Práctico 8:
Autómatas celulares

Sección Biofísica
Facultad de Ciencias, Universidad de la República

Introducción

Los autómatas celulares fueron ideados por Stanislaw Ulam y John von Neumann a fines de la década del cuarenta y comienzos de la década del cincuenta. Un autómata celular es un sistema dinámico discreto (a diferencia de los modelos basados en ecuaciones diferenciales, por ejemplo, el tiempo es 'discreto', es decir que transcurre de a saltos) que queda definido por los siguientes elementos:

1. Un conjunto de celdas todas iguales.
2. El establecimiento de las 'vecindades' de cada celda.
3. Un conjunto de 'estados' posibles de cada celda.
4. Un conjunto de reglas deterministas, que permite, para cada celda, dado su estado actual y el de sus vecinas, decidir su estado en el tiempo siguiente.

Parte 1: El Juego de la Vida (Life)

Ideado por el matemático británico John Conway en 1970, el autómata "Life" consiste en un tablero cuadriculado extendido al infinito. A cada uno de los cuadraditos se lo denomina 'celda', y puede estar en uno de dos estados posibles, a los que denominamos 'vivo' o 'muerto'. La evolución de este sistema dinámico discreto depende de un conjunto de reglas simples que determinarán el estado de cada celda en el tiempo (t+1). Estas reglas, que son aplicadas a la totalidad de las celdas en forma sincrónica, tienen un carácter local: dependen del estado de cada celda en el tiempo presente (t), y del estado de sus ocho celdas adyacentes, su vecindad.

El estado inicial del autómata, es decir la configuración de celdas vivas en la totalidad del retículo plano en el tiempo t=0, es fijado arbitrariamente por el jugador. Toda la subsiguiente evolución de configuraciones de celdas vivas a lo largo del tiempo queda determinada por las reglas locales que legislan para cada celda si permanecerá viva o muerta, o si cambiará de estado dependiendo de los estados de sus ocho celdas vecinas.

Las reglas de Conway para determinar el estado de cada celda (y por lo tanto del autómata) en el tiempo siguiente se pueden expresar de esta manera:

- **Regla de Nacimiento** – En cada celda vacía en el tiempo t, que esté adyacente a exactamente tres vecinas con vida, ocurrirá un nacimiento en el tiempo t+1.
- **Regla de Sobrevida** – Una celda viva en el tiempo t sobrevivirá en el tiempo t+1 si tiene 2 o 3 vecinas con vida.
- **Regla de Muerte** – Una celda viva en el tiempo t con menos de 2 o más de 3 vecinas con vida, morirá en el tiempo (t+1).

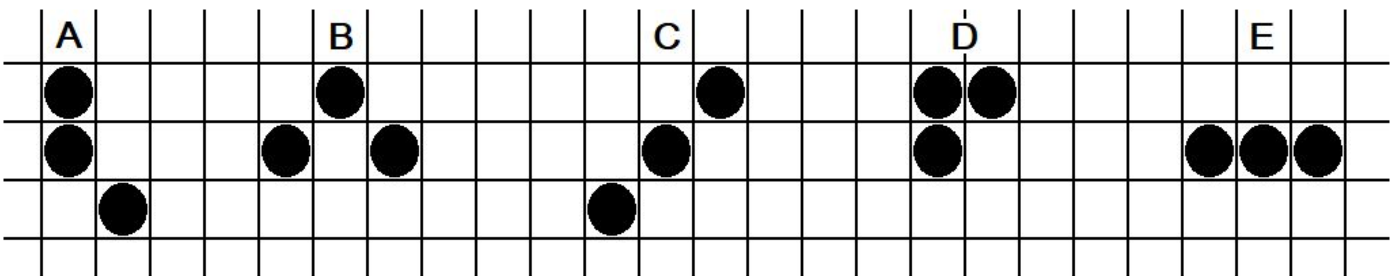
Es importante darse cuenta que todos los nacimientos y muertes ocurren simultáneamente, y que constituyen en su conjunto una generación o ‘latido’ en la ‘biografía’ de esa configuración inicial.

Conway buscó un conjunto de reglas que aseguraran que el comportamiento temporal de la población fuera no trivial. La exploración sistemática de diferentes configuraciones iniciales del Juego de la Vida (algunas de ellas tan famosas que tienen nombre propio) mostraron una gran variedad de comportamientos a diferentes escalas. Los mismos abarcan desde la extinción total de las formas de vida, hasta largas e inesperadas evoluciones con creaciones y aniquilaciones de diversas formas de vida, evolucionando en complejos patrones espaciales y temporales, con la generación en el camino de algunas formas de vida que quedan fijas ('naturalezas muertas') y otras que oscilan.

Ejercicio 1:

Jugar manualmente en una cuadrícula realizando las siguientes exploraciones

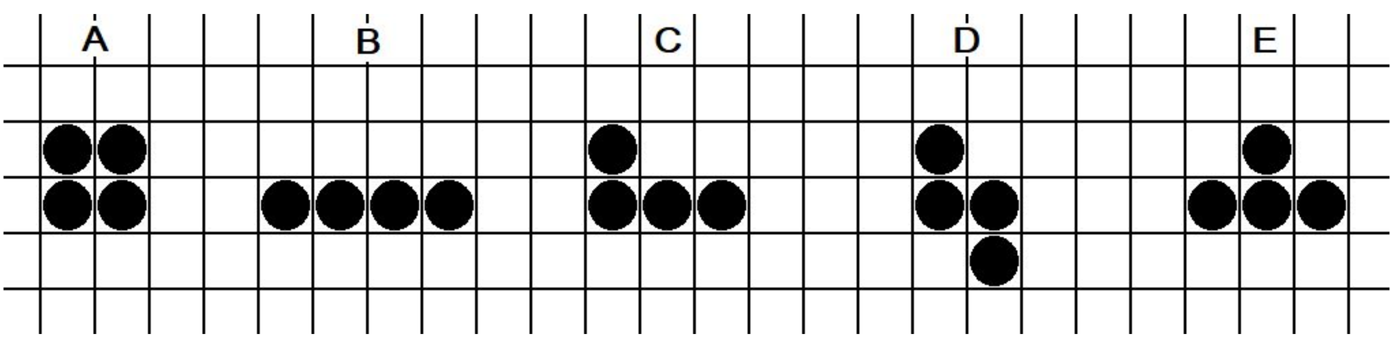
a) Explore el destino de estas cinco configuraciones iniciales:



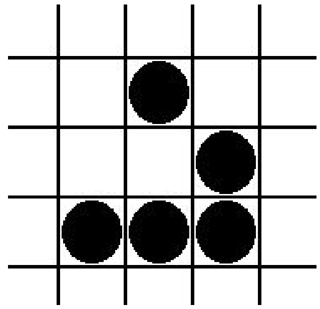
¿Qué comportamientos finales se observan?

Nota: A propósito de (c), observe qué pasa con cualquier formación inicial en diagonal de n celdas vivas.

b) Explorar la evolución de los cinco 'tetrominós':



c) Computar la evolución de la siguiente configuración inicial:

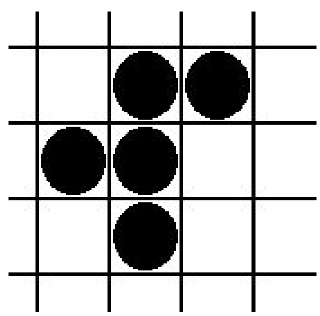


Ahora comprenderá porqué se le llama 'deslizador'.

Ejercicio 2:

Utilizar el programa online https://playgameoflife.com/ para seguir jugando

a) Explore libremente algunas configuraciones iniciales.
b) Explore la evolución del 'pentominó R':



c) Explore configuraciones iniciales con un porcentaje aleatorio de celdas vivas, y otras configuraciones 'prefabricadas'. Particularmente, observe las "interacciones" que ocurren entre figuras conocidas, como los deslizadores[1]

[1] En su libro "El Gran Diseño", el físico Stephen Hawking hizo una analogía entre las reglas de Life y las (posibles) leyes fundamentales de la física, según la cual los objetos del universo (eg: los electrones) serían patrones emergentes a partir de estas reglas (eg: deslizadores) y sus interacciones definirían una "química" de complejidad enorme. Uno podría incluso, sabiendo que existen los deslizadores, formular toda una teoría de la "química de los deslizadores". ¿Se podrían recuperar las reglas de Life a partir de una teoría

Reflexiones a partir del Juego de la Vida

En el siglo XIX, Laplace planteó la idea de que dada la configuración de materia del Universo en un instante dado, un ser omnisapiente capaz de conocerla y que conociera todas la leyes físicas, tendría ante su vista *todo el futuro*, con detalle infinito. Es decir que, conocidas todas las leyes y un estado inicial, es posible predecir el futuro. Los autómatas celulares son filosóficamente desafiantes para la ciencia, ya que proporcionan un contraejemplo: aquí el sistema físico es extremadamente sencillo, con todas sus celdas idénticas, con conexiones sólo locales, y un par de reglas (leyes) plenamente conocidas. Aún más, el sistema es totalmente determinista, no interviene el azar. Sin embargo, dada una configuración inicial, eventualmente tan pequeña como de cinco celdas con vida, la capacidad de predicción es nula. No se puede predecir si se va a extinguir en unos pocos pasos o va a proporcionar una explosión de formas de vida y una dinámica compleja y duradera. Sólo es posible computar paso a paso.

Otra enseñanza importante de los autómatas celulares en general y del Juego de la Vida en particular, es que modelos muy sencillos, con reglas y conectividad locales, pueden dar lugar a complejas evoluciones espacio-temporales, con surgimiento de formas y patrones inesperados.

Discusión:

¿Cómo puede relacionarse esta observación con el problema de la morfogénesis biológica?

---

así?

Parte 2: Una exploración de la Complejidad: El autómata celular elemental de Stephen Wolfram

Como vimos, el autómata de Conway es un autómata *bidimensional* y la conectividad con ocho celdas vecinas genera una enorme variedad posible de reglas. Para analizar el comportamiento complejo observado por estos sistemas sencillos, Stephen Wolfram buscó crear un autómata lo más sencillo posible, pero que presentara comportamientos espacio-temporales complejos, a fin de poder estudiarlo e intentar comprender las condiciones en que esta complejidad es generada.

El autómata de Wolfram es unidimensional: se compone de una única hilera horizontal de celdas, cada una con sólo dos estados posibles, y conectada con sus dos vecinas adyacentes. El estado de cada celda en el tiempo t+1 dependerá del estado de ella misma en el tiempo t, y del estado de sus dos vecinas. Al igual que en el Juego de la Vida, todas las celdas del autómata son revisadas a la vez y cambian su estado (o permanecen en el mismo) simultáneamente.

Funciones Booleanas de tres entradas y codificación de las Reglas

Las funciones que mapean variables binarias (aquellas que pueden tomar sólo dos valores distintos, representables sin pérdida de generalidad por los valores 0 y 1) en otra variable binaria se denominan funciones Booleanas. Por ejemplo, las funciones Booleanas de una variable (en este campo se le suele llamar de una 'entrada'), son las que mapean los dos valores posibles de la entrada {0,1} en sendos valores de salida. Si representamos en la primera columna de la Tabla los dos valores posibles que puede tomar la variable (entrada), de acuerdo a los valores asignados a la función ante cada una de ella tenemos las cuatro posibilidades que se representan en las cuatro columnas siguientes: que la función siempre asuma el valor 0 independientemente del valor de la entrada (función 1), que siempre asuma el valor 1 (función 4), que asuma como salida un valor idéntico al de la entrada (función 2), o que la función tome el valor opuesto al de la entrada (función 3).

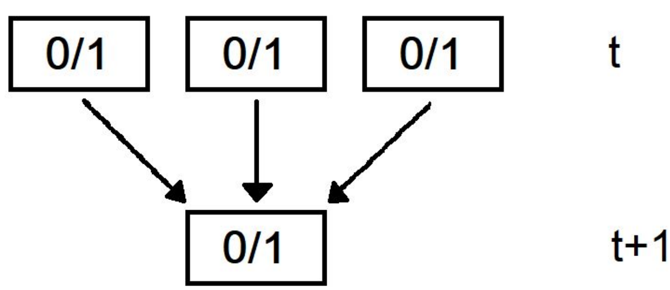
Entrada	función 1	función 2	función 3	función 4
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

De la misma manera, existen 16 funciones Booleanas de dos entradas.

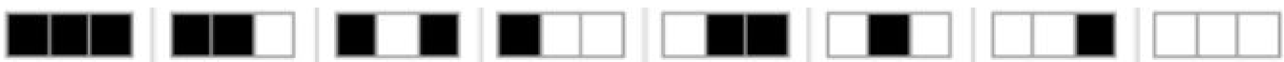
Ejercicio:

Escriba la Tabla correspondiente, con las 16 posibles respuestas a las cuatro combinaciones posibles de dos entradas, cada una capaz de asumir dos valores distintos.

En el autómata elemental de Wolfram, el estado de cada celda en el tiempo t+1 depende del estado de la celda misma y del estado de las dos celdas vecinas (a derecha e izquierda) en el tiempo anterior. Recordando que los estados posibles de las celdas son binarios, el estado de una celda en un tiempo dado es una función Booleana de tres entradas, como muestra el siguiente diagrama:

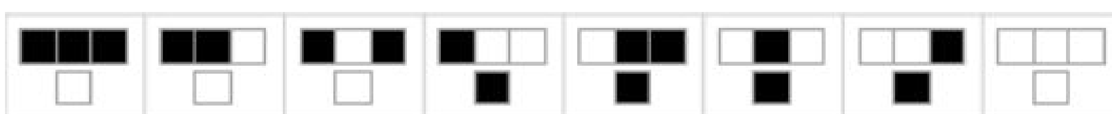


Si representamos con negro el estado ‘1’ y con blanco el estado ‘0’ de una celda, las 8 combinaciones posibles para los estados de tres celdas binarias son:

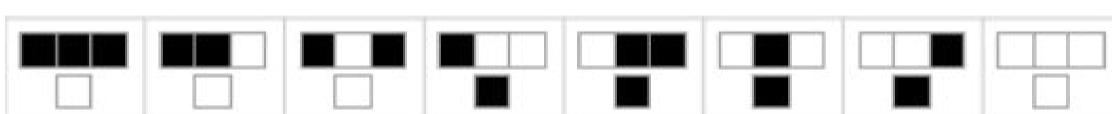


Y hay 256 funciones Booleanas de tres variables o entradas, es decir 256 formas distintas de responder a estas 8 combinaciones posibles de tres entradas: una de ellas sería que la celda central, siempre respondiera con ‘0’ (blanco), a estas 8 posibles combinaciones binarias de su propio estado y el de sus dos vecinas; otra respuesta sería que siempre respondiera con ‘1’ (negro), etc.

Wolfram llamó Reglas del autómata a cada una de estas 256 formas posibles de responder a las 8 combinaciones de estados binarios de las tres entradas. Y creó una forma sencilla de codificar estas reglas. Por ejemplo, a la siguiente función la llamó Regla 30:



Para obtener el código, escribimos el número binario correspondiente a la respuesta a cada una de las ocho combinaciones de estados de las entradas, representadas en el orden que se muestra en las Figuras. Reemplazando los colores por ceros y unos:



0 0 0 1 1 1 1 0

Recordemos que nuestro sistema de numeración es en base diez. Esto significa que un número de tres cifras, por ejemplo 256, es en realidad la expresión compacta de la siguiente suma: $2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 6 \times 10^0$.

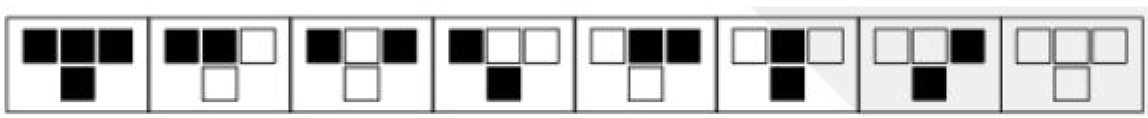
De la misma manera, 00011110 es la expresión compacta, en base 2, de:

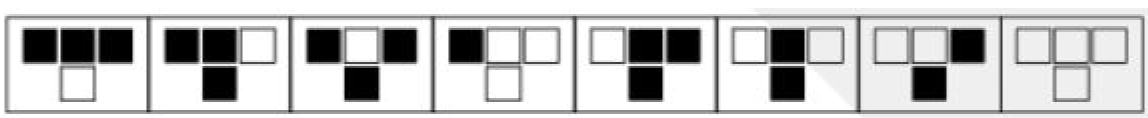
$$0 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

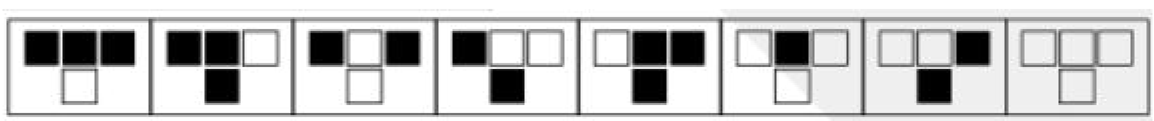
lo que es igual a 0 + 0 + 0 + 16 + 8 + 4 + 2 + 0 = 30, que es el número de la Regla.

Ejercicio 3:

Proporcione el número de las siguientes Reglas del autómata de Wolfram:







Exploración de las Reglas

La hilera horizontal de celdas se supone teóricamente ilimitada. Todas las celdas de un autómata están provistas con la misma Regla, es decir que todas las celdas responden de la misma manera a cada una de las 8 posibles combinaciones de estados de sus tres entradas. En la fila inicial se representan las condiciones iniciales: típicamente una celda con estado ‘1’ en el centro y el resto de las celdas ‘0’; o una disposición aleatoria de ‘0’s y ‘1’s.

Las sucesivas generaciones de estados del autómata (al recalcular el estado de cada celda), se van representando en filas que se disponen hacia abajo. Si se parte de una posición y se recorre en dirección vertical la sucesión de celdas blancas y negras, estamos siguiendo la evolución temporal de los estados sucesivos de una misma celda.

Ejercicio 4:

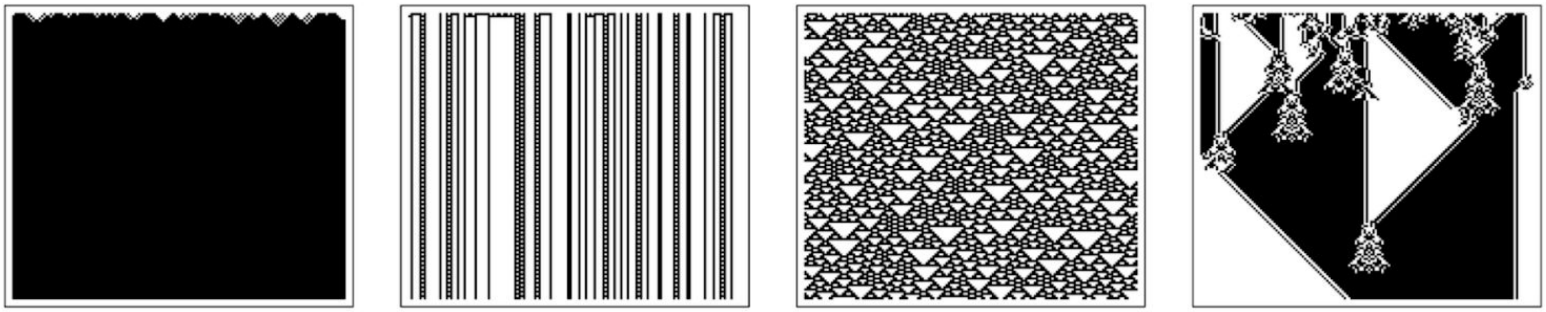
Utilice el programa http://www.cs.swan.ac.uk/~csandy/research/play/ca/ online para explorar el comportamiento de distintas reglas del autómata de Wolfram. Pruebe los casos de condiciones iniciales: con una única semilla (una sola celda en estado '1') y con una distribución aleatoria de '0's y '1's.

Clases de Complejidad

Wolfram llevó a cabo un estudio exhaustivo de estos diagramas espacio-temporales de los comportamientos del autómata generados por cada una de las 256 Reglas a partir de ciertas condiciones iniciales, con el objetivo de comprender el origen de la complejidad en el mundo natural.

Él observó que el comportamiento de los 256 autómatas podía ser agrupado en cuatro clases :

- **Clase 1** – Casi todas las configuraciones iniciales dan lugar a un mismo estado uniforme final.
- **Clase 2** – Casi todas las configuraciones iniciales dan lugar o a un patrón uniforme o a un patrón cíclico.
- **Clase 3** – La mayoría de las configuraciones producen un comportamiento pseudoaleatorio, aunque hay presentes triángulos y algunas otras regularidades.
- **Clase 4** – La más interesante, aparecen zonas de estructuras ordenadas, inmersas en un fondo de apariencia aleatorio.



class 1 *class 2* *class 3* *class 4*

Ejercicio 5:

Busque Reglas (por ejemplo, usando el programa antes presentado) que generen comportamientos espacio-temporales del autómata pertenecientes a cada una de las cuatro clases de complejidad descritas por Wolfram.

Discusión:

Discuta en clase la diferencia entre los conceptos de comportamiento determinista, aleatorio, pseudoaleatorio y caótico.