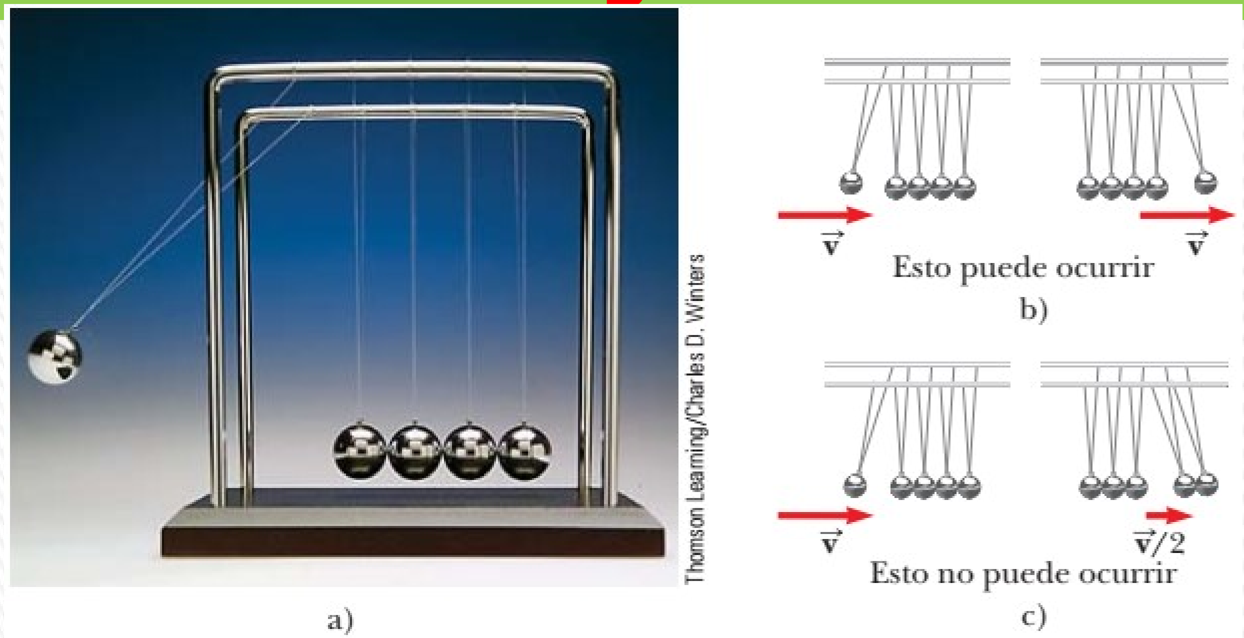
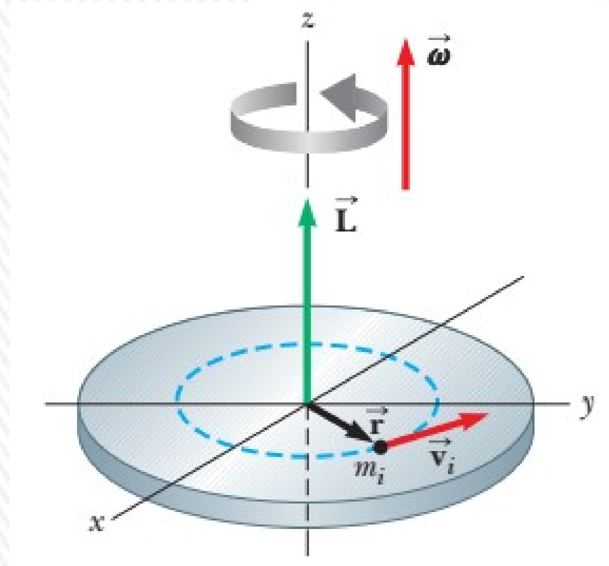
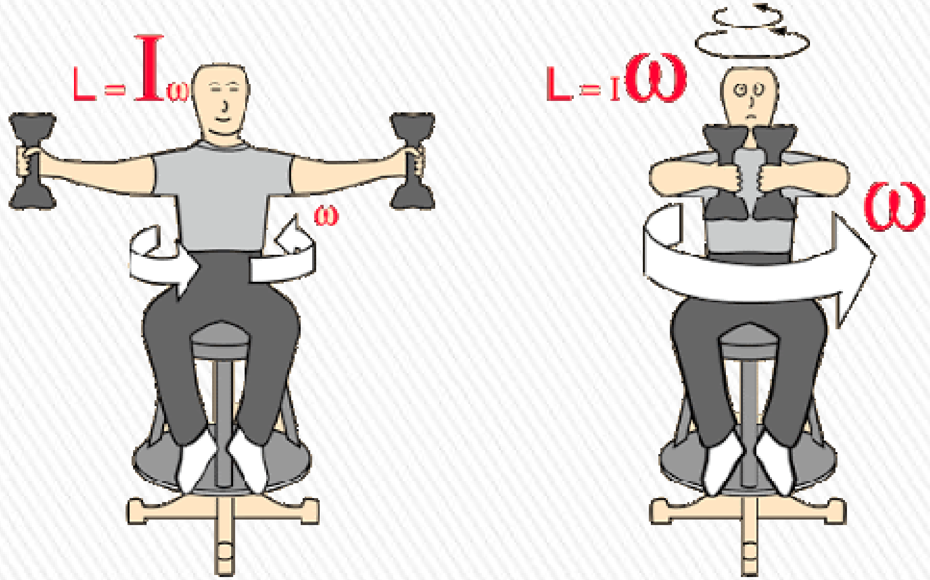
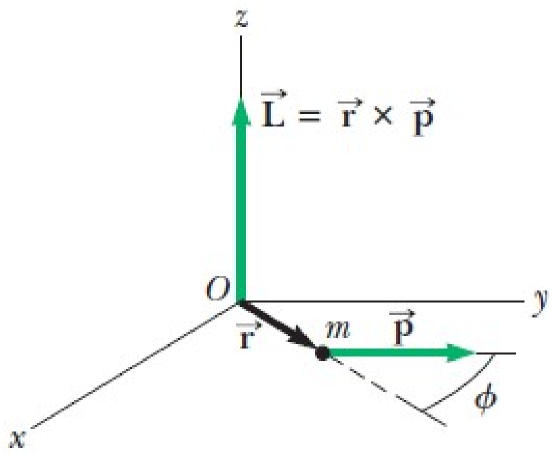
19- Momento lineal, choques y momento angular







REPASO CLASE PASADA



Momento* angular** *con respecto a O* de una partícula de masa *m, velocidad* ***v *y momento lineal* ***p*** = *m**v*** *y vector de posición* ***r*** *con respecto* al origen *O :*

$$\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p} = \bar{r} \times m\bar{v}$$

$$L = mvr \sin\phi$$

La rapidez del cambio del momento angular de una partícula (dL/dt) es igual al torque de la fuerza neta que actúa sobre ella.

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{r} \times \bar{F} = \bar{\tau}$$

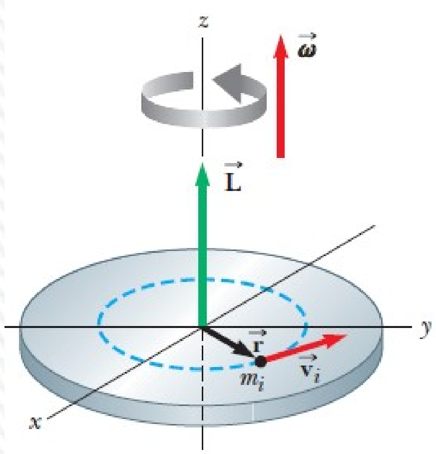
Resultado que se puede generalizar para un sistema de partículas:

$$\bar{\tau}^{ext.}_{neto} = \frac{d\bar{L}_{sist}}{dt}$$

MOMENTO ANGULAR DE UN CUERPO RÍGIDO

Objeto rígido girando en torno a un eje fijo que coincide con el eje *z*

$$L_z = I\omega$$



REPASO CLASE PASADA

CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR: el momento angular total de un sistema es constante tanto en magnitud como en dirección si el torque neto que actúa sobre el sistema es cero.

$$\sum \bar{\tau}_{ext} = \frac{d\bar{L}_{sistema}}{dt} = 0$$

$$\bar{L}_{sistema} = constante \qquad \bar{L}_{inicial} = \bar{L}_{final}$$

Un cambio en I para un sistema aislado requiere un cambio en ω.

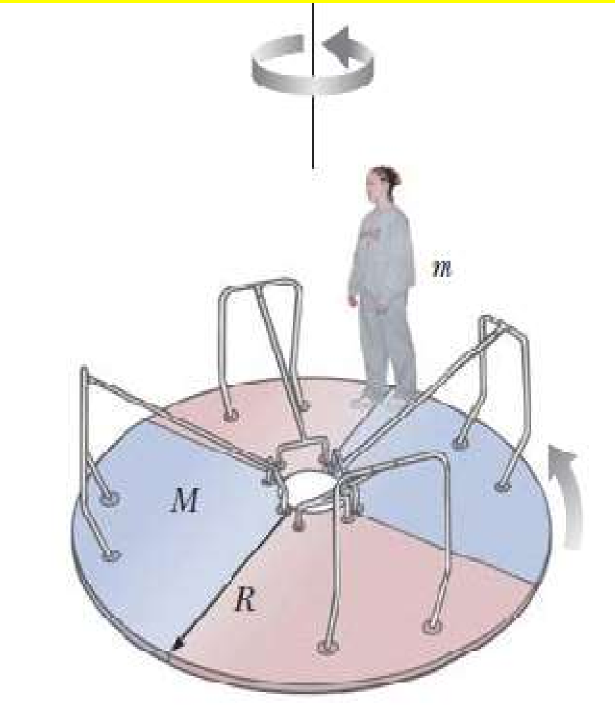
En este caso, el principio de conservación de cantidad de movimiento angular se expresa como: $I_i\omega_i = I_f\omega_f = constante$

EJEMPLO: ejercicio 6.12

El carrusel - Una plataforma horizontal con la forma de un disco da vueltas libremente en un plano horizontal en torno a un eje vertical sin fricción. La plataforma tiene una masa *M* =100 kg y un radio *R* = 2,00 m. Una estudiante, cuya masa es *m* = 60,0 kg, camina lentamente desde el borde del disco hacia su centro. Si la rapidez angular del sistema es 2,00 rad/s cuando el estudiante está en el borde:

a) ¿cuál es la rapidez angular cuando alcanza un punto *r* = 0,500 m desde el centro?

b) ¿la energía cinética varía? Explique.



Como no hay ningún torque externo que actúe sobre el sistema plataforma + estudiante, el momento angular se va a conservar y por tanto: Iω = cte.

Voy a tratar a la estudiante como una partícula, por lo que el momento de inercia del sistema será:

$$I_0 = \frac{1}{2}MR^2 + mr^2$$

Siendo r, la posición de la estudiante.

Entonces se cumplirá que:

$$\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\omega_0 = \left(\frac{1}{2}MR^2 + mr^2\right)\omega_F$$

EJEMPLO: ejercicio 6.12

$$\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\omega_0 = \left(\frac{1}{2}MR^2 + mr^2\right)\omega_F$$

$$\omega_F = \frac{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2}\omega_0 = \frac{\frac{1}{2}(100)(2{,}00)^2 + (60{,}0)(2{,}00)^2}{\frac{1}{2}(100)(2{,}00)^2 + (60{,}0)(0{,}500)^2}(2{,}00) = \frac{440\ kg.m^2}{215\ kg.m^2}(2{,}00) = \boxed{4{,}1\ \text{rad/s}}$$

Vamos a calcular la energía cinética (de rotación) inicial y final:

$$K_I = \frac{1}{2}I_{OI}\omega_I^2 = \frac{1}{2}(440)(2{,}00)^2 = 880\ \text{J}$$

$$K_F = \frac{1}{2}I_{OF}\omega_F^2 = \frac{1}{2}(215)(4{,}10)^2 = = 1{,}81\times10^3\ \text{J}$$

La energía aumenta.
Esto se debe a que la estudiante debe realizar trabajo para moverse ella misma hacia el centro de rotación, por tanto ese aumento de energía proviene de la energía interna del cuerpo de la estudiante.

EJEMPLO: ejercicio 6.14

Un bloque pequeño de 0,0250 kg en una superficie horizontal sin fricción está atado a una cuerda de masa despreciable que pasa por un orificio en la superficie como se muestra en la figura. El bloque inicialmente está girando a una distancia de 0,300 m del orificio, con rapidez angular de 2,85 rad/s. Ahora se tira de la cuerda desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a 0,150 m.

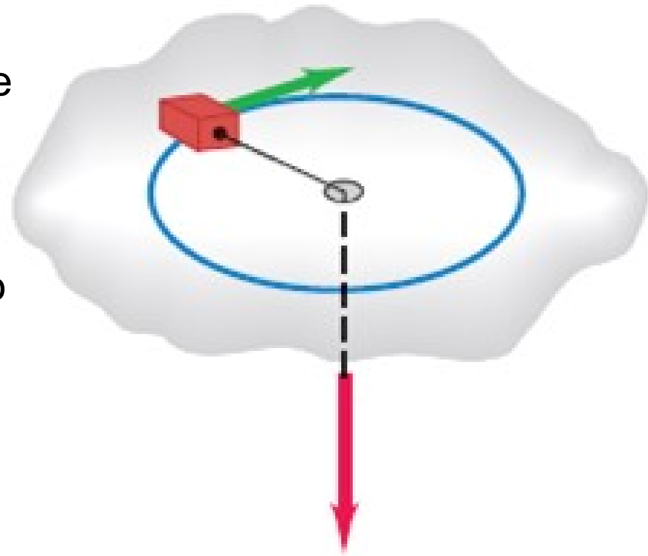
El bloque puede tratarse como partícula.

a) ¿Se conserva el momento angular del bloque? ¿Por qué?

b) ¿Qué valor tiene ahora la rapidez angular?

c) Calcule el cambio de energía cinética del bloque.

d) ¿Cuánto trabajo se efectuó al tirar de la cuerda?



a) Sí, el momento angular del bloque se conserva, ya que no hay ningún torque neto que actúe sobre el eje de rotación (el peso y la normal se cancelan entre sí, y la tensión de la cuerda tiene brazo de palanca nulo respecto al eje de giro.

$$L = m v_0 r_0 = m v_F r_F \qquad L = m r_0^2 \omega_0 = m r_F^2 \omega_F$$

$$\omega_F = \frac{m r_0^2 \omega_0}{m r_F^2} = \frac{r_0^2}{r_F^2}\,\omega_0 = \frac{(0{,}300)^2}{(0{,}150)^2}\,(2{,}85) = 11{,}4\ rad/s$$

ω_F = 11,4 rad/s

$$\Delta K = K_F - K_0 = \frac{1}{2} m v_F^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{m}{2}(v_F^2 - v_0^2) =$$

$$\Delta K = \frac{m}{2}(r_F^2\omega_F^2 - r_0^2\omega_0^2) = \frac{0{,}0250}{2}(0{,}150^2 \times 11{,}4^2 - 0{,}300^2 \times 2{,}85^2) = 0{,}0274\,J$$

ΔK = 27,4 mJ

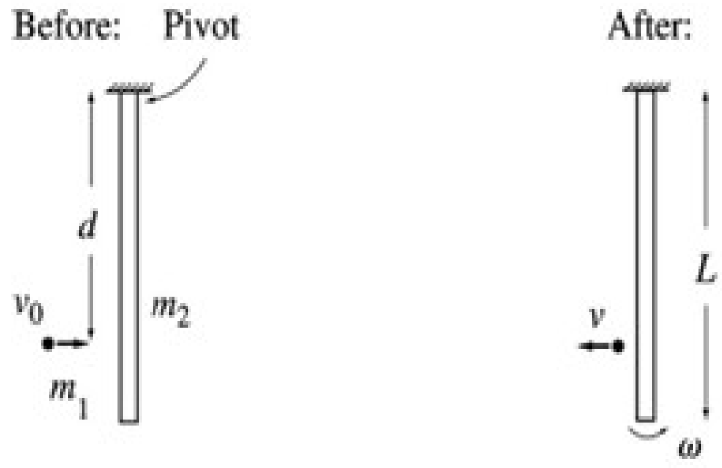
d) Por el teorema trabajo-energía: W = ΔK = 27,4 mJ

EJEMPLO: ejercicio 6.15

Una barra metálica delgada y uniforme, de 2,00 m de longitud y con un peso de 90,0 N, cuelga verticalmente del techo en un pivote sin fricción colocado en el extremo superior. De repente, una pelota de 3,00 kg, que viaja inicialmente a 10,0 m/s en dirección horizontal, golpea la barra 1,50 m abajo del techo. La pelota rebota en dirección opuesta con rapidez de 6,00 m/s.

a) Calcule la rapidez angular de la barra inmediatamente después del choque.

b) Durante el choque, ¿por qué se conserva el momento angular, pero no el momento lineal?



En esta situación se conserva el momento angular, ya que no hay ningún torque externo respecto al pivote realizado sobre el sistema barra-pelota. En cambio el momento lineal, no se va a conservar, ya que el pivote ejerce una fuerza externa sobre la barra, que le impide que se desplace, solamente puede girar.

El momento de inercia de una barra respecto a uno de sus extremos vale: $I_P = \frac{1}{3}ML^2$

Conservación del momento angular: $$mv_0 d = -mvd + \frac{1}{3}ML^2\omega$$

$$\omega = \frac{3m(v_0+v)d}{ML^2} = \frac{3(3{,}00)(10{,}0+6{,}00)(1{,}50)}{\frac{90{,}0}{9{,}8}(2{,}00)^2} = 5{,}88 \text{ rad/s}$$

5,88 rad/s

Ejemplo: ejercicio 6.5

Una pelota de tenis de 57,0 g se mantiene justo arriba de un balón de basquetbol de 590 g de masa. Con sus centros verticalmente alineados, las dos pelotas son liberadas desde el reposo al mismo tiempo, para caer a lo largo de una distancia de 1,20 m, como se muestra en la figura.

a) Calcule la magnitud de la velocidad hacia abajo con la que el balón alcanza el piso.

b) Piense que una colisión elástica con el piso invierte de manera instantánea la velocidad del balón, mientras que la pelota de tenis todavía se está moviendo hacia abajo. A continuación, las dos pelotas se unen en una colisión elástica.

¿A qué altura rebota la pelota de tenis y la de basquetbol?

Video de clase

<u>Hipótesis:</u> modelo ambas pelotas como partículas, ignoro la resistencia del aire y considero un sistema inercial (piso), considero positivas las velocidades que van hacia arriba.

Ejemplo: ejercicio 6.5

a) Con las hipótesis de las pelotas como partículas, ambas caen desde una misma altura.
Sea v_0 la rapidez con que llega la pelota de basket (m_1), es decir con una velocidad $-v_0$, al chocar contra el piso en forma elástica, comienza a subir con una velocidad $+v_0$. Por otro lado la pelota de tenis (m_2) llega con velocidad $-v_0$.
Por tanto la relación entre las velocidades de las dos pelotas justo antes de que choquen es de que son iguales y opuestas.

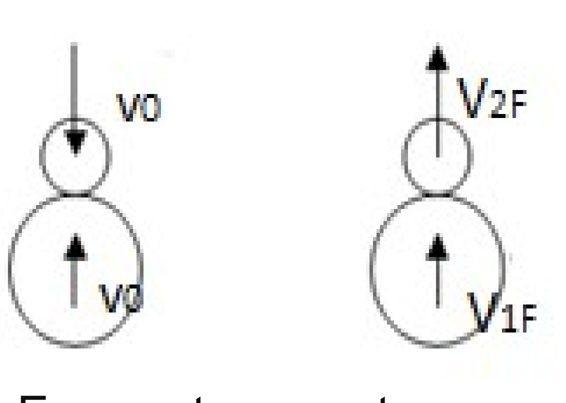
Como el sistema es conservativo se cumple que:

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2(9{,}80)(1{,}20)} = 4{,}8497\ m/s$$

V_0= 4,85 m/s

Ejemplo: ejercicio 6.5



b) Llamemos v_{1F} a la velocidad de la pelota después del choque y v_{2F} a la de tenis.
Como el choque es elástico, uso las fórmulas vistas

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \qquad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

En nuestro caso tenemos:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} (-v_0) = \frac{m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2} v_0 \quad \frac{590 - 3(57{,}0)}{590 + 57{,}0}(4{,}85) = 3{,}14\frac{m}{s}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} (-v_0) = \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 \quad \frac{3(590) - 57{,}0}{590 + 57{,}0}(4{,}85) = 12{,}84\frac{m}{s}$$

La altura h_1 a la que llega la pelota de básket, verifica que: $m_1 g h_1 = \frac{1}{2} m_1 v_{1F}^2$

$$h_{1F} = \frac{v_{1F}^2}{2g} = 0{,}503\ m \qquad h_{2F} = \frac{v_{2F}^2}{2g} = 8{,}41\ m$$

Ejemplo: ejercicio 6.5

Algunas observaciones adicionales:

$$v_{1F} = \frac{m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2} v_0 \qquad v_{2F} = \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0$$

Si $m_1 = 3m_2$ entonces: $v_{1F} = \frac{3m_2 - 3m_2}{3m_2 + m_2} v_0 = 0$ $\quad v_{2F} = \frac{3(3m_2) - m_2}{3m_2 + m_2} v_0 = \frac{8m_2}{4m_2} v_0 = 2v_0$

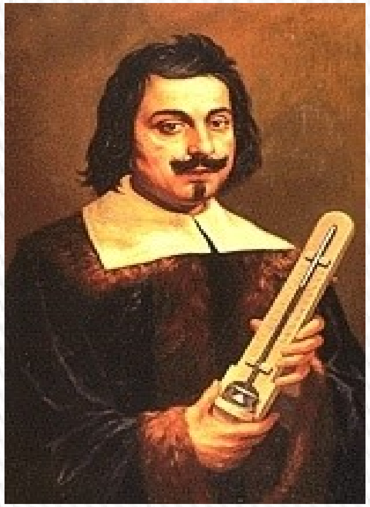
Para esta relación de masas: $\boldsymbol{h_{1F} = 0 h_{2F} = 4h_0}$ (como $v_{2F} = 2v_0$ entonces tiene 4 veces más alcance).

Observar que la altura máxima por parte de la pelota 2 se alcanza cuando $m_2 \to 0$, para este caso $v_{2F} \to 3v_0$ y por tanto $h_{2MAX} = 9h_0$

19- FLUIDOS - Hidrostática

Arquímedes
-288 Siracusa,
-212 muerto por un soldado romano en el sitios a Siracusa.
"Eureka, eureka! "

Blaise Pascal
19/6/1623, Francia.
Muere en 1662.
Matemático, físico, filósofo y teólogo.
Inventó una máquina para sumar, la prensa hidráulica y la jeringa.



Evangelista Torricelli
15/10/1608, Florencia. .
Muere en 1662.
Físico y matemático.
Inventó el barómetro.

Daniel Bernoulli
8/2/1700, Basilea.
Muere en 1782.
Físico , médico y matemático.

Preguntas preliminares

1) ¿Qué fuerza aproximada ejerce la atmósfera sobre la parte superior de nuestra cabeza?

2) Medida de presión arterial: 140/80 ¿qué?

3) Un vaso con agua contiene cubitos de hielo flotando. Cuando el hielo se funde, ¿qué pasa con el nivel del agua en el vaso?

4) Estás en un bote que flota en el agua de una piscina, lanzas el ancla de hierro por la borda, que estaba originalmente dentro del bote, y se hunde dentro de la piscina.

¿Qué ocurre con el nivel de la piscina ?

Sube, baja o no se altera

INTRODUCCIÓN

Fluido es cualquier sustancia que puede fluir: líquidos y gases.

Gases: fáciles de comprimir; líquidos casi incompresibles.

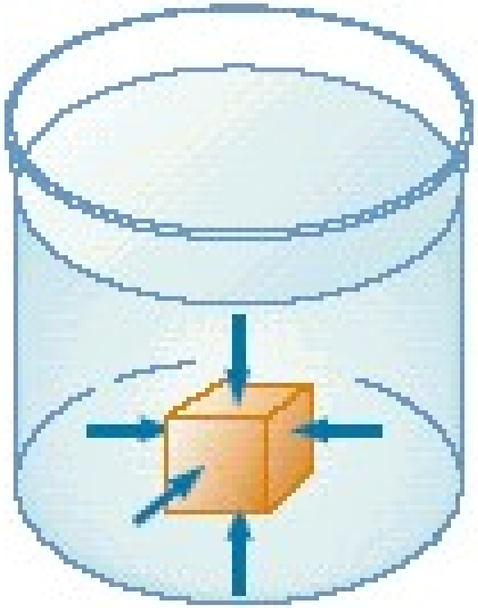
Hidrostática: estudio de fluidos en reposo (equilibrio).

Conceptos de **densidad, presión y flotación**.

Dinámica de fluidos o hidrodinámica: estudio de fluidos en movimiento (rama de las más complejas de la mecánica).

Modelos idealizados sencillos y principios conocidos (leyes de Newton y la conservación de la energía).

FLUIDO



Medio constituido por conjunto de moléculas distribuidas al azar unidas por fuerzas cohesivas débiles y por fuerzas ejercidas por las paredes del recipiente.

Un sólido soporta esfuerzos cortantes (se le puede aplicar fuerzas que formen un ángulo arbitrario)

Un fluido (perfecto) es incapaz de soportar esfuerzos cortantes y sólo puede soportar esfuerzos normales a su superficie.

Por tanto la fuerza que ejerce el fluido sobre un objeto sumergido es siempre perpendicular a las superficies de éste.

Un fluido consta de un número muy grande de partículas, por tanto conceptos de **fuerza** y **masa** no son manejables.
Se sustituyen por los de **presión** y **densidad**, respectivamente.

DENSIDAD

Masa por unidad de volumen.

Un **material homogéneo** tiene la misma densidad en todas partes.
Usamos ρ (la letra griega rho) para denotar la densidad.
Si la masa *m de material homogéneo tiene el volumen V, la densidad* ρ *es*

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

La unidad del SI de la densidad es el kilogramo por metro cúbico (kg/m^3).

Tabla 12.1 Densidades de algunas sustancias comunes

Material	Densidad (kg/m^3)*	Material	Densidad (kg/m^3)*
Aire (1 atm, 20°C)	1.20	Hierro, acero	7.8×10^3
Etanol	0.81×10^3	Bronce	8.6×10^3
Benceno	0.90×10^3	Cobre	8.9×10^3
Hielo	0.92×10^3	Plata	10.5×10^3
Agua	1.00×10^3	Plomo	11.3×10^3
Agua de mar	1.03×10^3	Mercurio	13.6×10^3
Sangre	1.06×10^3	Oro	19.3×10^3
Glicerina	1.26×10^3	Platino	21.4×10^3
Cemento	2×10^3	Estrella enana blanca	10^{10}
Aluminio	2.7×10^3	Estrella de neutrones	10^{18}

*Para obtener la densidad en gramos por centímetro cúbico, simplemente divida entre 10^3.

DENSIDAD

Material más denso de la Tierra : metal **osmio** (ρ = 22,500 kg/m^3),

Densidad relativa: razón entre su densidad y densidad del agua a 4,0°C, 1000 kg/m^3; (adimensionado).

Densidad relativa del aluminio: 2,7.

La densidad de algunos materiales varía de un punto a otro dentro del material.

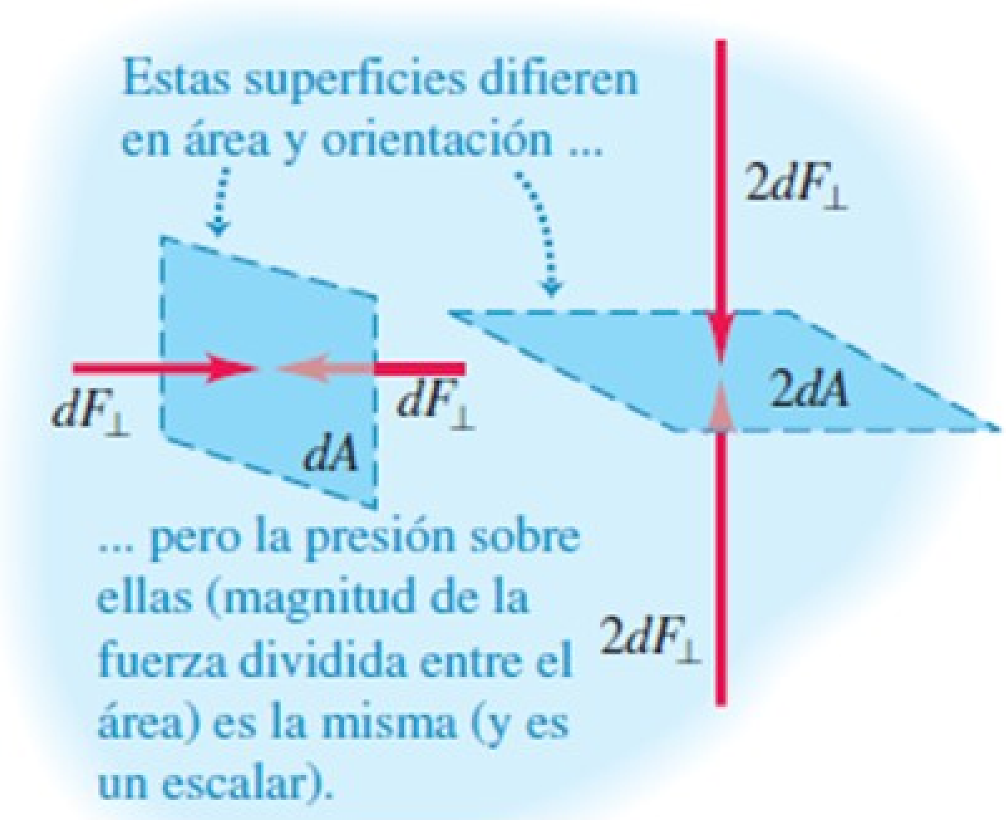
El material del cuerpo humano, que incluye grasa de baja densidad (aproximadamente 940 kg/m^3) y huesos de alta densidad (de 1.700 a 2.500 kg/m^3).

Otros dos ejemplos son la atmósfera de la Tierra (que es menos densa a grandes altitudes) y los océanos (que son más densos a mayor profundidad).

Para estos materiales, se define una **densidad media**.

La densidad de un material depende de factores ambientales tales como la temperatura y la presión.

PRESIÓN EN UN FLUIDO



Fluido en reposo, ejerce fuerza perpendicular a cualquier superficie en contacto con éste (pared de un recipiente o un cuerpo sumergido).

El fluido a cada lado de una superficie dada ejerce fuerzas iguales y opuestas sobre la superficie (sino se aceleraría y no estaría en equilibrio).

Sea una superficie pequeña de área *dA centrada en un punto en el fluido; la fuerza normal que el fluido ejerce sobre cada* lado es $dF_\perp$.

***Presión p en ese punto es la fuerza normal* por unidad de área.**

$$p = \lim_{\delta A \to 0} \frac{F_\perp}{\delta A} = \frac{dF_\perp}{dA}$$

PRESIÓN EN UN FLUIDO

$$p = \lim_{\delta A \to 0} \frac{F_\perp}{\delta A} = \frac{dF_\perp}{dA}$$

Si la presión es la misma en todos los puntos de una superficie plana finita de área *A*, entonces

$$p = \frac{F_\perp}{A}$$

Unidad de presión en el SI es el **pascal (Pa)** que equivale a $1 N/m^2$.

Otras unidades: el ***bar***, *igual a* 10^5 *Pa, y el milibar, igual a* 100 Pa.

Presión atmosférica $\boldsymbol{p_a}$ ***es la presión de la atmósfera terrestre,*** *la presión en el* fondo de este mar de aire en que vivimos. Varía con el cambio de clima y con la altitud.

Presión atmosférica normal al nivel del mar (valor medio) es **1 atmósfera (atm): 1 atm =** $\mathbf{1{,}01325\times10^5}$ **Pa**= 14,7 psi ($lib/pulg^2$)

Otra unidad: presión ejercida por una columna vertical de mercurio de 760 mm a 0ºC en una región donde *g* vale el valor normalizado (*g* = 9,80665 m/s^2) que equivale a 1 atm.

En esas condiciones la presión ejercida por un columna de mercurio de 1 mm de altura se dice que vale 1 torr. 1atm = 760 torr