el límite de la potencia media cuando Δt se acerca a cero:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P_{med} = \frac{dW}{dt}$$

$$P = \bar{F} \cdot \bar{v}$$

Existen dos tipos generales de fuerzas: **fuerza conservativas**, como el peso (fuerza gravitatoria), y **fuerza no conservativas** (fricción o disipativas).

Una fuerza es **conservativa** si el trabajo realizado al mover un objeto entre dos puntos es el mismo sin importar qué trayectoria se considere. Ejemplos: peso y fuerza elástica del resorte

El trabajo que realizan las fuerzas conservativas se puede expresar a través de una variación de **energía potencial**, que depende sólo de los puntos inicial y final de una curva, no de la trayectoria que sigue.

Repaso de clases pasadas

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

$$W_g = -\Delta U_g = - (U_{gf} - U_{gi}) = - (mgy_f - mgy_i)$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

Energía mecánica (E): suma de la energía cinética más las energías potenciales: $E = K + U$

En nuestro caso: $E = K + U_g + U_{el}$

$$\Delta U_g + \Delta U_{el} + \Delta K = 0 \quad \text{ó} \quad U_{g1} + U_{el1} + K_1 = U_{g2} + U_{el2} + K_2$$

Si solo las fuerzas conservativas realizan trabajo, la energía mecánica permanece constante todo el tiempo y, por tanto, es una cantidad que se conserva.

Conservación de energía mecánica

$$K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2 \quad (\text{válida en general})$$



Repaso de clase pasada

ENERGÍA CINÉTICA DE ROTACIÓN

Cuando tenemos un rígido que gira alrededor de un eje fijo, la energía cinética asociada a ese movimiento de rotación está dada por la expresión:

$$K_{rot.} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

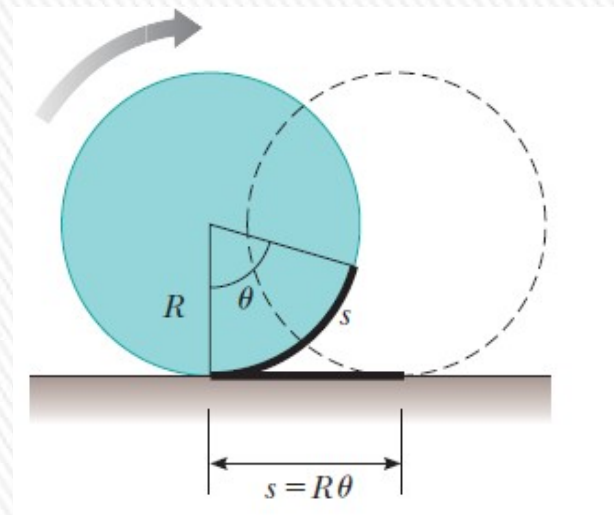
I es el momento de inercia del cuerpo con respecto al eje de rotación y ω es la velocidad angular.

RODADURA (RODAR SIN DESLIZAR)

Movimiento de traslación y rotación combinadas (como el de una una rueda).

Cuerpo rodante es simétrico: su centro de masa (o de gravedad) está en su centro geométrico.

El punto del cuerpo rodante que toca la superficie debe estar instantáneamente *en reposo para que no resbale*.



Estas son las condiciones de rodar sin deslizar:

$$v_{cm} = R \cdot \omega$$

$$a_{cm} = R \cdot \alpha$$

Repaso de clase pasada

Para un cuerpo que rueda sin deslizar, se puede probar que su energía cinética total es igual a :

$$K = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

Donde M es la masa del cuerpo, v_{cm} es la rapidez del centro de masa, I_{cm} es el momento de inercia con respecto al eje que pasa por el centro de masa, y ω es la rapidez angular.

El primer sumando representa la **energía cinética de traslación**, mientras que el segundo representa la **energía cinética de rotación**.

Esta relación se cumple bajo las siguientes dos condiciones:

1. El eje que pasa por el centro de masa debe ser un eje de simetría.
2. El eje no debe cambiar de dirección.

$$U_i + K_{tras.i} + K_{rot.i} = U_f + K_{tras.f} + K_{rot.f}$$

Trabajo y potencia en rotaciones $dW = \tau \cdot d\theta$

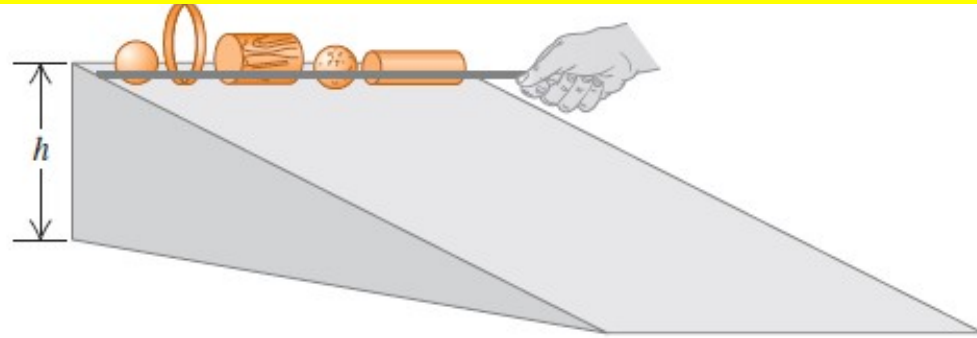
Si el torque es *constante*

$$W = \tau \cdot \Delta\theta$$

$$P = \tau \cdot \omega$$



Ejemplo: carrera de cuerpos rodantes



En la demostración de una clase de física, un profesor “pone a competir” diversos cuerpos rígidos redondos, soltándolos del reposo desde arriba de un plano inclinado (ver figura).
¿Qué forma debe tener un cuerpo para ser el primero en llegar a la base?

Video: https://www.youtube.com/watch?v=8psVQHHUEcl&ab_channel=wesphysdemowesphysdemo

Consideraciones:

La **fricción cinética no efectúa trabajo si los cuerpos ruedan sin resbalar (no hay desplazamiento)**. Por lo tanto, podemos utilizar **conservación de la energía**.

Cada cuerpo parte del reposo desde arriba de una pendiente de altura h , así que:

$$K_1 = 0, U_1 = Mgh \text{ y } U_2 = 0 \text{ (considero } U=0 \text{ en la base del plano)}$$

La energía cinética en la base del plano está dada por la ecuación

$$K = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

Como los cuerpos ruedan sin resbalar, $\omega = v_{cm}/R$.

Podemos expresar los momentos de inercia de los cuatro cuerpos redondos de la forma $I_{cm} = cMR^2$, donde c es un número menor que o igual a 1 que depende de la forma del cuerpo.

Nuestro objetivo es hallar el valor de c que da al cuerpo la mayor rapidez v_{cm} después de que su centro de masa ha descendido una distancia vertical h .

Ejemplo: carrera de cuerpos rodantes

Conservación de la energía mecánica: $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$$

$$Mgh = \frac{1}{2}(1 + c)Mv_{cm}^2$$

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}cMR^2\left(\frac{v_{cm}}{R}\right)^2$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + c}}$$

Para un valor dado de c , la rapidez v_{cm} **una vez que se ha descendido una distancia h no depende de la masa M del cuerpo ni de su radio R .**

Todos los cilindros sólidos uniformes tienen la misma rapidez abajo, sin importar sus masas y sus radios. Todos los valores de c nos indican que el orden de llegada para los cuerpos uniformes será el siguiente:

1. cualquier esfera sólida ($c=2/5$),
2. cualquier cilindro sólido ($c=1/2$),
3. cualquier esfera hueca de pared delgada ($c=2/3$), y
4. cualquier cilindro hueco de pared delgada ($c=1$).

Los cuerpos con c pequeña siempre vencen a los cuerpos con c grande porque menos de su energía cinética se dedica a la rotación y más a la traslación

Ejercicio 5.10

Cuatro objetos homogéneos, un aro, un cilindro sólido, una esfera sólida y una cáscara esférica delgada tienen una masa de 4,80 kg y un radio de 0,230 m cada uno.

- Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando rota sobre los ejes que pasan por su centro de gravedad.
- Suponga que cada objeto está rodado hacia abajo de una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de la más alta a la más baja.
- Ordene las energías cinéticas rotatorias de los objetos de mayor a menor cuando los objetos ruedan hacia abajo en la rampa.

Los momentos para cada objeto son

$$\begin{cases} I_{\text{aro}} = MR^2 = 0,254 \text{ kgm}^2 \\ I_{\text{cilindro}} = MR^2/2 = 0,127 \text{ kgm}^2 \\ I_{\text{esfera}} = 2MR^2/5 = 0,102 \text{ kgm}^2 \\ I_{\text{cascara}} = 2MR^2/3 = 0,169 \text{ kgm}^2 \end{cases}$$

$$Mgh = \frac{1}{2} Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

$$Mgh = \frac{1}{2} Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2} cMR^2 \left(\frac{v_{cm}}{R} \right)^2$$



Ejercicio 5.10

Cuatro objetos homogéneos, un aro, un cilindro sólido, una esfera sólida y una cáscara esférica delgada tienen una masa de 4,80 kg y un radio de 0,230 m cada uno.

- Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando rota sobre los ejes que pasan por su centro de gravedad.
- Suponga que cada objeto está rodado hacia abajo de una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de la más alta a la más baja.
- Ordene las energías cinéticas rotatorias de los objetos de mayor a menor cuando los objetos ruedan hacia abajo en la rampa.

$$Mgh = \frac{1}{2}(1 + c)Mv_{cm}^2$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + c}}$$

Para un valor dado de c , la rapidez v_{cm} **una vez que se ha descendido una distancia h no depende de la masa M del cuerpo ni de su radio R .**

Todos los cilindros sólidos uniformes tienen la misma rapidez abajo, sin importar sus masas y sus radios. Todos los valores de c nos indican que el orden de llegada para los cuerpos uniformes será el siguiente:

- cualquier esfera sólida ($c=2/5$),**
- cualquier cilindro sólido ($c=1/2$),**
- cualquier esfera hueca de pared delgada ($c=2/3$), y**
- cualquier cilindro hueco de pared delgada ($c=1$).**



Ejercicio 5.10

Cuatro objetos homogéneos, un aro, un cilindro sólido, una esfera sólida y una cáscara esférica delgada tienen una masa de 4,80 kg y un radio de 0,230 m cada uno.

- Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando rota sobre los ejes que pasan por su centro de gravedad.
- Suponga que cada objeto está rodado hacia abajo de una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de la más alta a la más baja.
- Ordene las energías cinéticas rotatorias de los objetos de mayor a menor cuando los objetos ruedan hacia abajo en la rampa.

$$Mgh = K_T + K_{ROT}$$

Entonces los que van a tener mayor energía cinética de rotación son los que tienen menor energía cinética de traslación, entonces queda el orden inverso

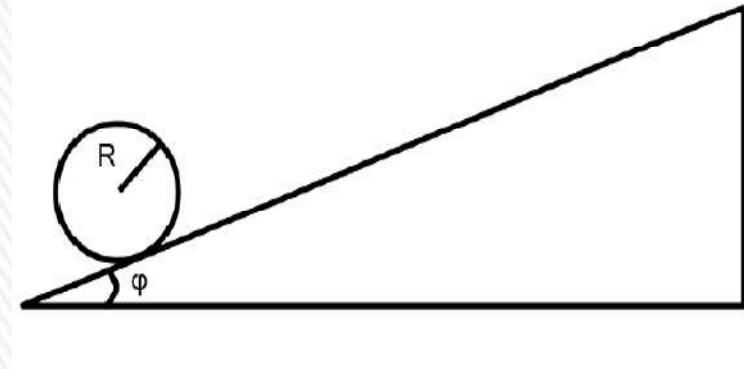
$$K_{ROT \text{ aro}} > K_{ROT \text{ cáscara esférica}} > K_{ROT \text{ cilindro}} > K_{ROT \text{ esfera}}$$

Ejercicio 5.14

Segundo Parcial 2021- Considere un disco homogéneo de 30,0 cm de radio y 2,50 kg de masa en un plano inclinado que forma un ángulo $\varphi = 30,0^\circ$ con la dirección horizontal como se muestra en la figura.

El disco rueda sin deslizar cuesta arriba con velocidad angular inicial $\omega_0 = 15,0 \text{ rad/s}$, lo cual

le permite alcanzar una altura máxima h antes de volver a descender.
¿Qué distancia recorre el disco hasta alcanzar la altura máxima h ?



Ejercicio 5.14

|

Aplico conservación de energía.

Considero referencial de energía potencial gravitatorio en el punto de partida.

$$E_1 + W_{otras} = E_2$$

No hay trabajo realizado por otras fuerzas (el rozamiento no realiza trabajo porque rueda sin deslizar) $W_{otras} = 0$

$E_1 = K_{tras1} + K_{rot1}$ mientras que $E_2 = mgh$

$$K_{tras1} + K_{rot1} = E_2$$

$$\frac{1}{2} M v_{CM1}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega_0^2 = Mgh$$

Como rueda sin deslizar: $v_{CM} = \omega R$

Además como es un disco homogéneo: $I_{CM} = \frac{1}{2} MR^2$

$$\frac{1}{2} M (\omega_0 R)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) \omega_0^2 = Mgh \quad \frac{1}{2} MR^2 \omega_0^2 + \frac{1}{4} MR^2 \omega_0^2 = Mgh \quad \frac{3}{4} MR^2 \omega_0^2 = Mgh$$

$$h = \frac{3 R^2 \omega_0^2}{4 g} = \frac{3 (0,300)^2 (15,0)^2}{4 \cdot 9,8} = 1,5497 \text{ m}$$

La distancia recorrida vale entonces: $L = \frac{h}{\sin \varphi} = \frac{1,5497}{\sin 30,0^\circ} = 3,099 \text{ m}$ **L = 3,10 m**

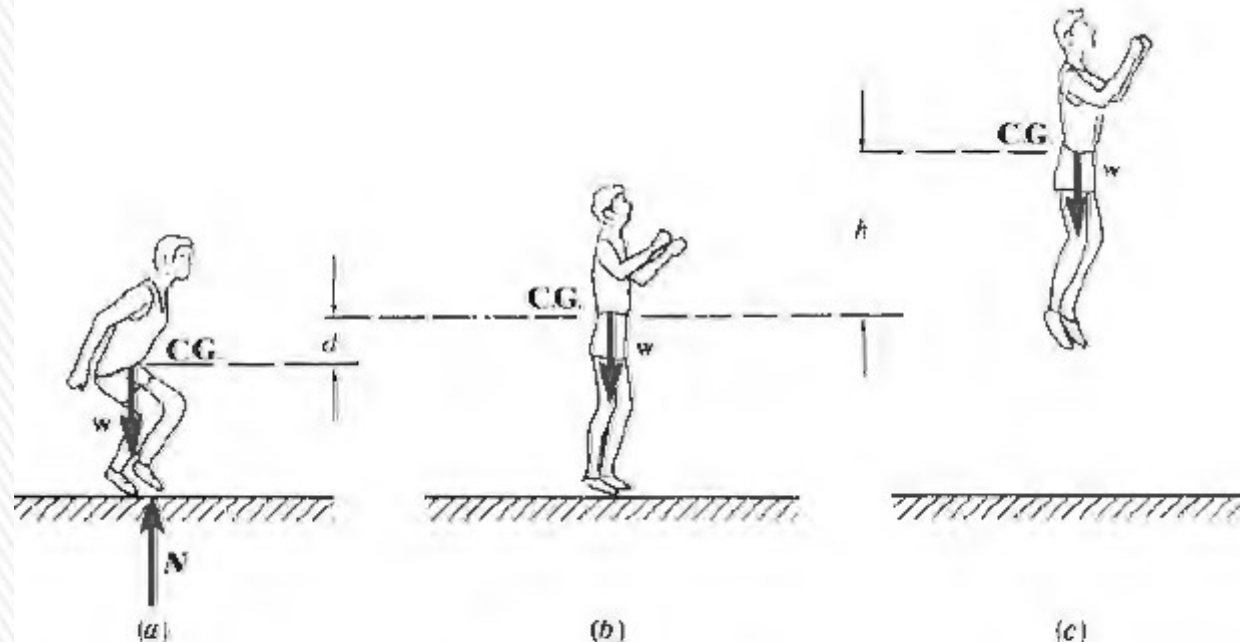
Activar Window



EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

La figura muestra un hombre que salta. Inicialmente, se agacha bajando su centro de gravedad una distancia d denominada **distancia de aceleración**.

Mediremos la energía potencial con respecto a este nivel de referencia.



A medida que se va acelerando e irguiendo, realiza trabajo para aumentar sus energías potencial y cinética. En el despegue su energía potencial es $U_0 = mgd$. Si su velocidad ascendente vale v_0 , su energía cinética es $\frac{1}{2}mv_0^2$. Entonces al alcanzar la posición erguida de despegue, ha realizado un trabajo W

$$W = mgd + \frac{1}{2}mv_0^2$$

Desde el despegue hasta la máxima altura del salto, la única fuerza que actúa sobre el hombre es su peso.

Por lo tanto, mientras está en el aire, su energía mecánica es constante.

En el punto más alto del salto, $K=0$ y $U = mg(h + d)$.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

Como la energía mecánica se conserva, se cumple:

$$W = mgd + \frac{1}{2}mv_0^2 = mg(d + h)$$

En consecuencia, la energía total que el hombre debe proporcionar para el salto es $W = mg(h + d)$.

En lo que sigue de este análisis despreciamos d con respecto a h : $W \cong mgh$

La aproximación no es muy buena para los seres humanos, ya que $d/h \approx 1/2$ pero resulta adecuada para animales de menor tamaño.

A partir de la ecuación anterior podemos determinar la velocidad de despegue v_0

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

velocidad de despegue para alcanzar altura h .

Aplicaremos las *leyes de escala que expresan la capacidad de salto* en función del tamaño de un animal y que pueden compararse con los datos experimentales.

Consideraremos que la longitud característica vale L .

Recordemos que el volumen de un animal o de cualquiera de sus órganos es proporcional a L^3 ; la superficie del cuerpo y las áreas de las secciones transversales de los músculos son proporcionales a L^2 y la longitud de los miembros es proporcional a L .

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

Al comparar los saltos de animales se observa con sorpresa que las alturas de los saltos son bastante parecidas para animales semejantes de diferentes tamaños. La rata canguro, del tamaño de un conejo aproximadamente, salta casi tanto como un canguro grande.

Las langostas y las pulgas saltan aproximadamente a la misma altura. Veamos a qué se debe este resultado.

Se cumple que: **la energía proporcionada por unidad de masa muscular es la misma para todos los animales.**

Esto significa que un animal debería poder realizar una cantidad de trabajo proporcional a su masa, m .

Pero vimos que el trabajo W realizado durante un salto de altura h es mgh .

Pero mgh es proporcional a m , y como según esta hipótesis la energía proporcionada por unidad de masa es la misma para todos los animales, entonces h no depende de m y por tanto de L .

Esta predicción de que la altura alcanzada es independiente del tamaño del animal es aproximadamente correcta al ser comparada con los resultados experimentales.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

La energía consumida por unidad de masa es aproximadamente la misma para todos los animales de las mismas características generales.

Como: $v_0 = \sqrt{2gh}$

Y ya que h no depende de L , otra conclusión que se obtiene es que **la velocidad de despegue es aproximadamente independiente del tamaño.**

La **distancia de aceleración d** es proporcional a la longitud característica L , de modo que el tiempo de despegue t

$$t = \frac{d}{v_{media}} = \frac{d}{v_0/2} = \frac{2d}{v_0}$$

Es decir que t es proporcional a L (longitud característica)

La potencia consumida por unidad de masa es la energía consumida por unidad de masa dividida por ese tiempo.

Como la energía consumida por unidad de masa es independiente de L , **la potencia por unidad de masa debe variar como $1/L$ ó L^{-1} .**

Esto predice que los animales más grandes consumirán su energía a una tasa más reducida.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

Por la hipótesis establecida, la energía desarrollada es proporcional a la masa, por tanto varía como L^3 .

Por lo visto anteriormente, el tiempo de despeque era proporcional a L , entonces, como podemos interpretar la potencia como la energía proporcionada dividida el tiempo, tenemos que:

$$Potencia = \frac{Energía}{tiempo} = \frac{c_1 L^3}{c_2 L} = CL^2 \propto L^2$$

Es decir que **la potencia desarrollada es proporcional a L^2 .**

La energía consumida por el cuerpo se convierte en último término en energía interna, que se debe eliminar por el cuerpo, la cual debe escapar a través de su superficie.

Por tanto la velocidad máxima de pérdida de energía varía como L^2 .

La velocidad metabólica máxima no puede ser mayor que la velocidad máxima de pérdida de energía, y por tanto debe variar como L^2 .

La velocidad o tasa metabólica, es decir, la velocidad de utilización de energía por unidad de tiempo es proporcional a L^2 .

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

OBSERVACIÓN:

Las comparaciones del salto entre mamíferos e insectos se complican debido a la diferente manera en que utilizan los músculos de las piernas para el salto.

Los mamíferos utilizan directamente las contracciones musculares, pero los insectos utilizan un dispositivo del tipo catapulta, como lo vimos anteriormente.

Por ejemplo, las pulgas tienen un material elástico denominado **resilina** en la articulación de las rodillas.

La pulga dobla gradualmente sus patas, estirando la resilina y la rodilla queda fijada en una determinada posición. En el momento del salto, la rodilla se desbloquea y la resilina se contrae rápidamente y hace que las patas se estiren.

Así pues, los insectos emplean la energía potencial *elástica almacenada* y *utilizan sus* músculos de forma más bien indirecta.



Ejercicio 5.8

8.- Considere un modelo abstracto en el cual todos los animales tienen formas similares y difieren únicamente en su longitud total (L).

a) Demostrar que si la velocidad con que el oxígeno es absorbido por un animal y suministrado a sus tejidos varía proporcionalmente a la superficie de una sección de sus arterias, su producción de potencia por unidad de masa debería variar como L^{-1} . ¿Qué ventajas o desventajas implicaría esto para los animales más grandes? ¿Qué sugiere este resultado respecto a la variación del ritmo cardíaco con el tamaño de un animal?

b) Demostrar que si la potencia producida por un animal de longitud L varía como L^2 (es decir depende del área de la superficie de sus arterias como en la parte anterior) la velocidad con que puede subir una pendiente varía como L^{-1} . ¿Qué implica esto respecto a la facilidad para subir una pendiente de una persona pequeña con respecto a otra muy alta?

c) Demostrar que si el consumo de oxígeno por unidad de tiempo de un mamífero marino varía como L^2 (es decir que nuevamente depende de las áreas como en las dos partes anteriores), el tiempo que puede permanecer bajo el agua sin respirar varía como L . Considere que la energía almacenada en los tejidos depende del volumen total del animal. ¿Esto qué implica respecto a las posibilidades de realizar inmersiones prolongadas de los delfines en comparación con las grandes ballenas?

Ejercicio 5.7

- a) Demostrar que si la velocidad con que el oxígeno es absorbido por un animal y suministrado a sus tejidos varía proporcionalmente a la superficie de una sección de sus arterias, su producción de potencia por unidad de masa debería variar como L^{-1} . ¿Qué ventajas o desventajas implicaría esto para los animales más grandes? ¿Qué sugiere este resultado respecto a la variación del ritmo cardíaco con el tamaño de un animal?

La "velocidad con que el oxígeno es absorbido por un animal y suministrado a sus tejidos" es lo que se conoce como **velocidad o tasa metabólica**, es decir, la velocidad de utilización de energía por unidad de tiempo, lo cual representa una potencia como magnitud física.

Esa velocidad metabólica se asume proporcional al área de sus arterias, lo cual en términos de escalas quiere decir que es proporcional a L^2 .

Entonces si asumimos que su tasa metabólica es proporcional a la potencia realizada por el animal (potencia "útil", o sea, la que se emplea para moverse, nadar, correr, etc) tenemos que:

$$\frac{\text{Potencia}}{\text{masa}} = \frac{c_1 L^2}{c_2 L^3} = c_3 L^{-1} \propto L^{-1}$$

Esto significa que los animales más grandes (mayor L) tienen una tasa metabólica por unidad de masa menor, lo que implica que proporcionalmente deben consumir menos alimentos y tener un menor ritmo cardíaco.

En un animal más grande, el corazón late más lentamente que en el de un animal más pequeño.

Ejercicio 5.7

b) Demostrar que si la potencia producida por un animal de longitud L varía como L^2 (es decir depende del área de la superficie de sus arterias como en la parte anterior) la velocidad con que puede subir una pendiente varía como L^{-1} .
¿Qué implica esto respecto a la facilidad para subir una pendiente de una persona pequeña con respecto a otra muy alta?

Cuando se sube una pendiente se produce, además, un incremento en la energía potencial del cuerpo que es proporcional a la masa y a la altura subida h : $U = mgh$ y h no dependen de L , mientras que: $m \propto L^3$

Por tanto el trabajo requerido para subir la pendiente: $W = U \propto L^3$

Pero como $W = P \cdot \Delta t$ entonces el tiempo Δt que le lleva subir la pendiente vale:

$$\Delta t = \frac{W}{P} = \frac{c_2 L^3}{c_1 L^2} = c_3 L^1 \propto L$$

Esto significa, que el Δt es proporcional a L . por otro lado la velocidad con que sube valdrá: $v = \Delta h / \Delta t$

Por tanto $v \propto \frac{1}{\Delta t} \propto \frac{1}{L}$

Es decir que la velocidad con que se sube una pendiente varía como L^{-1} . lo que implica le cuesta más a una persona más alta que a una pequeña

Ejercicio 5.7

c) Demostrar que si el consumo de oxígeno por unidad de tiempo de un mamífero marino varía como L^2 (es decir que nuevamente depende de las áreas como en las dos partes anteriores), el tiempo que puede permanecer bajo el agua sin respirar varía como L .

Considere que la energía almacenada en los tejidos depende del volumen total del animal.

¿Esto qué implica respecto a las posibilidades de realizar inmersiones prolongadas de los delfines en comparación con las grandes ballenas?

Consumo de oxígeno por unidad de tiempo (C) de un mamífero marino varía como L^2 entonces: $C = c_1 L^2$

La autonomía dependerá de la cantidad de energía almacenada en los tejidos la cual como se dice depende del volumen total del animal.

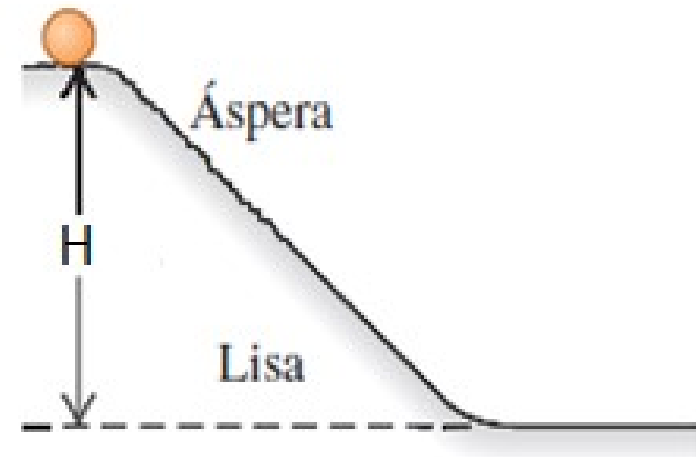
$$\text{Autonomía} \propto \frac{\text{Volumen del animal}}{\text{consumo oxígeno}} \propto \frac{L^3}{L^2} = L$$

La duración del tiempo de inmersión varía como L .

Ergo un cetáceo más grande puede permanecer más tiempo bajo el agua que un animal más pequeño.

Ejercicio 5.15

Examen diciembre- Una bola esférica, sólida y uniforme parte del reposo y baja rodando por la ladera de una colina de $H = 20,0 \text{ m}$ de altura. La mitad superior de la colina es lo bastante rugosa como para que la bola ruede sin resbalar; sin embargo, la mitad inferior está cubierta de hielo y no hay fricción. Calcule la rapidez de traslación del centro de masa de la bola al llegar al pie de la colina.



$$Mg \frac{H}{2} = \frac{1}{2} M v_{CM1}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega_1^2$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} MR^2 \right) \left(\frac{v_{CM}}{R} \right)^2 = \frac{2}{5} \frac{1}{2} M v_{CM}^2$$

$$Mg \frac{H}{2} = \frac{1}{2} M v_{CM1}^2 + \frac{2}{5} \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = K_T + \frac{2}{5} K_T = \frac{7}{5} K_T$$

$$K_T = \frac{5}{7} Mg \frac{H}{2} = \frac{5}{14} MgH$$

$$K_{ROT} = \frac{2}{5} K_T = \frac{2}{5} \frac{5}{14} MgH = \frac{1}{7} MgH$$

$$MgH = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{7} MgH$$

$$\frac{6}{7} MgH = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 \quad v_{CM} = \sqrt{\frac{12}{7} gH} = \sqrt{\frac{12}{7} (9,80)(20,0)} = 18,33 \text{ m/s}$$

$$v_{CM} = 18,3 \text{ m/s}$$